

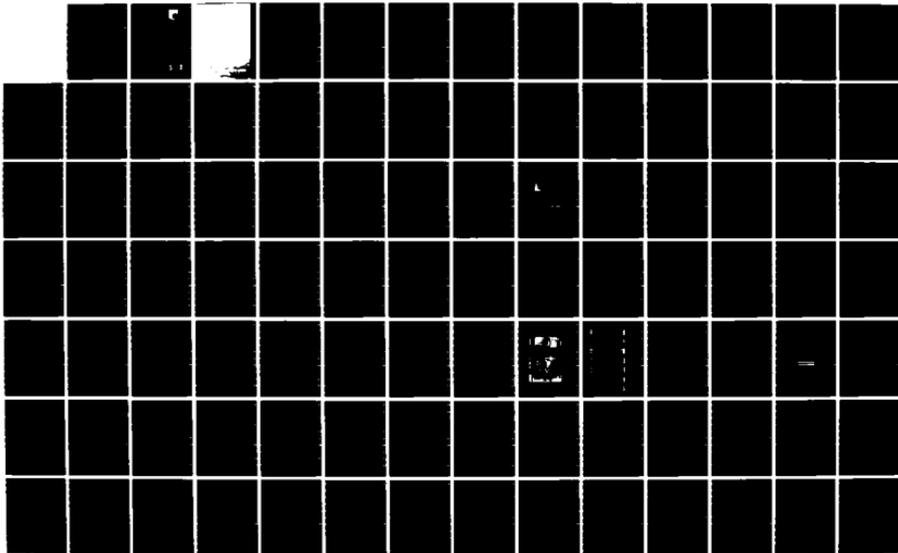
AD-R168 804

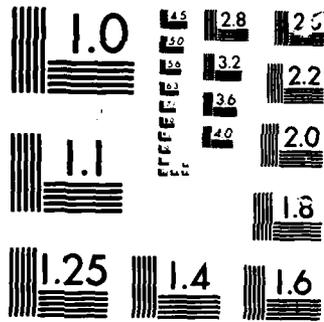
DEVELOPMENT OF FRACTURE MECHANICS MAPS FOR COMPOSITE
MATERIALS VOLUME 3(U) DEUTSCHE FORSCHUNGS- UND
VERSUCHSANSTALT FUER LUFT- UND RAUMF. H W BERGMANN
DEC 85 AFMNL-TR-85-4150-VOL-3 F/G 11/4

1/3

UNCLASSIFIED

NL





MICROCOPY

CHART

AD-A168 004

AFWAL-TR-85-4150
Volume 3

DEVELOPMENT OF FRACTURE MECHANICS MAPS
FOR COMPOSITE MATERIALS



Dr. H. W. Bergmann

DFVLR - Institute for Structural Mechanics
Braunschweig, West Germany

December 1985

Final Report for Period January 1982 - January 1985

Approved for public release; distribution unlimited.

MATERIALS LABORATORY
AIR FORCE WRIGHT AERONAUTICAL LABORATORIES
AIR FORCE SYSTEMS COMMAND
WRIGHT-PATTERSON AIR FORCE BASE, OHIO

DTIC
ELECTE
MAY 27 1986
S D

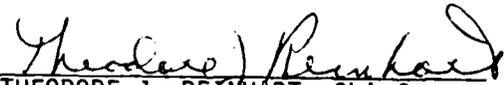
NOTICE

When Government drawings, specifications, or other data are used for any purpose other than in connection with a definitely related Government procurement operation, the United States Government thereby incurs no responsibility nor any obligation whatsoever; and the fact that the government may have formulated, furnished, or in any way supplied the said drawings, specifications, or other data, is not to be regarded by implication or otherwise as in any manner licensing the holder or any other person or corporation, or conveying any rights or permission to manufacture use, or sell any patented invention that may in any way be related thereto.

This report has been reviewed by the Office of Public Affairs (ASD/PA) and is releasable to the National Technical Information Service (NTIS). At NTIS, it will be available to the general public, including foreign nations.

This technical report has been reviewed and is approved for publication.

FOR THE COMMANDER


THEODORE J. REIHART, Chief
Materials Engineering Branch
Systems Support Division

REPORT DOCUMENTATION PAGE

1. SECURITY CLASSIFICATION UNCLASSIFIED			1b. RESTRICTIVE MARKINGS NONE			
2. SECURITY CLASSIFICATION AUTHORITY N/A			3. DISTRIBUTION AVAILABILITY OF REPORT Approved for Public Release Distribution unlimited			
25. DECLASSIFICATION/DOWNGRADING SCHEDULE N/A			5. MONITORING ORGANIZATION REPORT NUMBER(S) AFWAL-TR-85-4150, Vol 3			
4. PERFORMING ORGANIZATION REPORT NUMBER(S) None			7a. NAME OF MONITORING ORGANIZATION AFWAL/Materials Laboratory (AFWAL/MLSE)			
5a. NAME OF PERFORMING ORGANIZATION DFVLR - Institute for Structural Mechanics		5b. OFFICE SYMBOL (If applicable) N/A	7b. ADDRESS (City, State and ZIP Code) Wright-Patterson AFB, OH 45433			
5c. ADDRESS (City, State and ZIP Code) Braunschweig, West Germany			9. PROCUREMENT INSTRUMENT IDENTIFICATION NUMBER ESTEC/Contract No 4825/81/ML/AK(SC)			
8a. NAME OF FUNDING/SPONSORING ORGANIZATION European Space Technology Comm		8b. OFFICE SYMBOL (If applicable) N/A	10. SOURCE OF FUNDING NOS.			
5c. ADDRESS (City, State and ZIP Code) Brussels, Belgium			PROGRAM ELEMENT NO. N/A	PROJECT NO. N/A	TASK NO. N/A	WORK UNIT NO. N/A
11. TITLE (Include Security Classification) Development of Fracture Mechanics Maps for Composite Materials			12. PERSONAL AUTHOR(S) Editor (Dr. H. W. Bergmann)			
13a. TYPE OF REPORT Final		13b. TIME COVERED FROM Jan 82 to Jan 85		14. DATE OF REPORT (Yr., Mo., Day) 1985 Dec		15. PAGE COUNT see below (16)
16. SUPPLEMENTARY NOTATION Vol 1 (216) Vol 2 (204) Vol 3 (265) Vol 4 (192)						
17. COSATI CODES			18. SUBJECT TERMS (Continue on reverse if necessary and identify by block number)			
FIELD	GROUP	SUB. GR.	Fiber Reinforced Composites, Dynamic Test, Thermal Cycling, Quality Control, Static Test, Stress Concentrations.			
11	04					
01	03					
19. ABSTRACT (Continue on reverse if necessary and identify by block number) The Institute for Structural Mechanics of the German Aerospace Research Establishment (DFVLR) has conducted a research program aimed at the characterization of the fracture behavior of carbon-fiber-reinforced epoxy resins. The research effort encompassed a comprehensive experimental and analytical investigation of the response of test specimens under a broad range of material, loading and environmental parameters. By combining an evaluation of global laminate properties with an investigation of micro- and macroscopic modes of failure, the understanding of the fracture and fatigue behavior of carbonfiber-reinforced composites was enhanced. It is expected that the results of the research program and their representation in the form of tables, figures, graphs and maps will assist the design engineer and lead to improved engineering concepts.						
20. DISTRIBUTION AVAILABILITY OF ABSTRACT UNCLASSIFIED UNLIMITED <input checked="" type="checkbox"/> SAME AS RPT <input type="checkbox"/> DTIC USERS <input type="checkbox"/>			21. ABSTRACT SECURITY CLASSIFICATION UNCLASSIFIED			
22a. NAME OF RESPONSIBLE INDIVIDUAL THEODORE J. REINHART			22b. TELEPHONE NUMBER (Include Area Code) 513/255-3691		22c. OFFICE SYMBOL AFWAL/MLSE	

DEVELOPMENT OF FRACTURE MECHANICS MAPS
FOR COMPOSITE MATERIALS

Final Report
- Volume 3 -

APPENDICES A - E

VOLUME 3 - CONTENTS

APPENDIX A

**Charakterisierung von Schadensfortschritten in CFK-Laminaten
mittels Schallemissionsanalyse**

APPENDIX B

**On-Line Measurement of Onset and Growth of Edge Delaminations in
CFRP-Laminates by an Optical Grating Reflection Method**

APPENDIX C

Eine effektive Teilstrukturtechnik angewendet auf Bruchprobleme

APPENDIX D

**Crack Conditions for Statically Loaded Notched UD-Laminates
of Carbon Fiber Reinforced Plastic. Part 2:
Fitting Curves for the Test Results**

APPENDIX E

**Einfluss von Temperatur und Feuchte auf die Schwingfestigkeit
ungekerbter CFK - Laminate**

APPENDIX A

Charakterisierung von Schadensfortschritten in
CFK - Laminaten mittels Schallemissionsanalyse

von

J. Block

DFVLR

Institut für Strukturmechanik
Braunschweig

DEUTSCHE FORSCHUNGS- UND VERSUCHSANSTALT
FÜR LUFT- UND RAUMFAHRT E.V.
INSTITUT FÜR STRUKTURMECHANIK
Gruppe Zerstörungsfreie Prüfung

Interner Bericht
IB 131-84/51

Charakterisierung von Schadensfortschritten in
CFK - Laminaten mittels Schallemissionsanalyse

Braunschweig, den 15.11.1984

Der Bericht umfaßt :

32 Seiten mit
14 Bildern und
1 Anhang

Institutsleiter und Gruppenleiter:

Der Bearbeiter:

Dr.-Ing. H.W. Bergmann

Dipl.-Phys. J. Block

J. Block

INHALTSVERZEICHNIS

Abstract 1

1. Einführung: Schallemissionsanalyse an CFK-Laminaten . . . 2

2. Schallemissions - Messtechnik 4

3. Probenübersicht 12

4. Auswertung der Versuche 13

 4.1 Detektion erster matrixkontrollierter Schädigungen 13

 4.2 Verfolgung des Schadensfortschritts bis zum Bruch 17

 4.3 Faserbündelbrüche und Probenversagen 25

5. Zusammenfassung der Ergebnisse 28

Literatur 30

Anhang: Datensatz-Beispiel

Accession For	
NTIS CRA&I	<input checked="" type="checkbox"/>
DTIC TAB	<input type="checkbox"/>
Unannounced	<input type="checkbox"/>
Justification	
By	
Distribution /	
Availability Codes	
Dist	Avail and/or Special
A-1	



ABSTRACT

Dieser Bericht enthält eine Zusammenfassung und Deutung der Ergebnisse von Schallemissionsversuchen an CFK-Laminaten, die statisch oder quasistatisch im Zugbereich durchgeführt wurden. Er beschränkt sich auf die Auswertung der Meßergebnisse an Probestäben aus einem Material (Fasern: T 300, Harz: 914 C), aber mit variierender Lagenfolge. Der Schwerpunkt wurde zum einen auf das Einsetzen der Schallemissionen, die den feststellbaren Beginn matrixkontrollierter Schädigungen bezeichnen, zum anderen auf den Bereich vor und während des Versagensbeginns gelegt. Das Fortschreiten des Schädigungsprozesses wurde anhand der gemessenen Schallemissionen ebenfalls interpretiert. Hier sind die irreversiblen Schädigungsverläufe der einzelnen Proben individuell exakt verfolgbar, laminatspezifische Charakteristika dagegen schwächer ausgeprägt.

In this report, acoustic emission test results on CFRP laminates under static or quasi-static tensile load are summarized and interpreted. The scope of this evaluation was restricted to slender test specimens of T 300 fibers and 914 C epoxy resin with varying stacking sequences. Emphasis was placed upon the AE initiation which indicated the onset of resin-controlled damage mechanisms and also upon the emissions occurring shortly before and during failure. The irreversible process of damage progression with increasing load could be investigated in detail for each individual specimen, whereas the repeatability of the results for a group of specimens of the same type was less exact.

1. EINFÜHRUNG: SCHALLEMISSIONSANALYSE AN CFK-LAMINATEN

Beim Einsatz kohlefaserverstärkter Kunststoffe ist es notwendig, mit geeigneten Prüftechniken möglichst genaue Informationen über die verschiedenen Schädigungen, die bereits bei der Herstellung des Laminats auftreten können und sich während der Lebensdauer des CFK-Bauteils im allgemeinen stetig vergrößern und vermehren werden, zu sammeln. Dies gilt insbesondere für schadensmechanische Untersuchungen, die dem Verständnis des Werkstoffverhaltens in verschiedenen Belastungszuständen dienen sollen.

Die "klassischen" zerstörungsfreien Prüfverfahren, in erster Linie Röntgen- und Ultraschalltechnik, liefern dabei Aufnahmen des Prüflings mit scharf abgebildeten Fehlerkonturen: es sind räumlich hochauflösende Verfahren, die allerdings den Prozeß fortschreitender Schädigung in seiner Dynamik nur insoweit erfassen, als die Sequenz aufeinanderfolgender Bilder engmaschig ist, da jedes Bild sämtliche bis zum Moment der Aufnahme akkumulierten Defekte zeigt. Es liegt auf der Hand, daß die Dynamik des Schädigungsverlaufs, also die Dimension "Zeit", auf diese Weise nur unvollkommen analysiert werden kann.

Für eben diesen Zweck eignet sich aber die Schallemissionsanalyse (SEA). Sie löst den Prozeß des Schadensfortschritts hinsichtlich zeitabhängiger Parameter (wie Last, Dehnung, Lastspielzahl usw.) recht genau auf. So können sowohl einzelne Phasen des Schädigungsablaufs genauer interpretiert, als auch der Prozeß als Ganzes beurteilt und mit den Resultaten anderer Versuche verglichen werden.

Die Analyse kann in begrenztem Umfang "on-line" erfolgen, so daß Eingriffe in den Versuchsablauf (bzw. in die Belastung bei echtem technischen Einsatz) möglich werden. Genauere und aufwendigere Analyseprozeduren müssen dagegen mit den auf Diskette gespeicherten Daten nach dem Test durchgeführt werden.

Die Schallemissionsanalyse ist - wie andere in-situ-Verfahren auch - quasi-zerstörungsfrei, d.h., das Prüfverfahren selbst trägt zur Schädigung des Prüflings nichts bei, läßt sich aber nur

einsetzen, wenn dieser belastet, also letztlich doch geschädigt wird. Allerdings braucht die Testbelastung nicht kritisch zu sein.

Der Nutzen der hohen Auflösung hängt primär von der Frage ab, inwieweit die einzelnen Signale bestimmten Schadensmechanismen zugeordnet werden können. Die Probleme liegen dabei in der Berücksichtigung der komplizierten Schallübertragungseigenschaften des Materials CFK (hochgradige Anisotropie, Dispersion, Dämpfung usw.). Bis jetzt ist die Unterscheidung zwischen Faser(bündel)brüchen und matrixkontrollierten Mechanismen für einzelne Schallereignisse verifizierbar. Eine weitergehende Schadensklassifikation kann aufgrund makroskopischer SE-Verteilungen vorgenommen werden.

Im vorliegenden Bericht werden derartige SE-Verteilungen an Probestäben aus verschiedenen Laminaten, aber dem gleichen Material, ausgewertet. Die Auswertung der Häufigkeit von Schallereignissen und der Werte ihrer gemessenen Parameter, vor allem Energieverteilungen, zeigen Korrelationen zu Materialeigenschaften und Belastungsart auf. Dabei lassen sich Aussagen, die für das jeweilige Laminate bzw. die Belastungsform *typisch* sind, von solchen trennen, die die *individuellen* Eigenschaften des Prüflings beschreiben.

Inbesondere eignet sich die SEA zum Nachweis erster Schädigungen wie den plötzlichen Beginn des Einspringens von Rissen in der Harz. Mechanische Aufnehmer (z.B. Wegaufnehmer) nehmen diese Risse noch nicht wahr; in der Energieverteilung der Schallemissionen zeichnen sie sich dagegen deutlich ab. Dasselbe gilt für Schädigungen, die bei konstanter Belastung durch viskoelastisches Kriechen in der Probe entstehen. Auch die dem Bruch der Probe vorangehende Phase kann mittels SEA genauer analysiert werden. Hier spielen bei bestimmten Laminaten Faserbrüche eine beherrschende Rolle. Diese setzen akustische Energien frei, die sehr viel größer sind als bei Kohäsionsbruch in der Matrix (Risse, Delaminationen) oder Adhäsionsbruch zwischen Faser und Matrix (Debonding).

2. SCHALLEMISSIONS - MESSTECHNIK

Die Schallsignale werden von piezoelektrischen Sensoren in Spannungssignale umgesetzt. Die an den Stirnflächen des Piezokristalls (welche parallel zur Probenoberfläche liegen) abgegriffene Spannung ist der Auslenkung in Normalenrichtung proportional. Die Normalenrichtung entspricht der Polarisierungsachse des piezoelektrischen Dipols.

Wesentlich für die Analysierbarkeit der Schallemissionen ist, daß diese diskret, d.h. als Aufeinanderfolge einzelner Schalleignisse auftreten. Diese Ereignisse werden von der Elektronik dann abgetastet und ausgewertet.

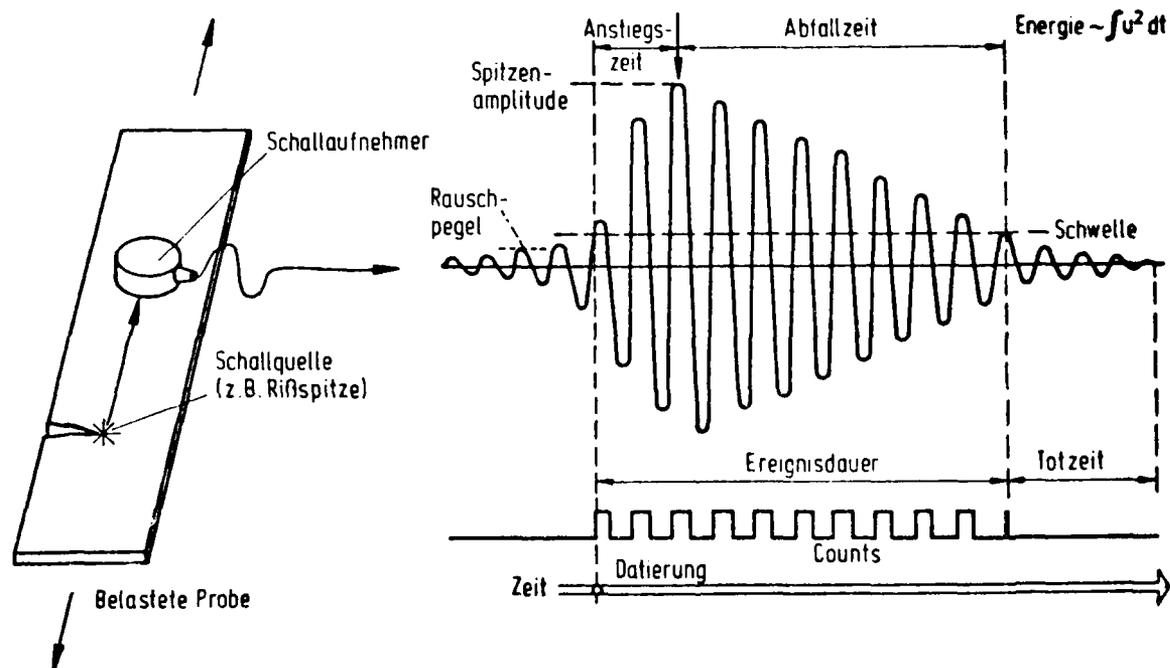


Bild 1. Abtastung der Schallemissionssignale

In Form einer abzählbaren Folge von Ereignissen, denen jeweils bestimmte Parameterwerte zugeordnet sind, gewinnt die Datenmenge eine analysierbare Struktur. Wenn die Ereignisse zu einem Quasi-kontinuum von Geräuschen zusammenwachsen, nimmt die Möglichkeit

der Korrelation mit mechanischen Phänomenen und damit die gewinnbare Informationsmenge entscheidend ab.

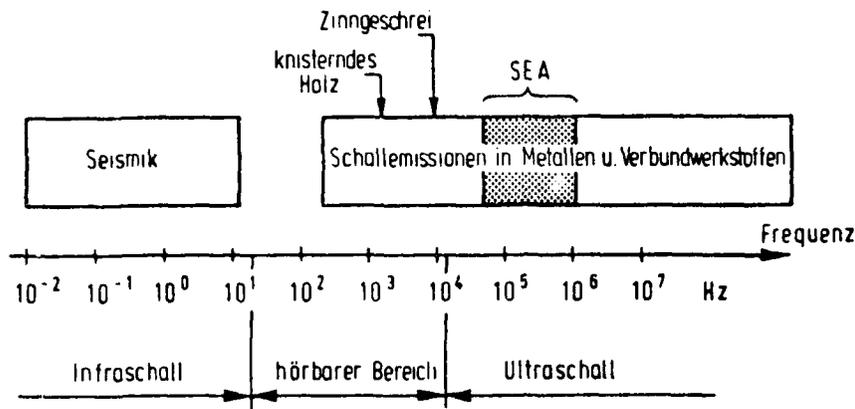


Bild 2. Frequenzbereich der Schallemissionsanalyse

Bild 2 zeigt schematisch den Frequenzbereich der akustischen Emissionen von Festkörpern. Er ist außerordentlich breit und beginnt im hörbaren Bereich, wobei die Abgrenzung gegenüber den noch tieferen Frequenzen mechanischer Schwingungen des Bauteils, die man nicht mehr als Schall bezeichnen will, mehr oder weniger willkürlich bleibt. Auch nach oben gibt es keine feste Grenze, aber extrem hohe Frequenzen werden normalerweise nur von einzelnen Schallquanten (Phononen), nicht jedoch von makroskopischen Schallwellen erreicht. Für die Schallemissionsanalyse an CFK ist ein mittlerer Bereich von etwa 100 kHz bis 1-2 MHz interessant. Unterhalb davon ist der Anteil der Störgeräusche aus der Umwelt recht hoch; bei wesentlich höheren Frequenzen nimmt die Signalamplitude rasch ab. Die Eingrenzung dieses Bandes erfolgt mittels geeigneter Filter. Die in diesem Bericht diskutierten Versuche wurden mit Sensoren gemacht, deren Resonanzkurve bei 150 kHz ein Maximum besitzt. Für die Frequenzanalyse muß die Aufnahme allerdings breitbandig erfolgen.

Bei Angabe der Frequenz ist stets das Intensitätsmaximum der Frequenzverteilung eines Schallsignals gemeint, die immer eine erhebliche Breite aufweist. Auch besteht das Schallsignal im allge-

meinen aus mehreren Wellenmoden mit jeweils anderer Dispersionsrelation usw., so daß eine analytische Behandlung der Wellenausbreitung hier nicht in Frage kommt. Jedoch sind die durch die starke Anisotropie des Materials CFK hervorgerufenen Effekte bei der Interpretation der Ergebnisse zu berücksichtigen.

Die Schallemissionstechnik ist in den letzten Jahren entscheidend verbessert worden. Während Geräte älterer Bauart meist nur die Ereignissummen und -raten registrieren oder lediglich die Überschreitungen einer festgelegten Schwelle durch die Signalspannung zählen (sog. counts), tasten modernere Anlagen die akustischen Signale bezüglich mehrerer Parameter ab, wie oben beschrieben. Eine große Zahl von Versuchen ist von Awerbuch unter Assistenz des Verfassers an einer Anlage vom Typ

Dunegan - Endevco DE 3000

durchgeführt worden [1-11]. Für weitergehende Untersuchungen steht seit 1982 die in Bild 3 dargestellte mikrocomputergestützte Anlage

Physical Acoustics PAC 3000/3004

zur Verfügung. Alle Tests mit hoher Auflösung und alle Energiemessungen wurden mit dieser Anlage durchgeführt.

Die mit den piezoelektrischen Sensoren (vgl. dazu z.B. [12]) aufgenommenen Schallsignale werden rauscharm verstärkt und dann bezüglich der in Bild 1 dargestellten Parameter abgetastet: (Spitzen-)Amplitude, Ereignisdauer, Counts (Zahl der Schwellenüberschreitungen), Anstiegszeit und Energieinhalt. Die Energie wird durch Abtastung der Signalform bestimmt. Die Ereignisse werden numeriert, auf der Zeitskala datiert und mit gleichzeitig gemessenen Werten mehrerer externer Parameter korreliert. Außerdem werden die Laufzeitdifferenzen eines Signals zu den verschiedenen Aufnehmern (4 parallele Kanäle) registriert.

Die Daten werden digitalisiert und auf einen Datenbus gegeben, von wo sie in der Regel unmittelbar auf Floppydisks geschrieben werden. Von dort können sie zwecks Aufbereitung stets wieder abgerufen und zu Listen, grafischen Verteilungen usw. weiterverarbeitet werden. Eine begrenzte Anzahl von Diagrammen kann man auch

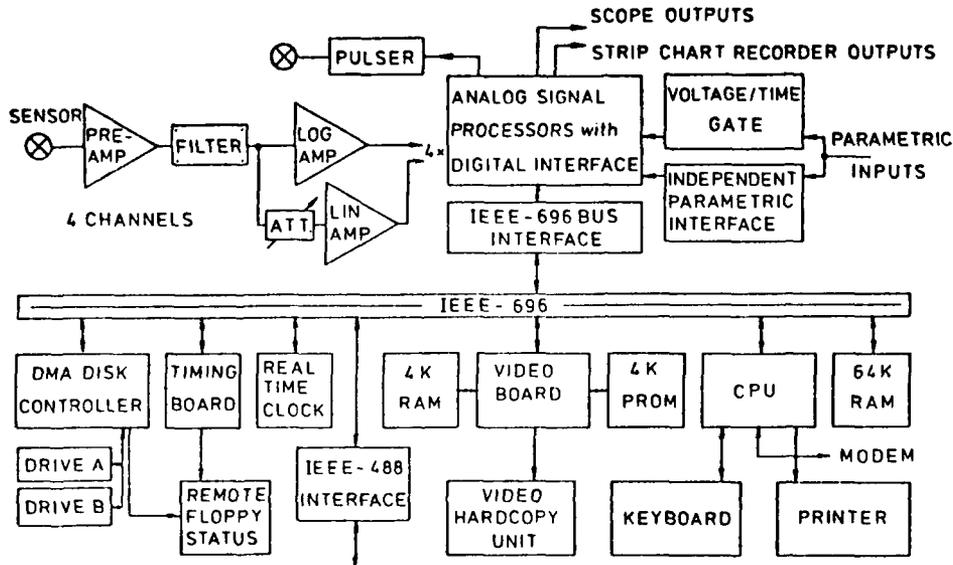
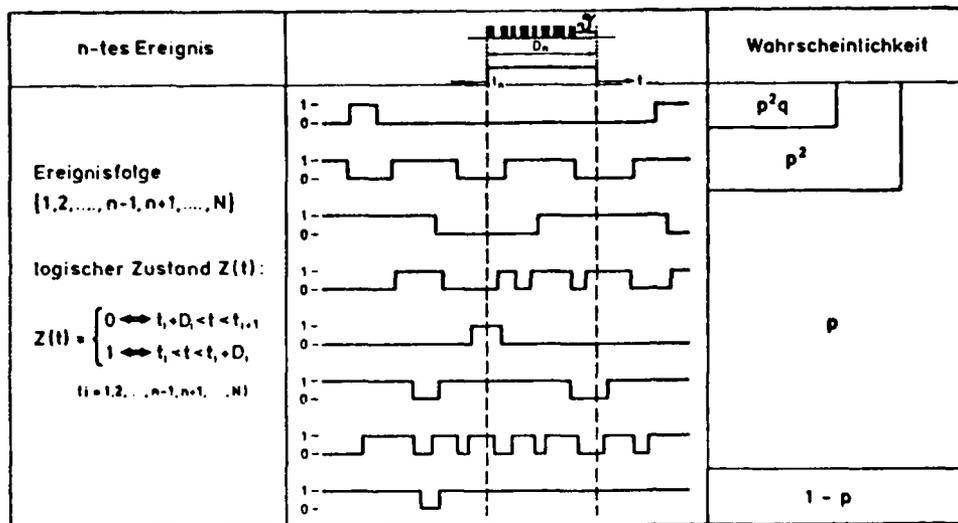


Bild 3. Schallemissionsanlage PAC 3000/3004

on-line während des Versuchs auf dem Bildschirm verfolgen. Zusätzlich können noch Frequenzinhalt und Signalform der Eingangssignale analysiert werden, wenn diese mit dem Transientenrekordereinschub aufgezeichnet und mittels FFT-Algorithmen (schnelle Fouriertransformation) ausgewertet werden.

Vor der Diskussion von Versuchsergebnissen muß das Problem der eindeutigen Korrelation zwischen Schallausbrüchen (bursts) im Werkstoff und den registrierten Ereignissen diskutiert werden. Es ist zu fordern, daß jedes registrierte Schallereignis genau einem verursachenden "Mikroprozeß", z.B. einem Faserbruch, zugeordnet werden kann, wobei die richtige Interpretation des Ereignisses dann Sache der weiteren Analyse ist.

Die Eindeutigkeit dieser Zuordnung kann bei hohen Datenraten empfindlich gestört sein, wenn nämlich die Wellenpakete von verschiedenen Quellen sich zeitlich derart überlappen, daß das System sie als 1 Ereignis auffaßt. Die SE-Anlage kennt bezüglich der Schallereignisse nur die zwei Zustände "Ereignis" und "kein Ereignis", die formal als Zustandsfunktion $Z(t)$ mit den möglichen Werten 1 und 0 bezeichnet werden soll (siehe Bild 4). Überschrei-



Def.: p = Wahrscheinlichkeit für $Z(t) = 0$ für beliebiges t
 q = Wahrscheinlichkeit für das Nichtauftreten des Falles $t_i < t_{i+1} < t_{i+1} + D_{i+1} < t_i + D_i$
 (vollst. Überdeckung)

Bild 4. Zur Eindeutigkeit der Schallereignismessung

tet die Signalspannung U die eingestellte Schwelle (wird also ein Count erzeugt), so wird $Z(t)=1$ und fällt erst dann wieder auf 0 zurück, wenn nach dem letzten Count noch eine gewisse vorher eingestellte Totzeit δ verstrichen ist. Liegen nun die Emissionen sehr dicht, so bleibt fast ständig $Z(t)=1$, d.h. die Zählrate der Ereignisse nimmt stark ab, die gemessene Ereignisdauer wächst sprunghaft an.

Betrachtet man ein willkürlich aus einer Folge von N Ereignissen herausgegriffenes (Nummer n), so wird dies richtig registriert genau dann, wenn die durch die anderen Ereignisse definierte Zustandsfunktion an seinem Anfang und an seinem Ende gleich 0 ist (Wahrscheinlichkeit dafür sei jeweils p) und wenn kein anderes Ereignis vollständig durch das n -te überdeckt wird (Wahrscheinlichkeit q). Solange die N Ereignisse über das Zeitintervall, in dem sie auftreten, statistisch gleichverteilt sind, ergibt das Produkt der o.a. Wahrscheinlichkeiten den Erwartungswert ϕ für eine richtige Korrelation, also für eine korrekte Ereigniszählung.

Die Wahrscheinlichkeit p kann man aus der im betrachteten Zeitintervall T gemessenen Summe der Ereignisdauern D_i bestimmen. Es ist nämlich

$$p = 1 - \frac{1}{T} \left(\sum_{i=1}^{n-1} D_i + \sum_{i=n+1}^N D_i \right) \approx 1 - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^N D_i \quad (N \gg 1)$$

$$\Phi = p^2 q = q \left(\frac{1}{T^2} \left(\sum_{i=1}^N D_i \right)^2 - \frac{2}{T} \sum_{i=1}^N D_i + 1 \right)$$

(zu den Bezeichnungen vgl. Bild 4). Die Wahrscheinlichkeit q läßt sich nur mit relativ hohem Rechenaufwand abschätzen. Da sie aber per def. höchstens gleich 1 ist und Φ dann ein Maximum annimmt, ist es sinnvoll, als notwendiges (aber i. allg. nicht hinreichendes) Kriterium für die Korrektheit der Messung zu fordern, daß

$$\Phi_{\max} = \Phi_{q=1} \approx 1$$

Die Kontrolle der Korrelation der registrierten Schallereignisse mit den verursachenden diskreten Schadensereignissen ist unverzichtbar. Bei der Durchführung der in den Berichten [1-9] dokumentierten Versuche standen entsprechende Programme noch nicht zur Verfügung. Der größte Teil der dort aufgezeigten Schallereignis-Summenkurven ist im Bereich kurz vor dem Bruch der jeweiligen Probe verfälscht, wie Nachmessungen ergeben haben. Dort ist deutlich $\Phi < 1$.

Bei den mit der PAC 3000/3004 - Anlage durchgeführten Messungen der SE-Energie konnte dieser Fehler nicht mehr auftreten, da die im Intervall T freigesetzte Energiesumme

$$E = \sum_{i=1}^N \left(\int_{t_i}^{t_i+D_i} u^2(t) dt \right)$$

von der Zählung der Ereignisdauern D_i unabhängig ist.

Die lineare Ortung der Schallquellen längs der Probestablänge L kann durch Messung der Laufzeitdifferenz $t_A - t_B$ der Schallsignale bezüglich der beiden Sensoren A und B erfolgen (vgl. [13]). Die Ortslinien gleicher Laufzeitdifferenz sind bei isotroper Schallgeschwindigkeit c Hyperbeln (siehe Bild 5), die die Probenlängsachse in je einem Punkt schneiden. Dieser Schnittpunkt bleibt erhalten, wenn die Ortslinien wegen der tatsächlichen starken Anisotropie der Schallgeschwindigkeit bei CFK-Laminaten seitlich auch von der Hyperbelform abweichen, da c längs der Achse \overline{AB} als konstant angenommen werden kann.

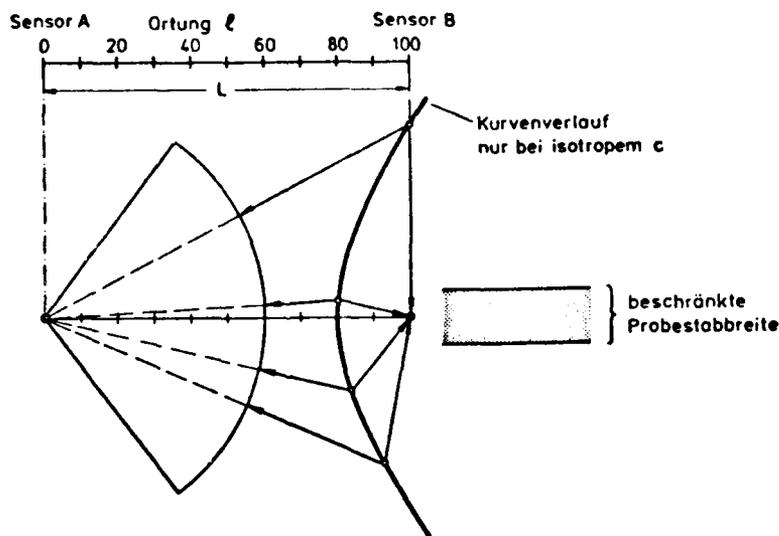


Bild 5. Zur linearen Ortung von Schallereignissen

Der Ortungswert ℓ in Prozent der Länge L zwischen den Sensoren A und B ergibt sich zu

$$\ell = 100 \left(\frac{c}{2L} (t_A - t_B) + \frac{1}{2} \right)$$

Bild 6 verdeutlicht den Einfluß der Dämpfung: Bei angenommener Gleichverteilung der Ereignisse über der Probenlänge nimmt die Zahl der registrierten Ereignisse mit zunehmender Entfernung x von der Probenmitte ab, so daß sich statt einer horizontalen eine

durchgebogene Verteilungskurve ergibt. Bei $[\pm 45^\circ]$ -Proben wurden derartige Verteilungen, wie zu erwarten, auch tatsächlich gemessen. Dieser Effekt hängt von der Verteilungsfunktion $f(U)$ der "ungedämpften" Amplituden U sowie vom Betrag der Dämpfung längs $L/2 + x$, $L/2 - x$ ab, welche die Lage der Registrierschwellen $S_{A,B}(x)$ bezüglich $f(U)$ bestimmt. Nur der Bereich $U \geq S_A(x)$ in Bild 6 entspricht den tatsächlich georteten Schallereignissen.

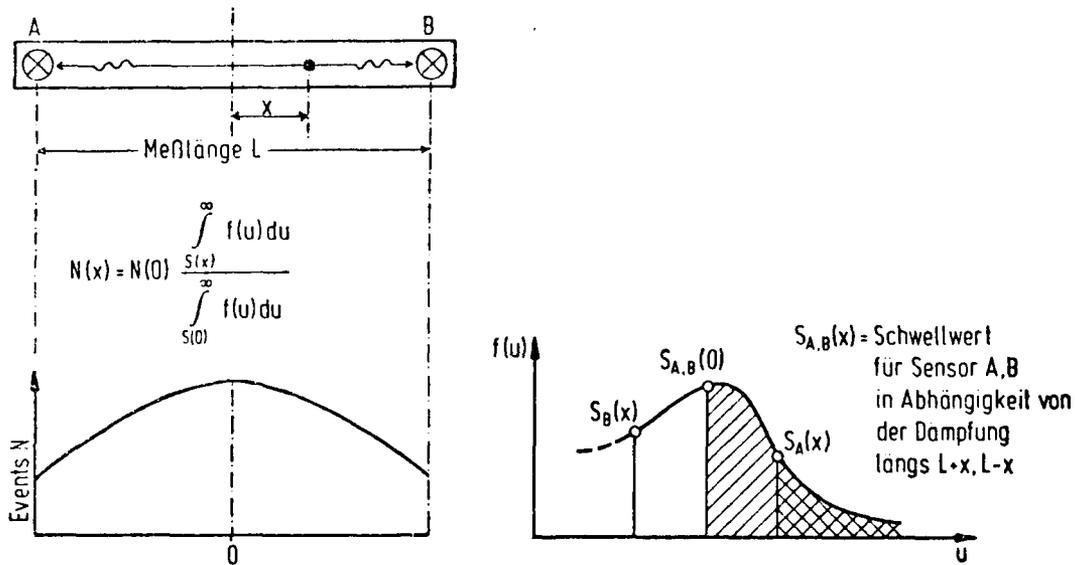


Bild 6. Einfluß der Dämpfung auf die räumliche Verteilung der registrierten Ereignisse

Der Einfluß meßtechnischer Effekte und der der Schallschwächung durch Dämpfung im Werkstoff war bei der Auswertung stets zu berücksichtigen.

3. PROBENÜBERSICHT

Es wurden Versuche an Probestäben aus folgenden Laminaten¹⁾ ausgewertet:

$[0^\circ]_8$	ungekerbt und gekerbt statische Zugversuche langsame zyklische Belastung
$[\theta]_8$	off-axis-Winkel $\theta=2.5^\circ \dots 20^\circ$; ungekerbt statische Zugversuche
$[\pm 45^\circ]_{2s}$	ungekerbt statische Zugversuche langsame zyklische Belastung
$[0^\circ 90^\circ]_{2s}$	und Variationen der Lagenfolge; ungekerbt statische Zugversuche langsame zyklische Belastung
$[0_2 +45 0_2 -45 0 90]_s$	gekerbt und ungekerbt statische Zugversuche langsame zyklische Belastung

Die Lamine waren aufgebaut aus:

Fasern : Torayca T 300, hochfest

Harz : Ciba 914 C

Zusätzlich wurden zum Vergleich einige Reinharzproben getestet.

¹⁾ Die Lamine halten sich in dem im Proposal des Instituts zum ESTEC/Contract No. 4825/81/NL/AK (SC) angegebenen Rahmen

4. AUSWERTUNG DER VERSUCHE

4.1 Detektion erster matrixkontrollierter Schädigungen

Die ersten Schädigungen in CFK-Laminaten sind generell matrixkontrolliert. (Faserversagen tritt unter reiner Zugbeanspruchung erst bei höheren Lasten bzw. unter schwingender Belastung erst nach vorherigem *pull-out* als Knickbruch auf). Also sind Kohäsionsbrüche im Harz (Mikrorisse) oder Adhäsionsbrüche zwischen Harz und Faser die ersten anhand akustischer Emissionen feststellbaren Schädigungen.

Bei Reinharzproben wurden diese Emissionen erst viel näher der Versagensbeanspruchung gemessen als bei CFK-Laminaten: die im unverstärkten Zustand relativ große Bruchdehnung der Harze kann im Laminat nicht erhalten bleiben, da durch das Vorhandensein der Fasern stets ein komplizierter Spannungszustand entsteht und die Duktilität der Probe grundsätzlich vermindert wird. Dadurch kommt es schon bei geringer Belastung des Probestabes zu örtlichem Versagen. Ein Bruchteil der dabei freigesetzten Energie wird in die Schallemissionssensoren dissipiert (zur quantitativen Abschätzung siehe Anhang).

In den von Awerbuch und d. Verf. durchgeführten Versuchen war jeweils ein *AE initiation*-Punkt gefunden worden. In einigen Kontrollversuchen wurde nun zunächst überprüft, ob sich diese Punkte mit der verbesserten PAC-Anlage verifizieren ließen. Dies war der Fall außer bei den $[0^\circ|90^\circ]$ - und den $[\pm 45^\circ]$ -Proben. Die in Kap. 3 diskutierten und bei der alten DE-3000-Anlage aufgetretenen Korrelationsfehler in der Ereigniszählung spielen bei den ersten Schädigungen wegen der niedrigen Datenrate noch keine Rolle. Daher konnten die damit erzielten Meßergebnisse für die Auswertung hinsichtlich erster Schädigungen noch herangezogen werden:

Nach [1, 4, 5] liegt der Einsatz erster Schallemissionen bei unidirektionalen Probestäben wie folgt (Werte gerundet):

			F_{init}	F_{ult}	F_{init}/F_{ult}
$[0^{\circ}]_8$	Innenkerbe	12.5mm	2 kN		
$[0^{\circ}]_8$	" "	7.5mm	3 kN		
$[0^{\circ}]_8$	" "	2.5mm	5.5 kN		
$[0^{\circ}]_8$	ungekerbt		13.5 kN	40 kN	0.34
$[5^{\circ}]_8$	off-axis		12 kN	21 kN	0.57
$[7.5^{\circ}]_8$	" "		10 kN	16 kN	0.63
$[10^{\circ}]_8$	" "		9 kN	12.5 kN	0.72
$[15^{\circ}]_8$	" "		7.2 kN	8.3 kN	0.86
$[20^{\circ}]_8$	" "		5.4 kN	5.8 kN	0.93

Da bei Versuchen mit $[0^{\circ}|90^{\circ}]$ -Proben bei unterschiedlichen Temperaturen und Feuchtigkeiten (Proben 576/1 ff. in den Tests AE012 - AE021) Abweichungen beim Einsetzen erster Emissionen gegenüber den in [3] dokumentierten Messungen gefunden worden waren, wurde eine entsprechende Meßreihe mit hoher Auflösung gefahren:

Test	Probenr.	F_{init} [kN]	F_{ult} [kN]	F_{init}/F_{ult}
AE217	942/1	2.58	18.41	0.14
AE218	942/2	3.90	19.00	0.21
AE219	942/3	2.62	19.29	0.13
AE220	942/4	3.04	18.67	0.16
AE221	942/5	2.97	18.92	0.16
AE222	942/6	3.40	18.61	0.18
AE223	942/7	2.86	19.05 *	0.15
AE224	942/8	5.2 (!)	19.54 *	0.26 (!)
AE225	942/9	3.61	19.20 *	0.19
AE226	942/10	3.20	19.35 *	0.17
AE227	942/11	nicht auswertbar wegen Meßfehler		
AE228	942/12	2.77	18.85 *	0.15
AE229	942/13	3.45	18.48 *	0.19

Die mit * bezeichneten Werte sind die Bruchlasten bei *Felicity*-Versuchen (langsame zyklische Belastung)

Aus dem Standardlaminat $[0_2|+45|0_2|-45|0|90]_8$ gefertigte Proben mit Innenkerbe zeigen Schallemissionen ab Belastungsbeginn; ohne

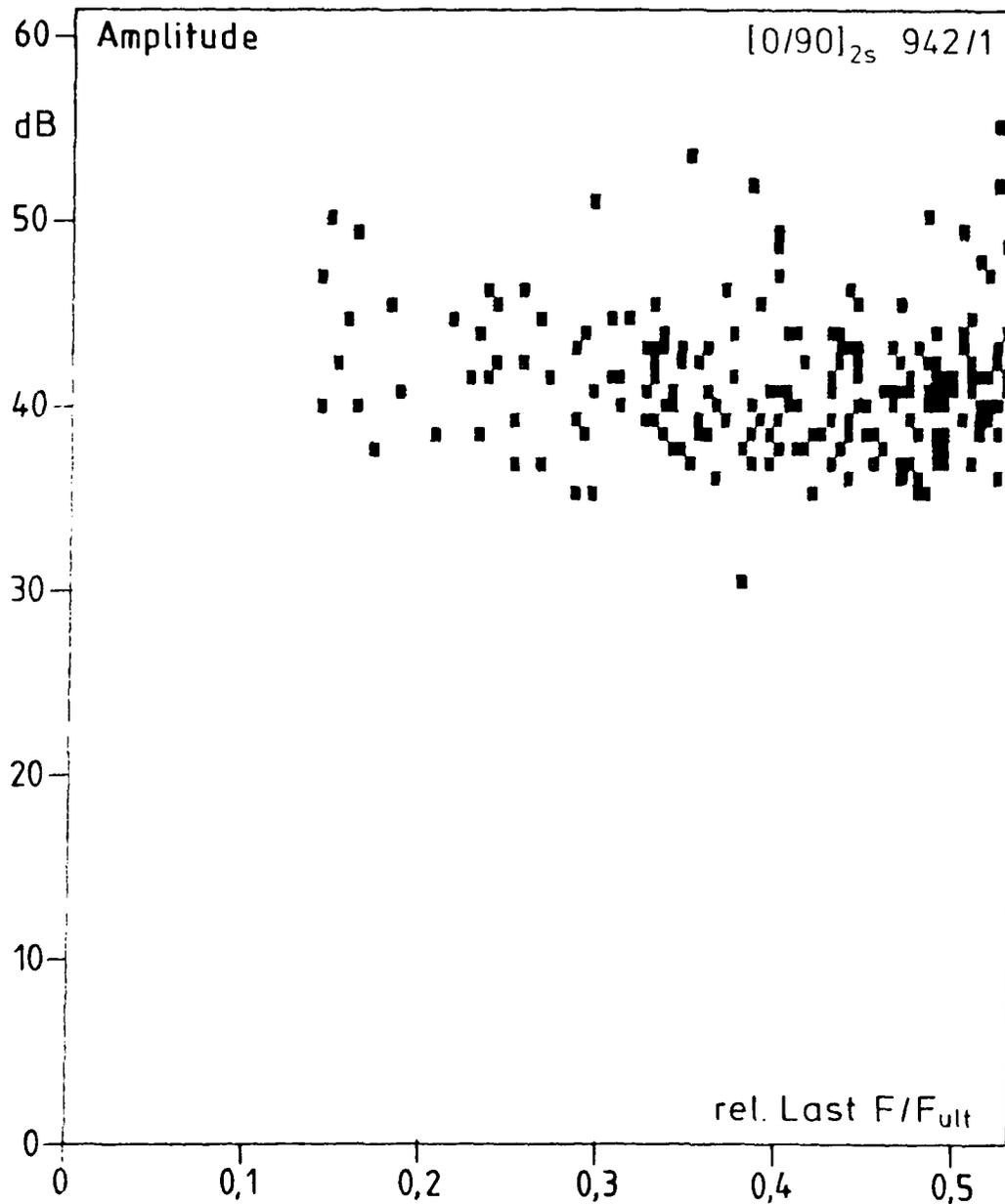


Bild 7. Erste Schallereignisse bei quasistatischer Belastung

Kerbe treten die ersten Emissionen bei $F/F_{ult} \approx 0.3$ auf [6]. Bei $[\pm 45^\circ]$ -Proben ist die Festlegung des Schädigungsbeginns anhand erster Schallemissionen fragwürdig. Die in [2] dargestellten Werte (Emissionsbeginn bei 3 - 3.5 kN, Bruchlast = 5 kN) beruhen auf der hier problematischen Wahl der Diskriminatorschwelle. Die Faserlagen verdrehen sich aber von Anfang an gegeneinander und erzeugen dabei Schallemissionen wachsender Amplitude (Eichversuch AE195-4, 270/10: kein scharfer Übergang zwischen

Untergrundgeräusch und diskreten Emissionen von "echten" Schädigungen).

Der Ort der ersten Schädigungen entspricht bei Probestäben mit Innenkerbe (bei 50% der Stablänge) im wesentlichen $\bar{\ell}=50$. Bei ungekerbten Proben ist keine Systematik erkennbar, wie folgende Aufstellung der jeweils ersten 10 Ereignisse von 5 Tests zeigt:

Test-Probe (Lam)	Ortung ℓ_i ($i=1, \dots, 10$)	$\bar{\ell}$	s
↓ ungekerbt ↓			
AE081-n.gek. (1)	04 04 29 78 35 80 83 56 66 17	45.2	31.3
AE213-596/1 (2)	90 32 58 33 26 24 17 89 26 69	46.4	27.8
AE223-942/7 (3)	16 30 41 67 99 99 43 23 76 70	56.4	30.1
↓ gekerbt ↓			
AE231-263/11 (1)	52 55 54 47 55 58 20 54 55 61	51.1	11.5
AE230-274/14 (2)	51 48 48 65 49 51 47 49 49 48	50.5	5.3
Laminat (1)=[0°] ₈ (2)=Standardlam. (3)=[0° 90°] _{2s}			

Hierbei ist $s = \sqrt{s^2}$ die Standardabweichung, die aus der Varianz

$$s^2 = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (\ell_i - \bar{\ell})^2$$

bestimmt wurde. (Ohne den "Ausreißer" $\ell_7=20$ bei AE231 ist dort die Standardabweichung ebenfalls $s=5.3$ wie bei AE230).

Die Bestimmung des Auftretens erster Schädigungen mittels SEA ist nützlich vor allem, weil sich diese bei Laminaten aus Endlos-Kohlefasern nicht durch deutliche Änderungen des Spannungs/Dehnungs - Verlaufs im Sinne des "Puck'schen Knies" (vgl. [14]) bemerkbar machen. Eine quantitative Rückrechnung von den aufgenommenen Schallwellen auf den verursachenden Schädigungsprozeß (Rißspitze) wird wegen der komplizierten Werkstoffstruktur noch nicht beherrscht, obwohl vergleichbare Ansätze für isotrope Werkstoffe existieren (z.B. [15]).

4.2 Verfolgung des Schadensfortschritts bis zum Bruch

Unter linear steigender Zugbelastung wachsen die Schädigungen im Innern der Probe rasch an. Durch Messung insbesondere der in den Schallemissionen enthaltenen Energien kann die insgesamt freigesetzte elastische Energie und damit das Ausmaß des Schadenswachstums beurteilt werden.

Ein Beispiel zeigt das folgende Bild:

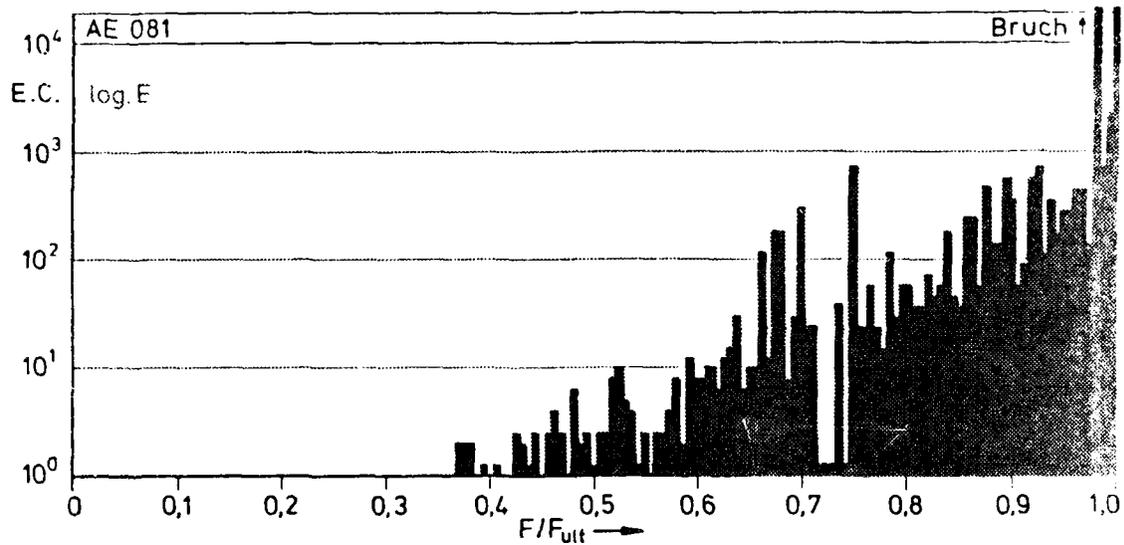


Bild 8. Schallemissionsenergien einer $[0^\circ]_8$ -Probe unter Zugbelastung (in log. Energy-Counts)

Verteilungen wie die in Bild 8 dargestellte können noch um Größenordnungen genauer aufgelöst und ausschnittsweise dargestellt werden. Ihr Verlauf ist auch bei gleichartigen Proben unter identischen Versuchsbedingungen nicht reproduzierbar gleichförmig, was auf den starken Einfluß *individueller* Eigenschaften der einzelnen Proben bzw. die Irreversibilität des Schädigungsprozesses hinweist. Ein alle Laminattypen übergreifendes Charakteristikum ist allerdings die im unteren Lastbereich ($F \approx F_{init} \ll F_{ult}$) häufig exponentielle Grundform der Ereignis- und Energiesummenkurven. Dies ist konsistent mit der Annahme, daß das Fortschreiten der Schäden und damit der Schallemissionen hier vor allem vom Ausmaß der schon *vorhandenen* Defekte abhängt:

Reinharztest : Energie / Zeit (sec)
Zugbelastung zeitProportional

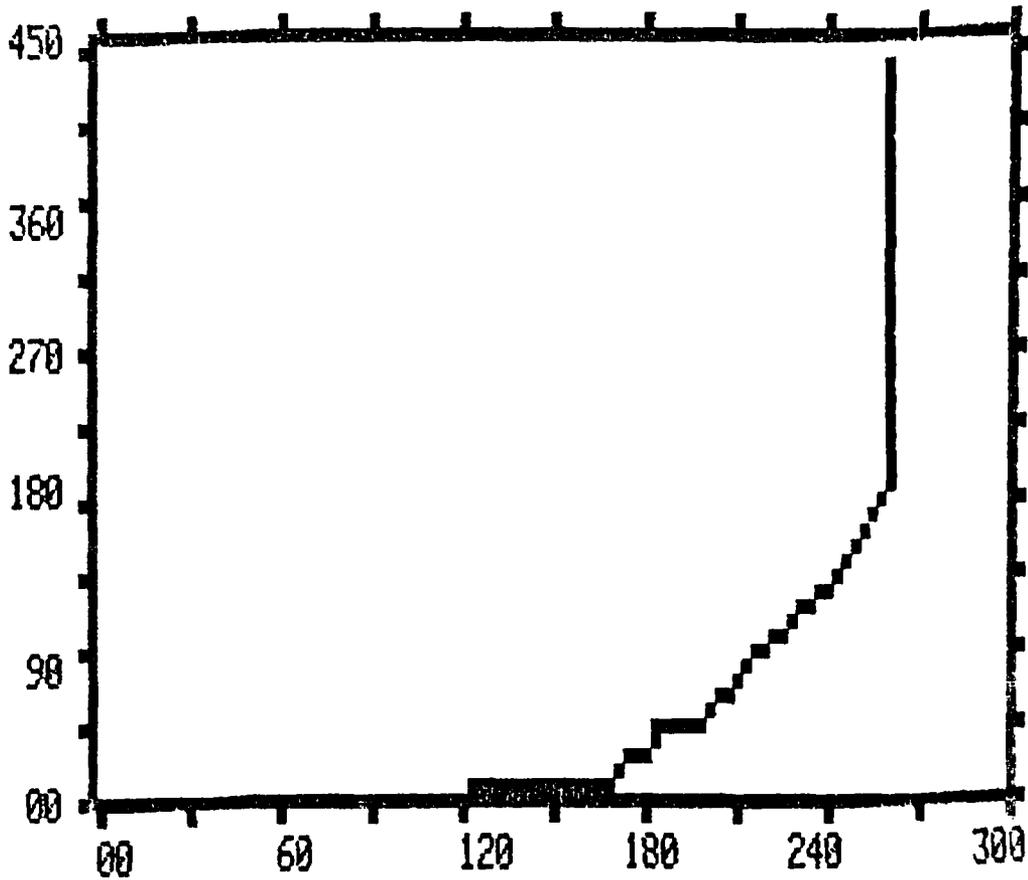


Bild 9. SE-Energiesumme einer Reinharzprobe

AE231 Probe 263/11: Energie / Last
UD-Laminat gekerbt

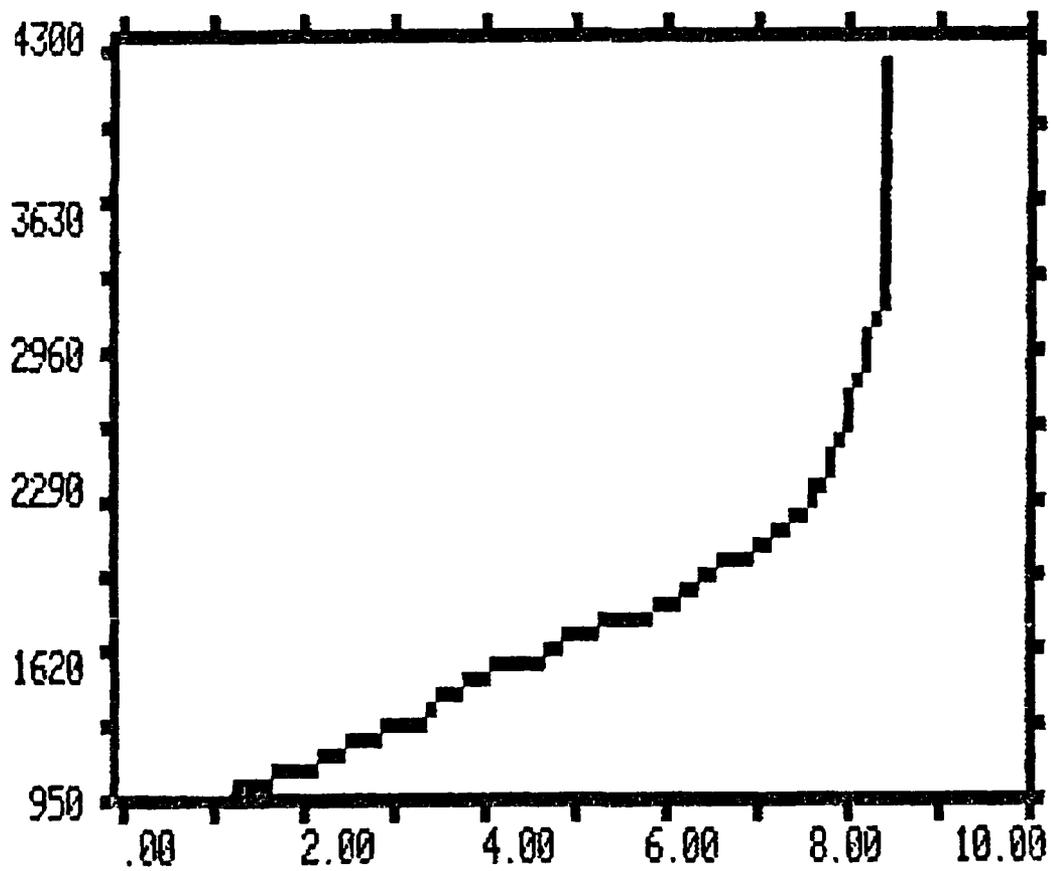


Bild 10. SE-Energiesumme einer gekerbten $[0^\circ]_8$ -Probe

AE018 Probe 576/8 : Energie / Last

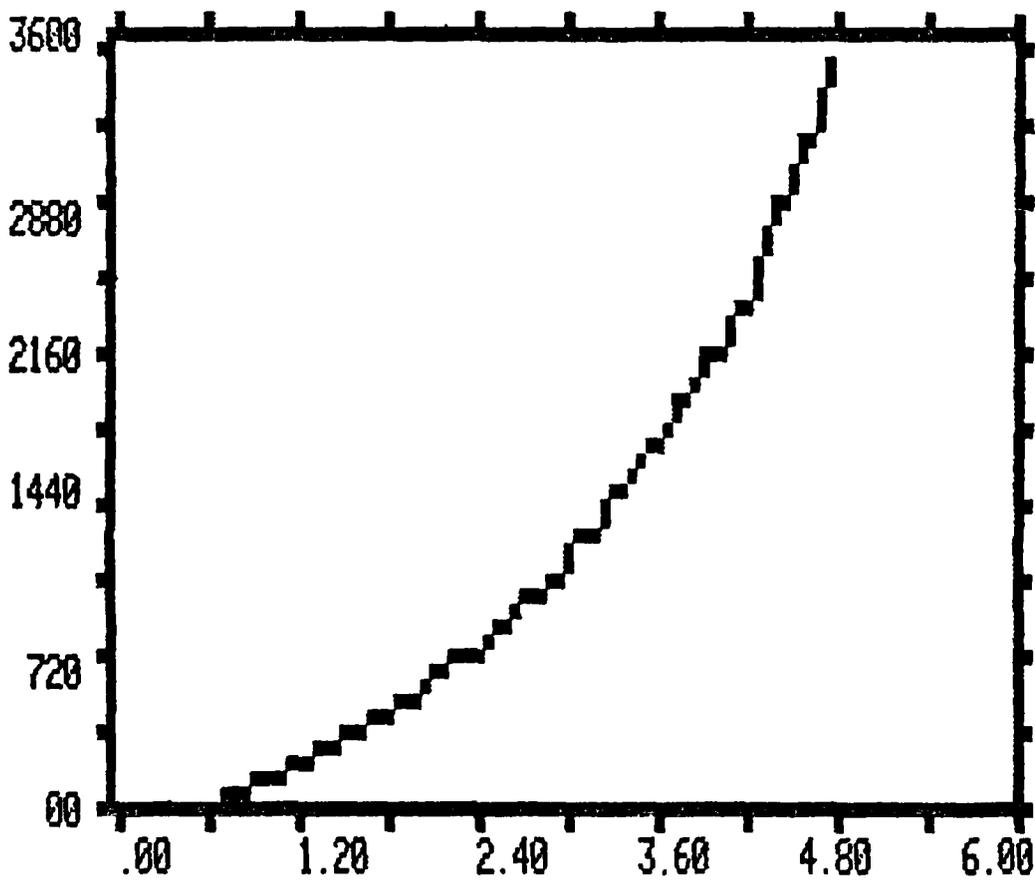


Bild 11. SE-Energiesumme einer $[0^\circ/90^\circ]_{2s}$ -Probe

AE213 Probe 596/1 : Energie / Last
Standardlaminat ungekerbt

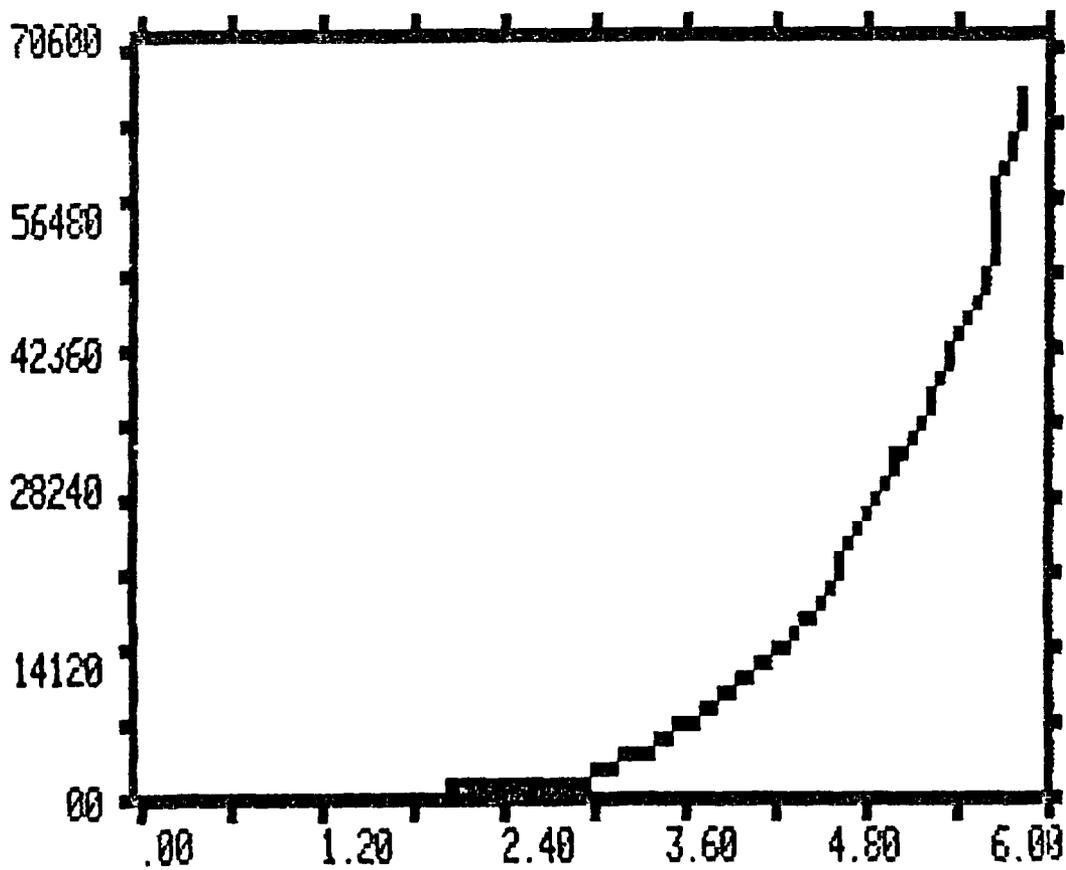


Bild 12. SE-Energiesumme einer Standardlaminat-Probe

Je nach Laminat setzen die zunächst angenähert exponentiell verlaufenden Energiesummenkurven bei unterschiedlich hohen Belastungen ein (vgl. 4.1). Mit zunehmender Last wird die Rate der freigesetzten akustischen Energien immer unregelmäßiger, wenn auch global größer. Dies muß als typisch für das Material CFK hingegenommen werden. Die Verfolgung des Schadensfortschritts mit hoher Auflösung ist bei Kurzzeit - Zugversuchen nur im jeweiligen Einzelfall sinnvoll.

Wesentlich einheitlicher läßt sich die Zerrüttung der Proben bei langsamer Ermüdungsbelastung charakterisieren. Gegenüber der linear steigenden Zugbelastung werden zwei weitere Mechanismen wichtig:

Der Dehnungsverlauf $\varepsilon(\sigma, t)$ von Faserverbunden wird jenseits des elastischen Bereichs von zwei ε -Komponenten bestimmt, die zum viskoelastischen Kriechen bzw. zum viskoplastischen Fließen führen (vgl. z.B. [16]). Zeitproportional fortschreitendes Fließen spielt außer bei Reinharzen keine Rolle in Kurzzeitversuchen. Wenn jedoch $\sigma(t)$ ein relatives Maximum durchläuft oder festgehalten wird, verursacht das viskoelastische Kriechen des Werkstoffs in eine asymptotisch angestrebte Ruhelage weiteres Schadenswachstum und damit Schallemissionen. Mit zunehmender Zerrüttung trägt Rißuferreibung als zweiter Mechanismus zu den Schallemissionen unterhalb der jeweils erreichten Maximallast bei.

Das in Bild 13 erklärte Felicity-Verhältnis R (Index z=Zyklus)

$$R_z = F_{AE,z}/F_{max,z} = \sigma_{AE,z}/\sigma_{max,z} \leq 1$$

ist ein phänomenologisches Maß für den Schädigungs- bzw. Zerrüttungszustand der Probe. Averbuch fand für Belastungsverläufe mit wachsendem $F_{max,z}$ eine monotone Abnahme von $R=1$ bis $R=0.8$ für alle getesteten Laminat und stellte eine Abhängigkeit der Schalleignisrate pro Zyklus von der erreichten Maximallast $F_{max,z}$ bzw. -spannung $\sigma_{max,z}$ und der Steigerung gegenüber $F_{max,z-1}$ fest [10].

Um diesen Zusammenhang interpretieren zu können, wurden Versuche zur Verfolgung der im z-ten Zyklus freigesetzten Energie E_z in Abhängigkeit von $F_{max,z}$ und $F_{max,z}/F_{max,z-1}$ durchgeführt. Die

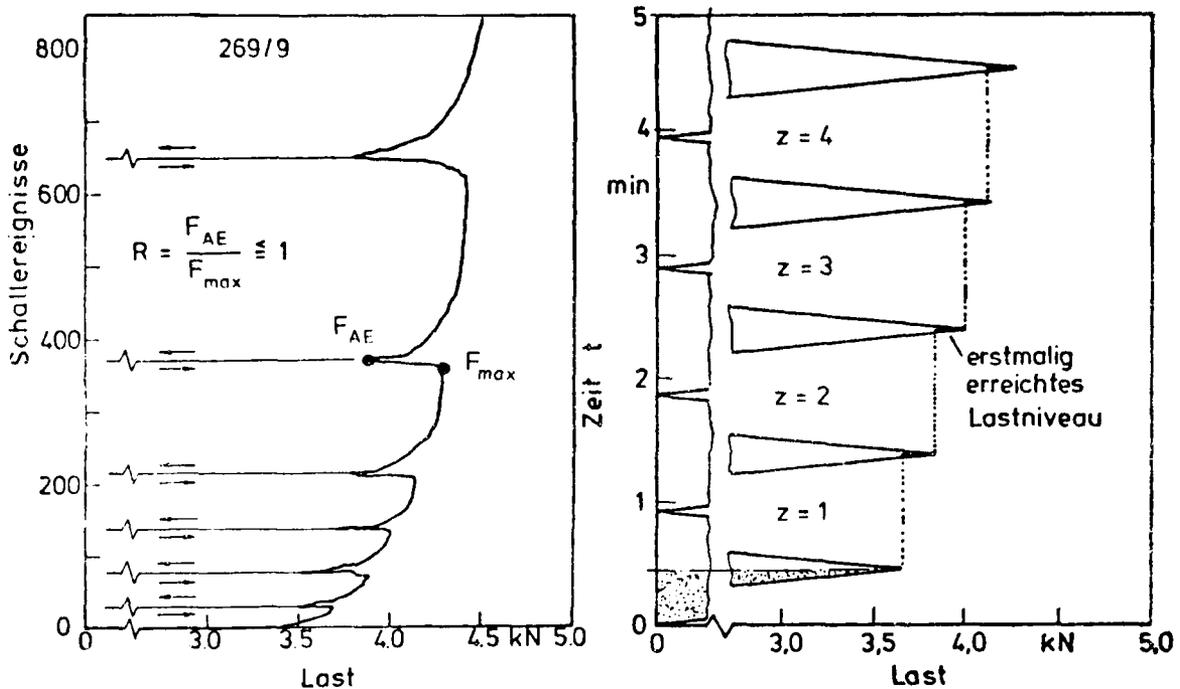


Bild 13. Felicity - Effekt

Energie ist aus in Kap.2 diskutierten Gründen ein geeigneterer Parameter als die Schallereignisrate.

Da diese Messungen zunächst unsystematisch durchgeführt wurden, um geeignete Versuchsbedingungen zu erproben, steht bisher erst ein Satz von 4 zusammenhängenden Tests (AE224,225,226,228) für die rechnerische Auswertung zur Verfügung. Diese stimmen bezüglich Probenotyp ($[0^\circ|90^\circ]_{2S}$, 942/8,9,10,12), Belastungsrate (Instron Prüfgeschwindigkeit 5 mm/min) und AE-Versuchsparametern überein. Das Verhältnis $F_{max,z}/F_{max,z-1}$ wurde variiert (siehe folgende Seite).

Es stellte sich heraus, daß die Energierate pro Belastungszyklus ohne statistisch verifizierbare Tendenz schwankt, solange $(F_{max,z} - F_{max,z-1})/F_{max,z} \ll 1$ ist. Der Betrag der nach 30 Zyklen gemittelten Differenz $\bar{\Delta E}$ ist klein. Die Annahme liegt nahe, daß hier Reibgeräusche dominieren, die durch zunehmende "Glättung" der Reibufer usw. schwächer werden. Dagegen ist $\bar{\Delta E}$ bei 10% Laststeigerung pro Zyklus (AE228) deutlich positiv und zeigt

erwartungsgemäß den Schadensfortschritt unter wachsender Zugbelastung an:

E_z = Schallenergie im z-ten Zyklus (Lastspiel) in *Energy-Counts*

$$\Delta E = E_z - E_{z-1}$$

Test Nr.	AE 224	AE 225	AE 226	AE 228
$\frac{F_{\max, z}}{F_{\max, z-1}}$	1.01	1.02	1.05	1.10
$F_{\max, 0}$ [kN]	8.0	8.0	8.0	8.0
Energie	E_z	E_z	E_z	E_z
	ΔE	ΔE	ΔE	ΔE
z = 1	844	711	1522	6340
	-237	-63	+103	+471
z = 2	607	648	1625	6811
	-35	+226	-171	-962
z = 3	572	874	1454	5849
	-309	-171	-738	+1743
	↓	↓	↓	↓
	$\overline{\Delta E} =$	$\overline{\Delta E} =$	$\overline{\Delta E} =$	$\overline{\Delta E} =$
	-24	-119	+186	+2017
	gemessen bis z = 30		Bruch z = 19	Bruch z = 9

Weitere Tests mit mehr Zyklen sind erforderlich, um die Mechanismen trennen und quantitativ beurteilen zu können, die bei derartigen Versuchen zur akustischen Energiesumme beitragen.

4.3 Faserbündelbrüche und Probenversagen

Die Schädigungsmechanismen in CFK sind mit verschiedenen Bereichen der SE-Amplitude verknüpft [17,18,19,20]. Der gemessene Amplitudenabstand zwischen Faserbündelbrüchen und matrixkontrollierten Mechanismen ist so groß (bis zu 50 dB), daß auch bei Nichtberücksichtigung der Dämpfung eine Unterscheidung möglich ist. (Da die Schallquellen i. allg. räumlich verteilt in der Probe liegen und daher vielfältige Schallübertragungswege durch das stark anisotrope Laminat berücksichtigt werden müßten, ist eine analytische Berücksichtigung der Dämpfung für die verschiedenen Wellenmoden beim technischen Einsatz der SEA ausgeschlossen).

Bei unidirektionalen off-axis-Proben $[\theta]_g$, deren Versagen rein matrixkontrolliert und identisch mit 'first ply failure' ist, trat kein Ausläufer mit Werten $\geq 70\text{dB}$ in der Amplitudenhäufigkeitsverteilung auf.

Der Bruch von unidirektionalen Probestäben bzw. multidirektionalen Laminaten mit tragenden $[0^\circ]$ -Lagen vollzieht sich dagegen als Durchreißen aller Fasern in sehr kurzer Zeit. Die gemessenen Schallemissionen deuten auf Durchrißzeiten von unter 50ms bis herab zu $\leq 1\text{ms}$ hin (zur Abschätzung siehe unten).

Bei einer Probenbreite von 25mm ist die geschätzte Durchrißgeschwindigkeit damit noch immer sehr klein gegenüber der (longitudinalen) Schallgeschwindigkeit c_1 im Harz und erst recht in den Fasern. Der Durchriß der Probe als ganzes erfolgt viel langsamer als bei einzelnen Fasern. Für diese kann der Ansatz von Philbrick [1] für ein isotropes elastisches Medium (Rechnung mit $\nu = 0,3$) zur Abschätzung der Durchrißzeit benutzt werden

$$t_F = \frac{2 R}{0,38} \left(\frac{\rho}{E}\right)^{\frac{1}{2}}$$

wo E der E-Modul der Faser sei (setze $2,36 \cdot 10^{11} \text{N/m}^2$ für Carbonfasern) und ρ die Dichte ($1,34 \text{g/cm}^3$). Mit einem Faserdurchmesser $d = 7 \mu\text{m}$ ergibt sich $t_F = 0,3 \text{ns}$.

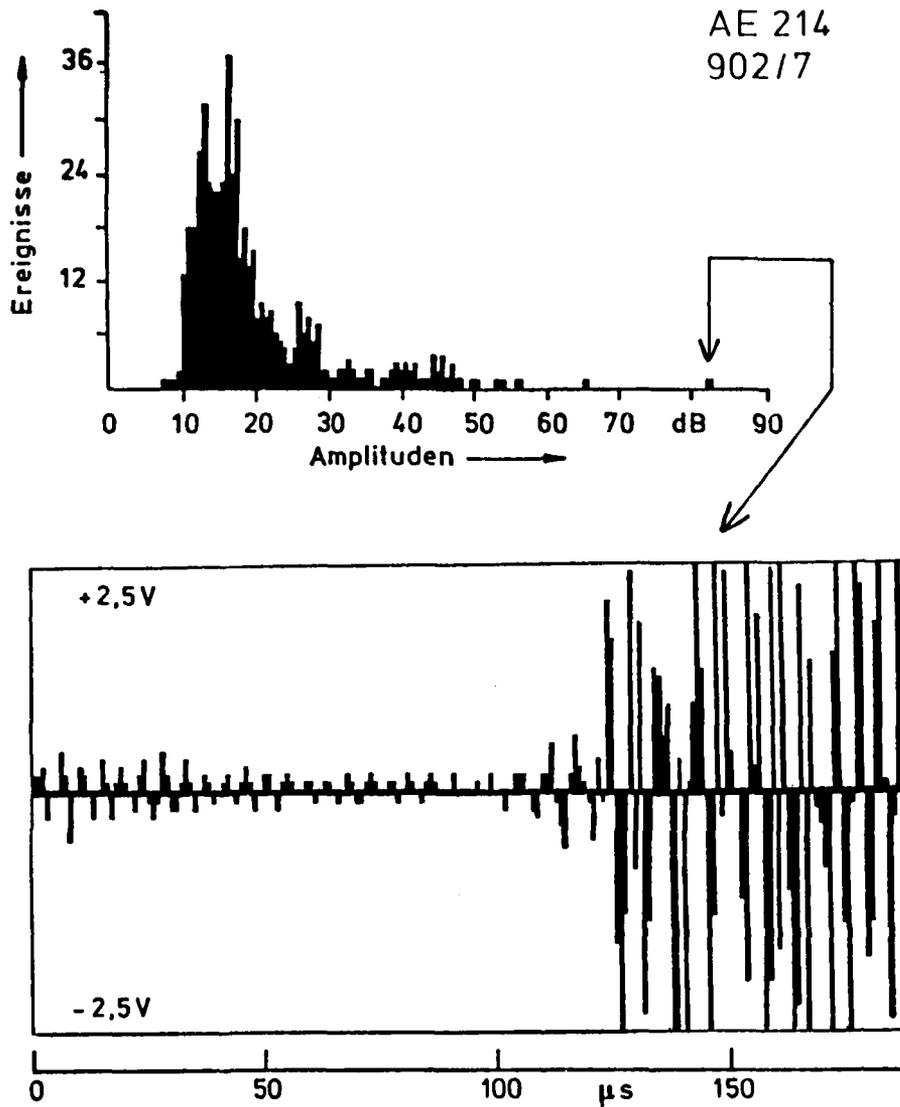


Bild 14. Einsetzen des Faserbündelbruches ($[0^\circ|90^\circ_4]_S$ -Probe)

Die stark unterschiedliche Durchreißgeschwindigkeit in den Fasern und der Gesamtprobe bedingt einen komplizierten und diskontinuierlichen Verlauf des kollektiven Faserbruchs beim Probenversagen. Die Einleitung dieses Vorgangs erfolgt sehr schnell innerhalb von etwa 5-20 μs , wie die Signalanstiegszeit der entsprechenden Schallereignisse belegt (vgl. auch Bild 14).

Diese Größe (RISE TIME) kann als *Obergrenze* der Anstiegszeit der mechanischen Schwingungsamplitude am Schadensort akzeptiert werden, da die Dispersion stets zu einer Verbreiterung des Signals in der Zeitdomäne führt. Analog gilt für die Durchrißzeit τ_p der Probe

$$\tau_p \leq \text{DURATION}$$

Direkte Beobachtung des Signalverlaufs über der Zeit führte zu den o.a. Werten im msec-Bereich, die den Zeitraum abgrenzen, in denen das Signal noch nicht abklingt. Die Problematik des Übertragungsverhaltens und der Reflexionen in der Probe wird im Prinzip beherrscht [23], die rechnerische Anwendung bei Schallemissionssignalen in Faserverbunden aber noch nicht.

Beim Standardlaminat $[0_2|+45|0_2|-45|0|90]_s$ sowie bei den $[0^\circ]$ - und den $[0^\circ|90^\circ]$ -Proben wurden vereinzelt Schallereignisse registriert, die von Faserbrüchen vor dem Totalversagen herrühren können, z.B. EVENT 2179 im Versuch AE211 (Daten siehe Anhang) mit hoher Amplitude im Vergleich zum Energieinhalt und deutlich vom Normalfall abweichender Frequenzverteilung.

Zwei Eichversuche an $[+45^\circ]_{2s}$ -Proben wurden mit maximaler Auflösung gefahren (AE 195-4, -5, Proben 270/10, 276/14). Schallereignisse mit für Faserbruch typischer Form wurden nicht gefunden.

5. ZUSAMMENFASSUNG DER ERGEBNISSE

Mit Hilfe der Schallemissionsanalyse lassen sich die drei Typen von Schädigungsmechanismen, die in CFK - Laminaten auftreten können, detektieren:

- Kohäsionsbruch der Fasern
- Kohäsionsbruch der Matrix (Risse, Delaminationen)
- Adhäsionsbruch Faser-Matrix (Debonding)

Der zeitliche Ablauf dieser Schädigungsmechanismen kann verfolgt werden. Hierzu wurde eine Reihe von Versuchen an CFK-Probestäben durchgeführt, die das Versuchsprogramm von Awerbuch weiterführen und dabei das hohe Auflösungsvermögen der PAC 3000/3004 - Anlage ausnutzen sollten:

- Der Punkt des ersten Auftretens von Schallemissionen über ansteigender Zugbelastung wurde bestimmt. Je nach Laminat liegt dieser Punkt zwischen 15% ($[0^{\circ}|90^{\circ}]_{2s}$) und $\geq 90\%$ ($[20^{\circ}]_g$) der Bruchlast. Er zeigt den Beginn matrixkontrollierter Defekte an. Gekerbte $[0_2|+45|0_2|-45|0|90]_s$ - Proben zeigen Emissionen ab Belastungsbeginn. Bei $[0^{\circ}|90^{\circ}]_{2s}$ - und $[\pm 45^{\circ}]$ - Proben weichen die Ergebnisse von den von Awerbuch erhaltenen beträchtlich ab.
- Bei gekerbten Proben lassen sich die ersten Emissionen erwartungsgemäß an der Kerbe lokalisieren. Bei ungekerbten Proben existiert kein bevorzugter Ort für das Entstehen erster Risse. Auch nachdem die ersten mit SEA nachgewiesenen Schäden aufgetreten sind, ist hier keine Konzentration der nachfolgenden Schadensereignisse auf den Ort der ersten festzustellen.
- Die SE-Energiesummenkurven haben zunächst durchweg einen angenähert exponentiellen Verlauf. Mit steigender Belastung wird die Streuung zwischen ihnen auch bei gleichartigen Proben unter identischen Versuchsbedingungen sehr groß, was auf die Einmaligkeit und Irreversibilität jeder Probengeschichte hinweist: Während sich die individuellen Schädigungsverläufe

anhand *exakter* Meßdaten verfolgen lassen, können für eine Klasse gleichartiger Proben nur *Beschreibungen* gegeben werden. Dies ist unbefriedigend und erfordert weitere Entwicklungsarbeit.

- Faserbrüche wurden bei allen untersuchten Laminaten außer den off-axis- und den $[\pm 45^\circ]$ -Proben festgestellt. Jedoch treten nur vereinzelt Schallereignisse mit der für Faserbruch typischen Form vor dem Totalversagen auf, sonst nur *während* des katastrophalen Bruches.
- Das Versagen der Proben mit tragenden $[0^\circ]$ -Lagen vollzieht sich diskontinuierlich als Durchreißen von deren Fasern in sehr kurzer Zeit. Die entsprechenden Schallemissionen deuten auf Durchrißzeiten von unter 50 ms bis herab zu ≤ 1 ms hin. Der Übergang zwischen dem vorhergehenden Schädigungsverlauf und dem Einsetzen des Durchreißens ist außerordentlich scharf (5-20 μ s).
- Bei langsamer zyklischer Belastung der Proben können aufgrund des *Felicity*-Verhältnisses und der in den einzelnen Belastungszyklen freigesetzten akustischen Energie Rückschlüsse auf das Maß der Schädigungen gezogen werden. Weitere Untersuchungen zu diesem Punkt sind erforderlich.

LITERATUR

- [1] Awerbuch, J.: Investigation of Acoustic Emission in Off-Axis Graphite/Epoxy Composites. DFVLR IB 131-81/21
- [2] ders.: Monitoring Damage Progression Through Acoustic Emission in $[\pm 45^\circ]_{2s}$ Graphite/Epoxy Laminate. DFVLR IB 131-81/22
- [3] ders.: The Effect of Stacking Sequence in Cross-Ply Graphite/Epoxy Laminate on Acoustic Emission Results. DFVLR IB 131-81/23
- [4] ders.: Damage Detection in Notched Unidirectional Graphite/Epoxy Through Acoustic Emission. DFVLR IB 131-81/24
- [5] ders.: Monitoring Damage Progression in Notched Unidirectional Graphite/Epoxy during Quasi-Static Cyclic Loading using Acoustic Emission. DFVLR IB 131-81/25
- [6] ders.: Acoustic Emission Monitoring of Damage in Notched $[0_2|+45|0_2|-45|0|90]_s$ Graphite/Epoxy Laminate. DFVLR IB 131-81/26
- [7] ders.: Effects of Test Conditions on Monitoring Acoustic Emission in Graphite/Epoxy Laminates. DFVLR IB 131-81/27
- [8] ders.: Amplitude Distribution of Acoustic Emission Events in Graphite/Epoxy Laminates. DFVLR IB 131-81/28
- [9] ders.: Monitoring Acoustic Emission in Adhesive bonded Aluminum Lap Joints. DFVLR IB 131-81/29
- [10] Awerbuch, J.: Monitoring Damage Progression in CFRP by Acoustic Emission, in: Schadensmechanik von faserverstärkten Verbundstrukturen. DFVLR-Mittlg. 81-25, S.45-83

- [11] Awerbuch, J., Block, J., Prinz, R.: Effect of Stacking Sequence in Cross-Ply Graphite/Epoxy Laminates on Acoustic Emission Results, in: Progress in Science and Engineering of Composites, Vol.2, Proc. ICCM-IV, Tokyo 1982
- [12] Hill, R., and El-Dardiry, S.: Variables in the Use and Design of AE Transducers, in: Dunegan, H.L., Hartman, W.F. (Ed.): Advances in Acoustic Emission. Dunhart Publ., Knoxville (Tenn.) 1981, S.22-38
- [13] Block, J.: Monitoring of Defect Progression by Acoustic Emission. AGARD Conf.Proc. 355 (1983), S.3/1-11
- [14] Fuck, A.: Das "Knie" im Spannungs-Dehnungs-Diagramm und Ribbildung bei Glasfaser/Kunststoffen. Mitt. DKI, in: Kunststoffe 58 (1968) 12, S.886-893
- [15] Rose, L.R.F.: The stress-wave radiation from growing cracks. Int.J.Fracture 17 (1981) 1, S.45-60
- [16] Ehrenstein, G.W.: Kriechen, Rest- und Zeitstandfestigkeit bei GF-UP. Z.Kunststoffe 66 (1976) 5, S.289-294
- [17] Short,D., and Summerscales, J.: Amplitude distribution acoustic emission signatures of unidirectional fibre composite hybrid materials. Composites 15 (1984) 3, S.200-206
- [18] Kohlhaas, G., Ott, H., Protzner, A., Protz, B.: Zuordnung von Schallemission (SE) und Schädigungsentwicklung an schwingend beanspruchten, mehrschichtigen Kohlefaserverbundwerkstoffen (CFK). Materialprüfung 26 (1984) 3, S.64-67
- [19] Harris, D.O., Tetelman, A.S., and Darwish, F.A.: Detection of Fiber Cracking By Acoustic Emission. ASTM STP 505, (1972), S.238-249
- [20] Rotem, A., and Altus, E.: Fracture Modes and Acoustic Emission of Composite Materials. Journal of Testing and Evaluation 7 (1979) 1, S.33-40

- [21] Phillips, J.W.: Stress pulses produced during the fracture of brittle tensile specimens. *Int.J.Solids Structures*, Vol.6 (1970), S.1403-1412

- [22] Altus, E., and Rotem, A.: The Characteristics of Acoustic Emission Pulse from Fiber-Reinforced Composite. *Israel Journal of Technology*, Vol.15 (1977), S.79-87

- [23] Schwalbe, H.J.: Rißzähigkeit glasfaserverstärkter Kunststoffe. Diss. RWTH Aachen (1981)

ANHANG

Beispiel eines vollständigen Datensatzes

Im folgenden sind die Schallemissionsdaten eines Zugversuchs an einem $[O_2|+45|O_2|-45|0|90]_S$ - Probestab mit GFK-Schlauchmantel aufgelistet, und zwar die ersten 100 sowie die letzten 213 der insgesamt 2213 registrierten Schallereignisse.

- Die Schallereignisse (EVENTS) sind fortlaufend numeriert.
- TIMING bezeichnet die Laufzeitdifferenz der Signale zu den beiden Transducern in μsec . *HIT* ist die Signatur des zuerst bzw. einzig angesprochenen Kanals.
- CH ist die Kanalnummer (es wurde zweikanalig gemessen).
- TIME ist die Echtzeit. Auflösung hier 0.01 sec
- DURATION ist die Ereignisdauer in μsec .
- COUNTS sind die Überschreitungen des Schwellwerts (Threshold) durch die Signalspannung. Angegeben ist ihre Zahl pro Kanal und Event minus 1.
- ENERGY ist das relative Energiemaß der Schallereignisse.
(+ siehe nächste Seite)
- AMPLITUDE ist die Spitzenamplitude der Schallereignisse. Der Nullpunkt der Skala ist definiert als:
Transducerausgangsspannung $1 \mu\text{V} = 0 \text{ dB}$
- RISE TIME ist die Anstiegszeit der Signalspannung. (Die hohen Werte $\geq 1024 = 2^{10}$, die mit Duration=0 einhergehen, beruhen auf einem meßtechnischen Effekt bei hohen Datenraten. Er ist für die Schädigungsbeurteilung irrelevant).

Zur Abschätzung der Energie der Schallereignisse

Die Energy-Counts sind ein relatives Maß für die in die Sensoren dissipierte Energie. Deren absoluter Betrag kann unter vereinfachenden Annahmen wie folgt abgeschätzt werden:

Die maximale Signalspannung am Sensorausgang erhält man aus der Größe AMPLITUDE:

0 dB	20 dB	40 dB	60 dB	80 dB	100 dB
1 μ V	10 μ V	100 μ V	1 mV	10 mV	100 mV

Die Impedanz des Eingangskreises (typ. 400 pF Kapazität des Sensors, 10k Ω || 15pF Eingangsimpedanz des Vorverstärkers) liegt im 150kHz-Bereich bei ca. 10k Ω . Näherungsweise ergibt also $U^2[\text{Volt}^2]/10^4[\Omega]$ die max. Momentanleistung. Sie liegt bei 40dB-Events in der Größenordnung Picowatt.

Mit der Ereignisdauer D läßt sich so die Energie in Pico- bzw. Nanojoule abschätzen. Genauere Ergebnisse erfordern die Berücksichtigung der Frequenzverteilung (d.h. die Berechnung der "spektralen" Energiedichte).

HEADER INFORMATION

FILE B:AE211.DTA 140 KBYTES 2213 EVENTS IN 0: 0:31.4

ENTERED DATA ACQUISITION MODE 02/23/84 10:28:05

TEST BEGAN @ 10:42:33.1 SYSTEM: 3000/3004
 FIRST EVENT N 1 @ 0: 0: 5.4 4 CHANNEL
 LAST EVENT N 2213 @ 0: 0: 36.8 LOG AMPS
 DEAD TIME= .1 Ms. SOFTWARE VERSION L1.14 AUTO DUMP
 TIME OF TEST RESOLUTION= 0.01 SEC(S) CONT FLAG= 0

LINEAR LOCATION CALIBRATION IN MICRO-SECONDS
 1-2 1-3 1-4 2-3 2-4 3-4
 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0

ELEMENT FIELD:
 AE211 STANDARDLAMINAT PROBE 599/3

TIME	CH	DUR (us)	COUNT	ENRGY	AMP (db)	RISE (us)	Dehng	Last	z.b.U	z.b.V
0: 0: 5.43	*HIT* 1	36	0	5 52.3	6	6	+0.24	+0.83	+0.00	+0.00
0: 0: 5.79	*HIT* 1	16	0	3 48.2	9	9	+0.29	+0.91	+0.00	+0.00
0: 0: 5.90	*HIT* 1	65	1	8 59.1	3	3	+0.31	+0.93	+0.00	+0.00
0: 0: 6.06	*HIT* 1	0	1	3 51.1	1231	7	+0.33	+0.96	+0.00	+0.00
0: 0: 6.09	*HIT* 1	67	1	7 59.1	7	7	+0.33	+0.96	+0.00	+0.00
0: 0: 6.10	*HIT* 1	25	0	3 54.3	5	5	+0.33	+0.98	+0.00	+0.00
0: 0: 6.14	*HIT* 1	44	1	4 55.8	6	6	+0.34	+0.98	+0.00	+0.00
0: 0: 6.14	*HIT* 1	77	0	8 36.0	2	2	+0.34	+0.99	+0.00	+0.00
0: 0: 6.23	*HIT* 1	0	0	2 47.8	1117	2	+0.35	+1.01	+0.00	+0.00
0: 0: 6.26	*HIT* 1	106	3	13 63.1	2	2	+0.36	+1.01	+0.00	+0.00
0: 0: 6.34	*HIT* 1	0	3	2 51.6	1176	2	+0.37	+1.03	+0.00	+0.00
0: 0: 6.54	*HIT* 1	16	1	3 54.5	9	9	+0.40	+1.07	+0.00	+0.00
0: 0: 6.62	*HIT* 1	0	1	2 49.9	1116	9	+0.41	+1.08	+0.00	+0.00
0: 0: 6.63	*HIT* 1	34	2	3 55.2	4	4	+0.41	+1.09	+0.00	+0.00
0: 0: 6.66	*HIT* 1	78	2	8 59.5	3	3	+0.41	+1.10	+0.00	+0.00
0: 0: 6.70	*HIT* 1	18	0	4 49.1	10	10	+0.42	+1.11	+0.00	+0.00
0: 0: 6.75	*HIT* 1	0	0	1 52.7	1279	2	+0.42	+1.10	+0.00	+0.00
0: 0: 6.77	*HIT* 1	47	0	5 56.7	2	2	+0.42	+1.11	+0.00	+0.00
0: 0: 6.78	*HIT* 2	27	9	3 53.8	4	4	+0.42	+1.11	+0.00	+0.00
0: 0: 7.03	*HIT* 1	25	0	3 53.9	5	5	+0.46	+1.17	+0.00	+0.00
0: 0: 7.07	*HIT* 1	16	0	3 54.1	9	9	+0.46	+1.18	+0.00	+0.00
0: 0: 7.08	*HIT* 1	15	0	3 50.8	9	9	+0.47	+1.18	+0.00	+0.00
0: 0: 7.11	*HIT* 2	36	2	5 56.7	8	8	+0.47	+1.19	+0.00	+0.00
0: 0: 7.18	*HIT* 1	37	0	4 56.9	4	4	+0.48	+1.20	+0.00	+0.00
0: 0: 7.26	*HIT* 1	61	0	6 59.3	3	3	+0.49	+1.22	+0.00	+0.00
0: 0: 7.37	*HIT* 1	0	1	2 50.4	1215	3	+0.50	+1.24	+0.00	+0.00
0: 0: 7.44	*HIT* 1	17	1	3 53.3	9	9	+0.51	+1.25	+0.00	+0.00
0: 0: 7.56	*HIT* 1	50	1	5 56.7	3	3	+0.53	+1.28	+0.00	+0.00
0: 0: 7.59	*HIT* 1	11	0	2 53.1	7	7	+0.53	+1.28	+0.00	+0.00
0: 0: 7.62	*HIT* 1	70	1	8 59.9	5	5	+0.53	+1.29	+0.00	+0.00
0: 0: 7.67	*HIT* 1	95	2	12 64.8	5	5	+0.54	+1.30	+0.00	+0.00
0: 0: 7.68	*HIT* 1	67	1	9 57.1	6	6	+0.54	+1.29	+0.00	+0.00
0: 0: 7.80	*HIT* 1	0	1	1 48.1	1047	4	+0.56	+1.32	+0.00	+0.00
0: 0: 7.84	*HIT* 1	0	1	3 48.8	1232	5	+0.56	+1.33	+0.00	+0.00
0: 0: 7.85	*HIT* 1	132	4	17 65.8	90	90	+0.56	+1.33	+0.00	+0.00
0: 0: 7.95	*HIT* 1	15	0	4 52.3	11	11	+0.57	+1.34	+0.00	+0.00
0: 0: 7.96	*HIT* 1	29	0	3 55.5	4	4	+0.57	+1.36	+0.00	+0.00
0: 0: 8.02	*HIT* 1	24	0	2 50.4	5	5	+0.58	+1.35	+0.00	+0.00
0: 0: 8.04	*HIT* 1	23	0	3 52.7	6	6	+0.58	+1.36	+0.00	+0.00
0: 0: 8.07	*HIT* 1	23	0	3 53.5	6	6	+0.59	+1.36	+0.00	+0.00
0: 0: 8.13	*HIT* 1	54	0	5 58.2	4	4	+0.59	+1.37	+0.00	+0.00
0: 0: 8.14	*HIT* 1	106	5	13 65.8	4	4	+0.59	+1.39	+0.00	+0.00
0: 0: 8.15	*HIT* 1	43	5	4 57.1	4	4	+0.60	+1.39	+0.00	+0.00
0: 0: 8.17	*HIT* 1	42	1	5 55.5	4	4	+0.60	+1.39	+0.00	+0.00
0: 0: 8.19	*HIT* 1	30	1	6 54.2	8	8	+0.60	+1.40	+0.00	+0.00
0: 0: 8.23	*HIT* 1	0	1	3 49.4	1080	0	+0.61	+1.41	+0.00	+0.00
0: 0: 8.25	*HIT* 1	16	2	2 50.0	0	0	+0.61	+1.40	+0.00	+0.00
0: 0: 8.26	*HIT* 1	23	2	4 54.3	7	7	+0.61	+1.41	+0.00	+0.00
0: 0: 8.28	*HIT* 1	24	0	4 53.5	8	8	+0.61	+1.42	+0.00	+0.00
0: 0: 8.30	*HIT* 1	90	2	11 61.8	4	4	+0.62	+1.42	+0.00	+0.00

B:AE211.DTA												
EVNT#	TIMNG	CH	TIME	DUR	COUNT	ENRGY	AMP	RISE	Dehng	Last	z.b.V	z.b.V
	(us)			(us)			(db)	(us)				
51	*HIT*	1	0: 0: 8.33	61	0	6	59.6	2	+0.62	+1.42	+0.00	+0.00
52	*HIT*	1	0: 0: 8.34	26	0	3	54.9	6	+0.62	+1.42	+0.00	+0.00
53	*HIT*	1	0: 0: 8.36	158	10	25	71.4	4	+0.62	+1.43	+0.00	+0.00
54	*HIT*	1	0: 0: 8.39	27	0	4	54.5	9	+0.63	+1.44	+0.00	+0.00
55	*HIT*	1	0: 0: 8.41	0	0	3	49.7	1266	+0.63	+1.44	+0.00	+0.00
56	*HIT*	1	0: 0: 8.49	51	1	4	58.3	2	+0.64	+1.46	+0.00	+0.00
57	*HIT*	1	0: 0: 8.53	159	8	20	63.5	6	+0.65	+1.47	+0.00	+0.00
58	*HIT*	1	0: 0: 8.58	40	1	4	55.7	5	+0.65	+1.47	+0.00	+0.00
59	*HIT*	1	0: 0: 8.60	31	0	3	55.3	6	+0.65	+1.47	+0.00	+0.00
60	*HIT*	1	0: 0: 8.64	44	1	4	52.1	3	+0.66	+1.49	+0.00	+0.00
61	*HIT*	1	0: 0: 8.67	11	1	2	51.3	6	+0.66	+1.48	+0.00	+0.00
62	*HIT*	1	0: 0: 8.71	37	0	4	56.2	4	+0.67	+1.50	+0.00	+0.00
63	*HIT*	1	0: 0: 8.74	14	0	3	54.4	7	+0.67	+1.49	+0.00	+0.00
64	*HIT*	1	0: 0: 8.75	20	0	3	53.4	7	+0.67	+1.49	+0.00	+0.00
65	*HIT*	1	0: 0: 8.76	215	5	44	76.1	4	+0.67	+1.51	+0.00	+0.00
66	*HIT*	1	0: 0: 8.77	48	0	4	56.8	4	+0.67	+1.51	+0.00	+0.00
67	*HIT*	1	0: 0: 8.77	66	0	7	58.3	4	+0.67	+1.51	+0.00	+0.00
68	*HIT*	1	0: 0: 8.79	0	0	1	51.9	1086	+0.67	+1.51	+0.00	+0.00
69	*HIT*	1	0: 0: 8.80	34	1	4	54.8	5	+0.68	+1.52	+0.00	+0.00
70	*HIT*	1	0: 0: 8.84	13	1	4	50.4	7	+0.68	+1.52	+0.00	+0.00
71	*HIT*	1	0: 0: 8.85	0	0	7	53.0	1106	+0.68	+1.51	+0.00	+0.00
72	*HIT*	1	0: 0: 8.87	51	1	7	56.7	2	+0.68	+1.52	+0.00	+0.00
73	20.6	1	0: 0: 8.93	68	2	8	59.8	1				
73	*HIT*	2	0: 0: 8.93	33	2	3	69.1	5	+0.69	+1.54	+0.00	+0.00
74	*HIT*	1	0: 0: 9.02	18	2	6	50.5	9	+0.70	+1.55	+0.00	+0.00
75	*HIT*	1	0: 0: 9.06	0	0	3	51.1	1135	+0.71	+1.57	+0.00	+0.00
76	*HIT*	1	0: 0: 9.07	79	4	9	62.2	8	+0.71	+1.57	+0.00	+0.00
77	*HIT*	2	0: 0: 9.08	25	2	3	61.2	5	+0.71	+1.57	+0.00	+0.00
78	*HIT*	1	0: 0: 9.10	24	4	4	54.2	8	+0.71	+1.57	+0.00	+0.00
79	*HIT*	1	0: 0: 9.12	29	0	3	50.5	3	+0.72	+1.57	+0.00	+0.00
80	*HIT*	1	0: 0: 9.14	111	2	15	68.2	6	+0.72	+1.57	+0.00	+0.00
81	*HIT*	1	0: 0: 9.18	73	1	9	59.9	5	+0.72	+1.59	+0.00	+0.00
82	*HIT*	1	0: 0: 9.19	0	1	3	49.3	1067	+0.72	+1.59	+0.00	+0.00
83	*HIT*	1	0: 0: 9.21	0	0	7	52.6	1139	+0.73	+1.60	+0.00	+0.00
84	*HIT*	1	0: 0: 9.23	27	0	5	54.8	3	+0.73	+1.60	+0.00	+0.00
85	*HIT*	1	0: 0: 9.24	27	1	4	55.1	8	+0.73	+1.60	+0.00	+0.00
86	*HIT*	1	0: 0: 9.26	60	1	5	58.6	2	+0.73	+1.60	+0.00	+0.00
87	*HIT*	1	0: 0: 9.33	63	1	6	59.9	2	+0.74	+1.62	+0.00	+0.00
88	*HIT*	1	0: 0: 9.35	0	1	3	50.6	1239	+0.74	+1.62	+0.00	+0.00
89	*HIT*	1	0: 0: 9.42	17	0	3	55.1	6	+0.75	+1.63	+0.00	+0.00
90	*HIT*	1	0: 0: 9.43	95	3	11	62.0	5	+0.75	+1.64	+0.00	+0.00
91	*HIT*	1	0: 0: 9.48	48	3	5	57.9	3	+0.76	+1.65	+0.00	+0.00
92	*HIT*	1	0: 0: 9.52	81	1	9	61.1	4	+0.76	+1.65	+0.00	+0.00
93	*HIT*	1	0: 0: 9.57	35	1	4	55.7	4	+0.77	+1.67	+0.00	+0.00
94	*HIT*	1	0: 0: 9.62	27	2	4	52.0	20	+0.78	+1.68	+0.00	+0.00
95	*HIT*	1	0: 0: 9.64	20	2	3	53.6	8	+0.78	+1.68	+0.00	+0.00
96	*HIT*	1	0: 0: 9.66	83	2	10	60.1	5	+0.78	+1.69	+0.00	+0.00
97	*HIT*	1	0: 0: 9.71	18	0	4	53.7	9	+0.79	+1.69	+0.00	+0.00
98	*HIT*	1	0: 0: 9.73	90	2	11	64.5	8	+0.79	+1.69	+0.00	+0.00
99	*HIT*	1	0: 0: 9.74	37	0	4	55.0	2	+0.79	+1.69	+0.00	+0.00

Die in den nächsten 24.4 sec folgenden 1900 Schallereignisse (Events) sind nicht ausgedruckt

EVENT#	TIMNG CH	TIME	DUR	COUNT	ENRGY	AMP	RISE	Dehng	Last	z.b.V	z.b.V
	(us)		(us)			(db)	(us)				
2000	*HIT# 2	00:00:34.14	17	0	4 48.4	13		+4.04	+7.14	+0.00	+0.00
2001	187.6 1	00:00:34.14	97	8	15 55.6	5					
2001	*HIT# 2	00:00:34.14	233	13	38 72.3	10		+4.05	+7.14	+0.00	+0.00
2002	19.2 1	00:00:34.14	10	0	4 47.9	3					
2002	*HIT# 2	00:00:34.14	24	0	6 56.0	7		+4.05	+7.14	+0.00	+0.00
2003	*HIT# 1	00:00:34.15	130	6	19 62.3	5		+4.05	+7.15	+0.00	+0.00
2003	204.4 2	00:00:34.15	0	0	6 52.8	1286					
2004	*HIT# 1	00:00:34.15	158	2	18 59.3	2		+4.05	+7.15	+0.00	+0.00
2005	*HIT# 2	00:00:34.16	0	0	6 52.6	2173		+4.05	+7.15	+0.00	+0.00
2006	*HIT# 2	00:00:34.16	0	0	2 51.3	1708		+4.05	+7.14	+0.00	+0.00
2007	*HIT# 1	00:00:34.17	30	0	4 52.8	4		+4.05	+7.15	+0.00	+0.00
2008	*HIT# 1	00:00:34.18	73	1	8 61.1	6		+4.05	+7.15	+0.00	+0.00
2009	*HIT# 1	00:00:34.19	28	1	3 52.2	5		+4.05	+7.16	+0.00	+0.00
2010	*HIT# 1	00:00:34.21	0	0	6 51.7	1268		+4.05	+7.15	+0.00	+0.00
2011	*HIT# 1	00:00:34.21	57	0	12 59.5	4		+4.06	+7.16	+0.00	+0.00
2012	*HIT# 1	00:00:34.22	17	0	5 51.6	15		+4.05	+7.15	+0.00	+0.00
2013	*HIT# 1	00:00:34.22	0	0	2 53.0	1044		+4.06	+7.16	+0.00	+0.00
2014	*HIT# 1	00:00:34.23	42	4	8 55.4	6		+4.05	+7.16	+0.00	+0.00
2015	*HIT# 1	00:00:34.23	97	2	13 62.1	4108		+4.06	+7.17	+0.00	+0.00
2016	*HIT# 1	00:00:34.25	26	0	6 50.2	7		+4.06	+7.17	+0.00	+0.00
2017	15.9 1	00:00:34.26	160	10	25 63.1	6854					
2017	*HIT# 2	00:00:34.26	259	14	50 75.3	5		+4.06	+7.17	+0.00	+0.00
2018	*HIT# 1	00:00:34.26	76	1	8 55.4	12		+4.06	+7.17	+0.00	+0.00
2019	*HIT# 1	00:00:34.27	50	1	5 57.7	6712		+4.06	+7.18	+0.00	+0.00
2020	*HIT# 1	00:00:34.28	53	0	8 51.4	1766		+4.06	+7.17	+0.00	+0.00
2021	*HIT# 1	00:00:34.28	40	1	9 53.8	8		+4.06	+7.18	+0.00	+0.00
2022	*HIT# 1	00:00:34.29	84	1	10 61.2	14		+4.06	+7.17	+0.00	+0.00
2023	*HIT# 1	00:00:34.30	313	28	103 77.2	14		+4.06	+7.17	+0.00	+0.00
2024	*HIT# 1	00:00:34.30	355	40	115 52.4	0		+4.07	+7.18	+0.00	+0.00
2024	1.4 2	00:00:34.30	203	20	33 43.6	0					
2025	*HIT# 1	00:00:34.32	0	42	5 53.1	1044		+4.07	+7.17	+0.00	+0.00
2026	*HIT# 1	00:00:34.32	27	0	9 54.4	6		+4.07	+7.19	+0.00	+0.00
2027	*HIT# 1	00:00:34.32	0	0	8 56.7	974		+4.07	+7.18	+0.00	+0.00
2028	*HIT# 1	00:00:34.33	53	1	10 53.4	10		+4.07	+7.19	+0.00	+0.00
2029	*HIT# 2	00:00:34.34	28	1	4 57.7	14		+4.07	+7.19	+0.00	+0.00
2030	*HIT# 1	00:00:34.35	121	9	13 57.3	6		+4.07	+7.20	+0.00	+0.00
2031	*HIT# 1	00:00:34.36	467	58	230 86.3	4		+4.08	+7.20	+0.00	+0.00
2032	1499.6 2	00:00:34.36	400	30	125 87.6	4					
2033	*HIT# 1	00:00:34.36	107	3	17 61.5	4		+4.08	+7.20	+0.00	+0.00
2034	*HIT# 1	00:00:34.37	42	0	6 52.9	8		+4.08	+7.20	+0.00	+0.00
2034	*HIT# 1	00:00:34.39	63	3	7 54.1	7		+4.08	+7.19	+0.00	+0.00
2035	*HIT# 1	00:00:34.39	87	4	19 62.6	9		+4.08	+7.21	+0.00	+0.00
2036	*HIT# 1	00:00:34.40	23	4	4 52.2	8		+4.08	+7.20	+0.00	+0.00
2037	*HIT# 1	00:00:34.40	87	3	15 58.6	10		+4.08	+7.21	+0.00	+0.00
2038	*HIT# 1	00:00:34.41	40	1	12 56.0	7		+4.08	+7.20	+0.00	+0.00
2039	*HIT# 1	00:00:34.41	41	1	4 50.8	4		+4.08	+7.21	+0.00	+0.00
2040	*HIT# 2	00:00:34.42	0	0	6 41.5	1403		+4.08	+7.20	+0.00	+0.00
2041	*HIT# 1	00:00:34.42	148	7	24 67.7	3		+4.09	+7.21	+0.00	+0.00
2041	1491.2 2	00:00:34.42	32	2	8 54.1	100					
2042	*HIT# 1	00:00:34.43	0	7	2 53.7	1187		+4.09	+7.21	+0.00	+0.00
2043	*HIT# 2	00:00:34.43	19	0	4 42.0	11		+4.09	+7.21	+0.00	+0.00
2044	*HIT# 1	00:00:34.44	31	1	9 55.5	7		+4.09	+7.22	+0.00	+0.00
2045	1.4 1	00:00:34.44	239	20	44 71.6	5					
2045	*HIT# 2	00:00:34.44	322	38	82 75.9	95		+4.09	+7.21	+0.00	+0.00
2046	*HIT# 1	00:00:34.45	40	1	9 56.5	3		+4.09	+7.21	+0.00	+0.00
2047	*HIT# 1	00:00:34.46	39	1	7 56.2	5		+4.09	+7.21	+0.00	+0.00
2048	*HIT# 1	00:00:34.46	88	6	14 61.9	6		+4.09	+7.22	+0.00	+0.00
2049	*HIT# 1	00:00:35.10	70	1	10 47.9	7		+4.18	+7.38	+0.00	+0.00
2050	*HIT# 1	00:00:35.11	19	2	13 50.5	8		+4.19	+7.38	+0.00	+0.00
2051	*HIT# 1	00:00:35.12	29	3	6 51.3	6		+4.19	+7.39	+0.00	+0.00
2052	*HIT# 1	00:00:35.13	24	1	6 55.7	7		+4.19	+7.38	+0.00	+0.00
2053	3.6 1	00:00:35.13	349	24	120 67.6	4					
2053	*HIT# 2	00:00:35.13	376	48	109 67.2	4		+4.19	+7.39	+0.00	+0.00
2054	1.2 1	00:00:35.14	142	9	21 64.8	32					
2054	*HIT# 2	00:00:35.14	138	14	17 64.3	6		+4.19	+7.37	+0.00	+0.00
2055	*HIT# 1	00:00:35.14	50	2	10 53.8	8		+4.19	+7.39	+0.00	+0.00
2056	*HIT# 1	00:00:35.14	44	3	8 55.9	5		+4.19	+7.39	+0.00	+0.00
2057	1.0 1	00:00:35.15	292	21	69 77.2	75					
2057	*HIT# 2	00:00:35.15	265	31	56 75.0	5		+4.19	+7.38	+0.00	+0.00
2058	*HIT# 1	00:00:35.15	74	1	10 59.0	5		+4.19	+7.39	+0.00	+0.00
2059	*HIT# 1	00:00:35.16	58	3	8 54.7	6		+4.19	+7.39	+0.00	+0.00
2060	*HIT# 1	00:00:35.17	28	0	3 50.8	3		+4.19	+7.39	+0.00	+0.00
2061	*HIT# 2	00:00:35.17	26	3	8 53.8	13		+4.19	+7.40	+0.00	+0.00
2062	*HIT# 1	00:00:35.18	22	1	6 54.9	6		+4.19	+7.40	+0.00	+0.00
2063	*HIT# 1	00:00:35.18	15	1	8 49.0	7		+4.19	+7.40	+0.00	+0.00
2064	*HIT# 1	00:00:35.19	447	37	141 81.4	4		+4.20	+7.40	+0.00	+0.00
2064	1.0 2	00:00:35.19	267	20	58 76.9	4					

EVNT#	TIMNG CH (us)	TIME	DUR (us)	COUNT	ENRGY	AMP (db)	RISE (us)	Dehng	Last	z.b.U	z.b.U
2065	*HIT* 1	0: 0:35.20	38	37	4 55.1	6	6	+4.20	+7.39	+0.00	+0.00
2066	*HIT* 1	0: 0:35.20	27	3	4 55.6	6	6	+4.19	+7.40	+0.00	+0.00
2067	*HIT* 1	0: 0:35.20	0	3	9 50.5	1200	6	+4.20	+7.40	+0.00	+0.00
2068	*HIT* 1	0: 0:35.21	31	4	7 52.4	2	2	+4.20	+7.40	+0.00	+0.00
2069	*HIT* 1	0: 0:35.21	51	4	7 45.4	2	2	+4.20	+7.40	+0.00	+0.00
2070	*HIT* 1	0: 0:35.22	84	4	21 53.6	35	4	+4.20	+7.40	+0.00	+0.00
2071	*HIT* 1	0: 0:35.22	63	0	9 58.8	4	4	+4.20	+7.41	+0.00	+0.00
2072	*HIT* 2	0: 0:35.23	0	0	5 51.3	1194	95	+4.20	+7.40	+0.00	+0.00
2073	*HIT* 1	0: 0:35.23	408	33	170 82.1	96	96	+4.20	+7.41	+0.00	+0.00
2073	*HIT* 2	0: 0:35.23	370	42	106 78.5	1045	1360	+4.21	+7.41	+0.00	+0.00
2074	*HIT* 1	0: 0:35.23	55	0	7 54.2	1360	13	+4.20	+7.40	+0.00	+0.00
2075	*HIT* 2	0: 0:35.24	0	0	5 48.7	6	6	+4.21	+7.41	+0.00	+0.00
2076	*HIT* 1	0: 0:35.24	32	0	6 54.4	13	13	+4.21	+7.41	+0.00	+0.00
2077	*HIT* 1	0: 0:35.24	396	22	125 78.0	6	6	+4.21	+7.41	+0.00	+0.00
2077	*HIT* 2	0: 0:35.24	381	43	96 75.9	6	6	+4.21	+7.41	+0.00	+0.00
2078	*HIT* 2	0: 0:35.25	0	61	6 48.5	1158	3	+4.21	+7.40	+0.00	+0.00
2079	*HIT* 1	0: 0:35.25	55	0	9 56.7	3	3	+4.21	+7.42	+0.00	+0.00
2080	*HIT* 2	0: 0:35.25	45	3	6 43.0	1755	6	+4.21	+7.42	+0.00	+0.00
2081	*HIT* 1	0: 0:35.26	19	1	6 50.4	6	6	+4.21	+7.42	+0.00	+0.00
2081	*HIT* 2	0: 0:35.26	237	10	30 62.0	4471	5108	+4.21	+7.42	+0.00	+0.00
2082	*HIT* 1	0: 0:35.27	62	3	8 56.0	7	7	+4.21	+7.42	+0.00	+0.00
2083	*HIT* 1	0: 0:35.27	20	3	4 54.0	7	7	+4.21	+7.42	+0.00	+0.00
2084	*HIT* 1	0: 0:35.28	225	15	52 77.1	5	5	+4.21	+7.41	+0.00	+0.00
2084	*HIT* 2	0: 0:35.28	95	11	9 58.0	4	4	+4.21	+7.42	+0.00	+0.00
2085	*HIT* 1	0: 0:35.28	69	2	17 56.9	4	4	+4.21	+7.42	+0.00	+0.00
2086	*HIT* 1	0: 0:35.28	32	0	5 55.8	7	7	+4.21	+7.42	+0.00	+0.00
2087	*HIT* 2	0: 0:35.29	44	0	14 48.8	9	9	+4.21	+7.43	+0.00	+0.00
2087	*HIT* 1	0: 0:35.29	0	11	5 44.1	1567	5	+4.21	+7.42	+0.00	+0.00
2088	*HIT* 1	0: 0:35.30	49	0	6 57.4	6	6	+4.21	+7.43	+0.00	+0.00
2088	*HIT* 2	0: 0:35.30	65	1	10 59.4	3	3	+4.21	+7.42	+0.00	+0.00
2089	*HIT* 1	0: 0:35.31	67	0	9 60.1	45	4	+4.21	+7.42	+0.00	+0.00
2091	*HIT* 2	0: 0:35.31	69	0	3 54.6	4	4	+4.21	+7.43	+0.00	+0.00
2092	*HIT* 1	0: 0:35.32	182	8	27 57.2	4	4	+4.22	+7.43	+0.00	+0.00
2093	*HIT* 1	0: 0:35.32	135	5	16 64.7	7	7	+4.21	+7.42	+0.00	+0.00
2094	*HIT* 1	0: 0:35.33	29	1	9 55.5	1396	8	+4.22	+7.44	+0.00	+0.00
2095	*HIT* 2	0: 0:35.34	0	0	3 55.7	8	8	+4.22	+7.44	+0.00	+0.00
2096	*HIT* 1	0: 0:35.35	55	1	14 52.2	4	4	+4.22	+7.44	+0.00	+0.00
2097	*HIT* 1	0: 0:35.36	338	27	117 76.4	4	4	+4.22	+7.44	+0.00	+0.00
2097	*HIT* 2	0: 0:35.36	299	28	71 78.7	13	13	+4.22	+7.43	+0.00	+0.00
2098	*HIT* 1	0: 0:35.36	54	0	11 52.1	4	4	+4.22	+7.45	+0.00	+0.00
2099	*HIT* 1	0: 0:35.36	283	34	80 78.5	3	3	+4.22	+7.45	+0.00	+0.00
2099	*HIT* 2	0: 0:35.36	194	17	31 71.8	7	7	+4.22	+7.44	+0.00	+0.00
2100	*HIT* 1	0: 0:35.37	77	3	8 60.9	4	4	+4.22	+7.45	+0.00	+0.00
2101	*HIT* 1	0: 0:35.37	142	2	23 69.9	7	7	+4.22	+7.43	+0.00	+0.00
2102	*HIT* 1	0: 0:35.38	70	1	17 57.5	1198	7	+4.22	+7.45	+0.00	+0.00
2103	*HIT* 1	0: 0:35.38	0	1	5 53.6	7	7	+4.22	+7.45	+0.00	+0.00
2104	*HIT* 1	0: 0:35.39	52	2	10 54.1	2	2	+4.23	+7.45	+0.00	+0.00
2105	*HIT* 1	0: 0:35.40	57	2	6 52.0	1092	4	+4.23	+7.44	+0.00	+0.00
2106	*HIT* 2	0: 0:35.40	0	0	5 51.9	4	4	+4.23	+7.44	+0.00	+0.00
2107	*HIT* 1	0: 0:35.41	12	1	4 50.2	1127	2	+4.23	+7.45	+0.00	+0.00
2108	*HIT* 1	0: 0:35.41	0	0	4 51.6	5	5	+4.23	+7.46	+0.00	+0.00
2109	*HIT* 1	0: 0:35.42	60	0	7 59.9	6	6	+4.23	+7.46	+0.00	+0.00
2110	*HIT* 1	0: 0:35.43	61	2	6 58.3	1210	6	+4.24	+7.47	+0.00	+0.00
2111	*HIT* 1	0: 0:35.44	79	1	13 53.6	1721	7	+4.23	+7.47	+0.00	+0.00
2112	*HIT* 2	0: 0:35.44	0	0	4 49.6	7	7	+4.23	+7.47	+0.00	+0.00
2113	*HIT* 1	0: 0:35.44	25	0	3 55.3	6	6	+4.23	+7.45	+0.00	+0.00
2114	*HIT* 1	0: 0:35.45	36	1	6 52.2	6	6	+4.23	+7.47	+0.00	+0.00
2115	*HIT* 1	0: 0:35.45	214	13	50 74.4	6	6	+4.23	+7.45	+0.00	+0.00
2116	*HIT* 2	0: 0:35.46	37	34	6 55.0	2	2	+4.24	+7.47	+0.00	+0.00
2117	*HIT* 1	0: 0:35.46	86	3	16 62.6	4	4	+4.24	+7.47	+0.00	+0.00
2118	*HIT* 1	0: 0:35.47	58	2	6 57.4	1210	6	+4.24	+7.46	+0.00	+0.00
2119	*HIT* 2	0: 0:35.48	0	0	3 41.0	6	6	+4.24	+7.47	+0.00	+0.00
2120	*HIT* 1	0: 0:35.49	73	5	10 56.5	5	5	+4.24	+7.47	+0.00	+0.00
2121	*HIT* 2	0: 0:35.51	319	21	97 76.4	5	5	+4.24	+7.47	+0.00	+0.00
2121	*HIT* 1	0: 0:35.51	219	27	37 71.4	2	2	+4.24	+7.48	+0.00	+0.00
2122	*HIT* 1	0: 0:35.51	66	22	7 59.4	2	2	+4.24	+7.48	+0.00	+0.00
2123	*HIT* 1	0: 0:35.51	85	3	9 64.5	3	3	+4.25	+7.48	+0.00	+0.00
2124	*HIT* 1	0: 0:35.51	55	3	9 58.1	19	19	+4.24	+7.47	+0.00	+0.00
2125	*HIT* 1	0: 0:35.52	78	2	3 52.3	1330	4	+4.25	+7.48	+0.00	+0.00
2126	*HIT* 1	0: 0:35.52	0	0	10 45.5	1333	4	+4.24	+7.47	+0.00	+0.00
2127	*HIT* 1	0: 0:35.52	0	4	6 53.7	4	4	+4.24	+7.47	+0.00	+0.00
2128	*HIT* 1	0: 0:35.53	46	1	10 54.6	11	11	+4.25	+7.49	+0.00	+0.00
2129	*HIT* 1	0: 0:35.53	15	0	8 53.3	3	3	+4.25	+7.48	+0.00	+0.00
2130	*HIT* 1	0: 0:35.53	55	0	5 58.6	3	3	+4.25	+7.48	+0.00	+0.00

EVNT#	TIMNG CH	TIME	DUR	COUNT	ENRGY	AMP	RISE	Dehng	Last	z.b.V	z.b.V
	(us)		(us)			(db)	(us)				
2131	*HIT* 2	0: 0:35.54	16	0	4 52.5	8		+4.25	+7.47	+0.00	+0.00
2132	*HIT* 1	0: 0:35.54	27	72	5 55.4	7		+4.25	+7.49	+0.00	+0.00
2133	*HIT* 2	0: 0:35.55	59	6	11 54.6	6		+4.25	+7.48	+0.00	+0.00
2134	*HIT* 1	0: 0:35.55	170	29	5 54.2	2		+4.25	+7.49	+0.00	+0.00
2135	*HIT* 1	0: 0:35.56	55	2	11 58.0	5		+4.25	+7.49	+0.00	+0.00
2136	*HIT* 1	0: 0:35.57	44	0	5 57.2	3		+4.25	+7.49	+0.00	+0.00
2137	*HIT* 2	0: 0:35.57	0	37	4 41.5	1681		+4.25	+7.49	+0.00	+0.00
2138	*HIT* 2	0: 0:35.57	0	0	3 51.1	1366		+4.25	+7.49	+0.00	+0.00
2139	*HIT* 1	0: 0:35.58	0	3	3 48.6	1072		+4.25	+7.48	+0.00	+0.00
2140	1799.4 1	0: 0:35.58	276	27	80 74.9	4					
2140	*HIT* 2	0: 0:35.58	299	27	70 81.0	5		+4.25	+7.50	+0.00	+0.00
2141	*HIT* 1	0: 0:35.59	148	5	26 67.6	5		+4.25	+7.50	+0.00	+0.00
2142	*HIT* 1	0: 0:35.59	33	7	7 55.8	4		+4.26	+7.50	+0.00	+0.00
2143	*HIT* 1	0: 0:35.60	75	4	18 58.3	6		+4.25	+7.49	+0.00	+0.00
2144	1.4 1	0: 0:35.60	440	61	181 78.6	5					
2144	*HIT* 2	0: 0:35.60	443	47	79 70.6	4		+4.25	+7.50	+0.00	+0.00
2145	*HIT* 1	0: 0:35.61	32	1	7 56.5	6		+4.26	+7.51	+0.00	+0.00
2146	293.0 1	0: 0:35.61	0	4	6 51.0	1171					
2146	*HIT* 2	0: 0:35.61	41	2	11 54.8	25		+4.26	+7.51	+0.00	+0.00
2147	0.4 1	0: 0:35.62	203	17	44 70.3	94					
2147	*HIT* 2	0: 0:35.62	246	24	51 69.8	4		+4.26	+7.50	+0.00	+0.00
2148	*HIT* 1	0: 0:35.62	67	0	11 56.0	5		+4.26	+7.51	+0.00	+0.00
2149	*HIT* 1	0: 0:35.63	28	0	5 55.8	7		+4.26	+7.51	+0.00	+0.00
2150	*HIT* 1	0: 0:35.63	55	0	12 58.7	4		+4.26	+7.51	+0.00	+0.00
2151	*HIT* 2	0: 0:35.64	96	2	4 58.5	90		+4.26	+7.50	+0.00	+0.00
2152	*HIT* 1	0: 0:35.64	14	0	6 52.2	10		+4.26	+7.51	+0.00	+0.00
2153	*HIT* 2	0: 0:35.66	35	1	5 57.8	9		+4.26	+7.51	+0.00	+0.00
2154	*HIT* 2	0: 0:35.66	0	1	6 51.2	1145		+4.27	+7.52	+0.00	+0.00
2155	*HIT* 1	0: 0:35.67	88	2	14 63.8	7		+4.27	+7.51	+0.00	+0.00
2155	391.4 2	0: 0:35.67	37	1	6 53.7	9					
2156	*HIT* 1	0: 0:35.67	21	1	7 52.5	3		+4.27	+7.52	+0.00	+0.00
2157	*HIT* 1	0: 0:35.68	23	0	4 55.6	8		+4.27	+7.52	+0.00	+0.00
2158	4.6 1	0: 0:35.69	343	23	118 76.1	5					
2158	*HIT* 2	0: 0:35.69	380	43	115 78.4	5		+4.27	+7.51	+0.00	+0.00
2159	*HIT* 1	0: 0:35.69	19	24	11 53.2	9		+4.27	+7.52	+0.00	+0.00
2160	*HIT* 2	0: 0:35.70	0	43	4 49.5	1275		+4.27	+7.52	+0.00	+0.00
2161	*HIT* 1	0: 0:35.70	73	3	10 54.7	7		+4.27	+7.52	+0.00	+0.00
2162	*HIT* 1	0: 0:35.70	0	3	7 51.8	1176		+4.27	+7.53	+0.00	+0.00
2163	*HIT* 1	0: 0:35.71	133	6	19 64.8	101		+4.27	+7.52	+0.00	+0.00
2164	*HIT* 1	0: 0:35.71	171	9	22 62.0	6		+4.27	+7.53	+0.00	+0.00
2165	*HIT* 2	0: 0:35.72	0	0	3 49.9	1145		+4.27	+7.52	+0.00	+0.00
2166	*HIT* 1	0: 0:35.72	16	0	7 52.4	9		+4.27	+7.53	+0.00	+0.00
2167	*HIT* 1	0: 0:35.72	92	2	17 57.5	5		+4.27	+7.53	+0.00	+0.00
2168	2129.4 1	0: 0:35.73	298	23	87 70.2	14					
2168	*HIT* 2	0: 0:35.73	248	24	48 73.9	4		+4.28	+7.53	+0.00	+0.00
2169	*HIT* 1	0: 0:35.73	101	2	13 65.9	6		+4.28	+7.53	+0.00	+0.00
2170	*HIT* 1	0: 0:35.74	23	2	3 53.3	6		+4.28	+7.54	+0.00	+0.00
2171	*HIT* 1	0: 0:35.75	60	1	8 54.2	7		+4.28	+7.54	+0.00	+0.00
2172	*HIT* 1	0: 0:35.76	64	3	14 54.9	10		+4.28	+7.52	+0.00	+0.00
2173	*HIT* 1	0: 0:35.77	0	3	6 52.7	1240		+4.28	+7.53	+0.00	+0.00
2174	*HIT* 1	0: 0:35.77	355	13	67 74.3	77		+4.28	+7.54	+0.00	+0.00
2175	*HIT* 1	0: 0:35.77	26	13	4 42.6	14		+4.28	+7.55	+0.00	+0.00
2176	*HIT* 1	0: 0:35.78	327	4	29 68.9	52		+4.28	+7.53	+0.00	+0.00
2177	*HIT* 1	0: 0:36.56	319	38	84 77.5	5		+4.40	+7.74	+0.00	+0.00
2177	5482.2 2	0: 0:36.56	182	19	30 66.0	4					
2178	*HIT* 1	0: 0:36.56	94	3	15 62.4	3		+4.40	+7.74	+0.00	+0.00
2179	*HIT* 1	0: 0:36.57	185	16	39 71.9	26		+4.40	+7.74	+0.00	+0.00
2179	138.4 2	0: 0:36.57	318	37	76 75.0	3					
2180	*HIT* 2	0: 0:36.58	13	37	7 54.8	12		+4.40	+7.75	+0.00	+0.00
2181	*HIT* 1	0: 0:36.58	84	2	16 52.5	4		+4.40	+7.72	+0.00	+0.00
2182	*HIT* 1	0: 0:36.58	32	1	6 55.5	3		+4.40	+7.75	+0.00	+0.00
2183	*HIT* 1	0: 0:36.59	388	13	64 67.2	57		+4.40	+7.74	+0.00	+0.00
2183	26.8 2	0: 0:36.59	109	7	17 55.2	7					
2184	*HIT* 1	0: 0:36.59	79	2	8 59.9	2		+4.40	+7.75	+0.00	+0.00
2185	*HIT* 1	0: 0:36.59	180	9	12 60.0	8		+4.40	+7.75	+0.00	+0.00
2186	*HIT* 1	0: 0:36.60	54	1	9 54.4	12		+4.40	+7.75	+0.00	+0.00
2187	*HIT* 1	0: 0:36.60	67	2	13 56.5	4		+4.40	+7.75	+0.00	+0.00
2187	*HIT* 1	0: 0:36.61	124	8	20 64.2	5		+4.40	+7.75	+0.00	+0.00
2187	1.2 1	0: 0:36.61	119	10	21 62.2	2					

EVNT#	TRNG CH	TIME	DUR	COUNT	ENRGY	AMP	RISE	Dehng	Last	r.b.V	r.b.V
	(us)		(us)			(db)	(us)				
2189	*HIT# 2	0: 0:36.61	165	12	26	63.0	4	+4.40	+7.75	+0.00	+0.00
2190	*HIT# 1	0: 0:36.61	24	0	9	54.9	6	+4.40	+7.75	+0.00	+0.00
2191	*HIT# 2	0: 0:36.62	0	12	3	55.4	1117	+4.40	+7.74	+0.00	+0.00
2192	*HIT# 1	0: 0:36.62	29	2	6	55.4	7	+4.40	+7.75	+0.00	+0.00
2193	*HIT# 1	0: 0:36.63	88	5	11	62.2	2	+4.40	+7.75	+0.00	+0.00
2194	*HIT# 2	0: 0:36.63	0	0	5	49.3	1187	+4.40	+7.76	+0.00	+0.00
2195	*HIT# 1	0: 0:36.64	152	2	20	56.7	4	+4.40	+7.74	+0.00	+0.00
2196	*HIT# 1	0: 0:36.64	69	4	8	57.7	5	+4.40	+7.76	+0.00	+0.00
2197	*HIT# 1	0: 0:36.64	34	2	10	53.9	7	+4.40	+7.76	+0.00	+0.00
2198	*HIT# 1	0: 0:36.65	45	12	75	90.8	5	+4.41	+7.76	+0.00	+0.00
2199	*HIT# 1	0: 0:36.66	10596	1465	3940	88.4	0	+10.00	+7.53	+0.00	+0.00
2199	808.4 2	0: 0:36.66	5063	811	979	81.0	0				
2200	*HIT# 1	0: 0:36.67	1069	97	136	66.9	24	+10.00	+7.25	+0.00	+0.00
2200	1179.4 2	0: 0:36.67	211	17	68	61.1	13				
2201	*HIT# 1	0: 0:36.67	452	41	89	64.8	68	+10.00	+6.99	+0.00	+0.00
2201	305.4 2	0: 0:36.67	146	15	30	61.5	4				
2202	*HIT# 1	0: 0:36.67	0	50	6	62.1	2731	+10.00	+6.60	+0.00	+0.00
2202	278.8 2	0: 0:36.67	358	62	70	72.0	10				
2203	*HIT# 1	0: 0:36.68	35	0	18	57.8	1	+10.00	+6.29	+0.00	+0.00
2204	*HIT# 1	0: 0:36.68	10	2	5	53.4	5	+10.00	+5.96	+0.00	+0.00
2205	33.0 1	0: 0:36.68	196	10	30	60.0	2				
2205	*HIT# 2	0: 0:36.68	23	62	13	52.1	6	+10.00	+5.58	+0.00	+0.00
2206	*HIT# 1	0: 0:36.69	118	14	41	65.2	4	+10.00	+5.23	+0.00	+0.00
2207	35.6 1	0: 0:36.69	41	2	13	52.5	8				
2207	*HIT# 2	0: 0:36.69	0	6	2	53.5	1820	+10.00	+4.81	+0.00	+0.00
2208	*HIT# 1	0: 0:36.69	132	6	22	62.5	7	+10.00	+4.11	+0.00	+0.00
2209	*HIT# 2	0: 0:36.71	29	1	7	48.4	9	+10.00	+2.68	+0.00	+0.00
2210	*HIT# 1	0: 0:36.72	86	2	9	59.1	5	+10.00	+1.65	+0.00	+0.00
2211	*HIT# 1	0: 0:36.72	121	9	22	54.7	3	+10.00	+1.44	+0.00	+0.00
2212	*HIT# 1	0: 0:36.76	37	0	4	54.3	4	+10.00	+0.00	+0.00	+0.00
2213	*HIT# 1	0: 0:36.82	0	0	2	50.8	1262	+10.00	+0.00	+0.00	+0.00

Event 2199 stellt das Probenversagen dar. Anders als bei unidirektionalen Proben fällt die Last nicht unmittelbar auf Null ab, sondern wird während des Auseinanderreißen über einen Zeitraum von 0.08 sec abgebaut. Die Dehnung geht unmittelbar zur Zeit 0:0:36.66 gegen unendlich (reg. Spannung 10 Volt $\hat{=}$ overflow).

Der Schallaufweg zu den Transducern 1 und 2 war extrem ungleich lang (Laufzeitdifferenz 808.4 μ sec). Dieser Unterschied bedingt die starke Dämpfung auf Kanal 2. Der Event ist dort nur noch halb so lang wie auf Kanal 1 und die Amplitude ist um 7.4 dB (rund Faktor 2) vermindert. Die in die Transducer dissipierten Energien verhalten sich folgerichtig wie 4:1.

In der Mehrzahl der Fälle ist dieses Ungleichgewicht weit schwächer ausgeprägt (Versagen in Probestabmitte, geringere Dämpfung bei anderen Laminaten).

Die Dämpfung im Laminat muß stets berücksichtigt werden, wenn quantitativ auf mechanische Schädigungsenergien rückgeschlossen werden soll.

APPENDIX B

**On-Line Measurement of Onset and Growth of
Edge-Delaminations in CFRP-Laminates by an
Optical Grating Reflection Method**

by

R. Schütze and H. C. Goetting

DFVLR - Institut für Strukturmechanik

DEUTSCHE FORSCHUNGS- UND VERSUCHSANSTALT
FÜR LUFT- UND RAUMFAHRT E.V.
INSTITUT FÜR STRUKTURMECHANIK

Interner Bericht
IB 131-84/49

On-Line Measurement of Onset and Growth of
Edge-Delaminations in CFRP-Laminates by an
Optical Grating Reflection Method

Braunschweig, Oktober 1984

Dieser Bericht umfaßt:

20 Seiten mit
9 Bildern

Die Bearbeiter:

R. Schütze

(Dipl.-Ing. R. Schütze)

H. C. Goetting

(Dipl.-Phys. H.C.Goetting)

Contents

1. Introduction
2. Structure mechanical aspects of edge-delamination development
3. Description of the optical grating reflection method
4. Edge-delamination growth under quasi-static tensile load
5. Evaluation of surface deformations
6. Conclusions
7. References

Abstract

The onset and growth of edge-delaminations in multidirectional CFRP-specimens under quasi-static and fatigue loading was determined by the application of a new optical grating reflection method. This procedure allows the on-line observation of surface deformations corresponding to the actual size of propagating edge-delaminations.

The evaluation of the grid patterns described the growth of the the delamination versus increasing load or number of cycles, respectively, and permitted the measurement of out-of-plane deformations with relatively high resolution.

Optisches Raster-Reflexionsverfahren zur on-line Messung des Randdelaminationsfortschritts an CFK-Laminaten

Übersicht

Im quasistatischen und Schwingfestigkeitsversuch wurden die Entstehung und der Fortschritt von Randdelaminationen in multidirektionalen CFK-Laminaten mit einem optischen Raster-Reflexionsverfahren bestimmt. Das Verfahren gestattet während des Versuchs die direkte Beobachtung der Oberflächenverformungen, die durch die Ausdehnung der sich ausbildenden Randdelaminationen bedingt sind.

Die Auswertung der Rasterbilder ermöglicht die Bestimmung des Delaminationsfortschritts in Abhängigkeit von der Last bzw. Lastspielzahl, sowie die Messung von out-of-plane Verformungen mit relativ hoher Auflösung.

Introduction

Composite materials like carbon-fibre-reinforced plastics (CFRP) are laminated from unidirectional layers with preferred fibre directions of 0° , $\pm 45^\circ$ and 90° . Certain loading conditions can lead to local separations between adjacent layers characterized as delaminations. Under tensile loading of laminated test specimens the development of such delaminations at the free edges is frequently observed.

The observation and measurement of the delamination growth under increasing load or number of cycles, respectively, is usually performed by means of ultrasonic C-scans or X-ray radiography [1], [2], and in some cases crack-opening displacement (COD) measurement methods are applied [3]. The former two methods have the disadvantage of permitting off-line evaluations only, requiring unnecessary interruptions of loading and testing, while COD-measurements can only refer to specific points of the delamination area.

Therefore an optical grating reflection method was introduced suitable for the on-line determination of the entire delaminated zones [4]. This simple procedure allows the measurement of the delamination size during testing and the evaluation of curvatures and out-of-plane deformations.

Structure Mechanical Aspects of Edge-Delamination Development

Because of the different stiffnesses of unidirectional layers oriented under 0° , $\pm 45^\circ$ and 90° relative to the loading direction, different stresses develop in the individual layers of multidirectional laminates.

Tensile loading of laminates with a stacking sequence of $[0_2^\circ/+45^\circ/0_2^\circ/-45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$ generates at the specimen edges high tensile stresses σ_{33} in the direction of the laminate thickness - so called peeling stresses - which cause the separation of delaminated parts of a specimen, see Fig. 1 [5]. These high stresses in the 90° layers at the $0^\circ/90^\circ$ -interfaces stem from the transverse contraction constraints of the 90° layer on the neighboring 0° and 45° layers.

Corresponding to the results of stress analyses performed by Rohwer [5] edge delaminations develop at the interface between 0° and 90° layers with intermittent "jumps" to the adjacent interface. This typical transition from one interface to the other is aided by the existence of a matrix crack pattern, called the "characteristic damage state" (CDS), which is described in detail by Reifsnider et al. [6].

Depending on the load and the actual size of the edge-delamination, a certain amount of bending of the delaminated sections occurs. The corresponding curvature changes can be evaluated by the optical grating reflection method.

Description of the Optical Grating Reflection Method

Fig. 2 shows the principle of this measurement method as proposed by Ritter et al. [7]. An edge-delaminated CFRP-specimen serves as "object" the cross-section of which is displayed by dashed lines for the delaminated state and by straight lines for the un-delaminated state. A special specimen surface treatment of the specimen reflecting like a mirror is necessary. This mirror surface allows the observation of the virtual image of an illuminated line-grating.

The lines of this grating are parallel and perpendicular to the picture plane, that means the image lines are parallel to the longitudinal direction of the test specimen. During loading the cross-section changes its shape into the dashed line figure and therefore point P moves into the position P'. Because of the changes of the surface curvature the observer, looking from the camera position C, identifies line 5 instead of line 3. These distortions of the grating lines can be directly observed or registered by a camera. By means of the geometrical relations it is possible to evaluate these distortion patterns quantitatively.

Fig. 3 shows the arrangement of a grating reflection measurement in a servohydraulic testing facility. The main part is a light-box with two gratings attached symmetrically to the transverse axis of the specimen, and adjustable by small micro-meter screw drives. The camera support is also adjustable in order to facili-

tate the exact positioning of the light-box as well as the camera objective for quantitative curvature evaluations. Two gratings are used to simultaneously observe the front and back side of the specimen.

The mirror-like preparation of the test specimen must be applied such that it does not influence the imposed deformations of the specimen.

An evaluation of different preparation procedures showed that mirror-like specimen surfaces are best obtained by attaching a thin epoxy-resin film under pressure against a plate-glass of perfect smoothness. This thin film also smoothes the roughness of the specimens surface, and cannot significantly affect the specimen deformation because of its low Young's modulus. The optical contrast in the image between the dark grating lines and the reflected light provided sufficient resolution.

This simple technique permits the preparation of extensive series of test specimens with an effective preparation- test time ratio.

Edge-Delamination Growth under Quasi-Static Tensile Load

Pre-test results showed the onset of edge-delaminations during quasi-static loading to occur only at relative high load levels near the ultimate load. In order to avoid the difficulty of detecting and measuring the delamination growth in such a narrow range the specimens were first cycled under tension-tension fatigue loading with $R=0.1$ and at a frequency of 5 Hz until onset of delaminations could be observed.

All of the tests were conducted in a load-controlled servo-hydraulic testing machine at constant ambient temperature of 22°C and at 20% R.H. Fatigue loads as well as static loads were applied by means of a preprogrammed microprocessor-controlled function generator aiding fatigue interruptions.

The specimens were first cycled at a maximum load of 500 N/mm² followed by cycling at 600 N/mm², with 2000 cycles at each level. An increase of the maximum load to 700 N/mm², equivalent to ca. 70% of the ultimate load, induced the onset of delaminations after 120-160 cycles. After this initial damage state step-by-step quasi-static loading was applied using a loading rate of 5 N/s. At

each level the load was retained for a period of 300 s in order to measure time-dependent phenomena of delamination growth [8].

Fig. 4 shows a series of observed grating patterns of a typical test specimen. The first picture of this series displays the initial damage state after cycling at 700 N/mm^2 indicating the onset of a delamination at the right-hand edge by the distortion of the grating lines. The next picture represents the rapid increase of the delaminated area along the entire test length due to a small load increment of 12.5 N/mm^2 ; the left-hand edge is now partially delaminated.

Following the progression of the delamination over the complete left side of the specimen, the remaining pictures show the decrease of the delamination growth rate which can be observed by regarding the undistorted lines in the center of the specimens surface.

In Fig. 5 the growth of left-hand and right-hand edge-delaminations of three specimens versus load is depicted. The lower values represent, at each load level, the delamination size after load increase, whereas the higher values reflect the influence of time under constant load. These curves demonstrate a rapid growth of the delamination size immediately after onset due to load increase as well as to holding time. They also depict the typical decrease of the growth rate with higher loads.

Because of the acute angle between specimen surface and camera axis, see Fig. 1, the grating picture always displays simultaneously both an edge and a side. Therefore the edge-opening at higher loads and corresponding higher deformations of the delaminated layers, can be observed as demonstrated in Fig.6 for the right-hand edge. Especially the "jumping" of delamination between the $0^\circ/90^\circ$ -interfaces can be clearly recognized in the wave-like shape of the distorted grating lines. This behaviour is explained by the different thicknesses of the delaminated parts leading to distinct bending stiffnesses affecting this wave-like crack-opening.

In order to quantify the observed delaminated areas independently, X-ray radiography was applied after the damage growth tests. The actual damage, i.e. delaminations as well as

matrix cracks, can be made visible with the aid of a dye-penetrant. Fig. 7 shows a comparison of the last grating picture of a typical test specimen and X-ray radiography record establishing good correlation between the areas of distorted grating lines and the dark areas of the X-ray radiography representing the delaminations.

Evaluation of Surface Deformations

In order to assess the curvatures and the out-of-plane deformations transverse to the longitudinal specimen axis, the delamination growth depending on the number of cycles under fatigue load was studied and evaluated. A more detailed description of this procedure is given in [9].

A test specimen with the stacking sequence $[0_2^\circ/+45^\circ/0_2^\circ/-45^\circ/0^\circ/90^\circ]_S$ was tension-tension fatigued ($R=0.1$) with a maximum tensile load of 825 N/mm^2 . This relatively high fatigue load induced delamination already after 100 cycles as recorded in Fig. 8. The rapid propagation of the delaminations is documented by the grating picture after 700 cycles. The evaluation of all grating pictures by light microscopy and by an appropriate computer program lead to out-of-plane deformation curves as depicted in Fig. 9. The comparison between the curves for the left-hand part and the right-hand part of the specimen surface clearly shows a rotation of the specimen with reference to the coordinate system. This rotation has no influence on the accuracy of the deformation measurement.

The unsymmetric deformation of the specimen after 100 cycles corresponds very well to the distortions of the grating lines. The small increase of the deformation between 700 and 2000 cycles also shows good accordance with the observed grating line distortions. All deformation curves demonstrate the relatively high resolution of this measurement method.

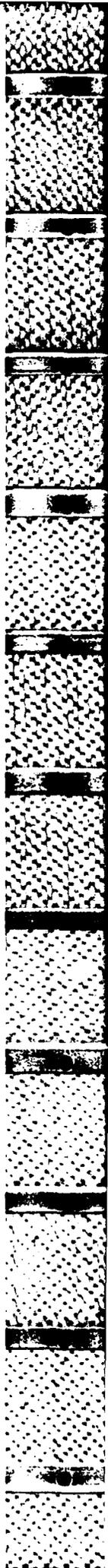
Conclusions

After an overview of the structure mechanical aspects of edge-delaminations in multidirectional CFRP-laminates, a simple optical grating reflection method is described which offers the detection of onset and growth of delaminations. The evaluation of the distortion of grating lines observed on the mirror-like specimen surface allows the identification of delaminated areas during the test.

The interpretation of grating reflection pictures after step-by-step quasi-static loading led to typical curves for the onset and propagation of edge-delaminations versus load, including time-dependency. X-ray radiographic records showed good agreement with the optically observed delamination size.

The calculation of curvatures obtained by the evaluation of grating pictures after fatigue loading yielded high-resolution data of out-of-plane deformations in the transverse direction.

This method described seems to be a valuable tool for the observation and evaluation of delaminations and surface deformations of CFRP-laminates because of its simple preparation technique, easy handling, and relatively high resolution.



References

- [1] O'Brien, T.K. Characterization of Delamination Onset and Growth in a Composite Laminate. In: Damage in Composite Materials, ASTM STP 775, 1982, pp. 140-167
- [2] Hillger, W. Non-Destructive Testing of CFRP-Laminates.
Schütze, R. Damage Mechanics of Fibre-Reinforced Composite Materials
ESA-TT-758, Dec.82, pp.9-46
- [3] Prinz, R. Experimental and Analytical Study of
Goetting, H.C. Strength Degradation During Fatigue of
Schmidt, K. Graphite/Epoxy Laminates.
Proc. of the 12th ICAF Symposium, Toulouse, May 1983, pp. 2.3/1-2.3/33
- [4] Schütze, R. Anwendung eines optischen Reflexions-
verfahrens für schadensmechanische Unter-
suchungen an kohlenstoffaserverstärkten
Verbundwerkstoffen.
VDI-Berichte Nr.514, 1984
- [5] Rohwer, K. Stresses and Deformations in Laminated
Test Specimens of Carbon Fibre Reinforced
Composites.
Forschungsbericht DFVLR-FB 82-15
- [6] Reifsnider, K.L. An Investigation of Cumulative Damage
Masters, J.E. Development in Quasi-Isotropic
Graphite/Epoxy Laminates. In:
Damage in Composite Materials, ASTM
STP 775, 1982, pp. 40-62

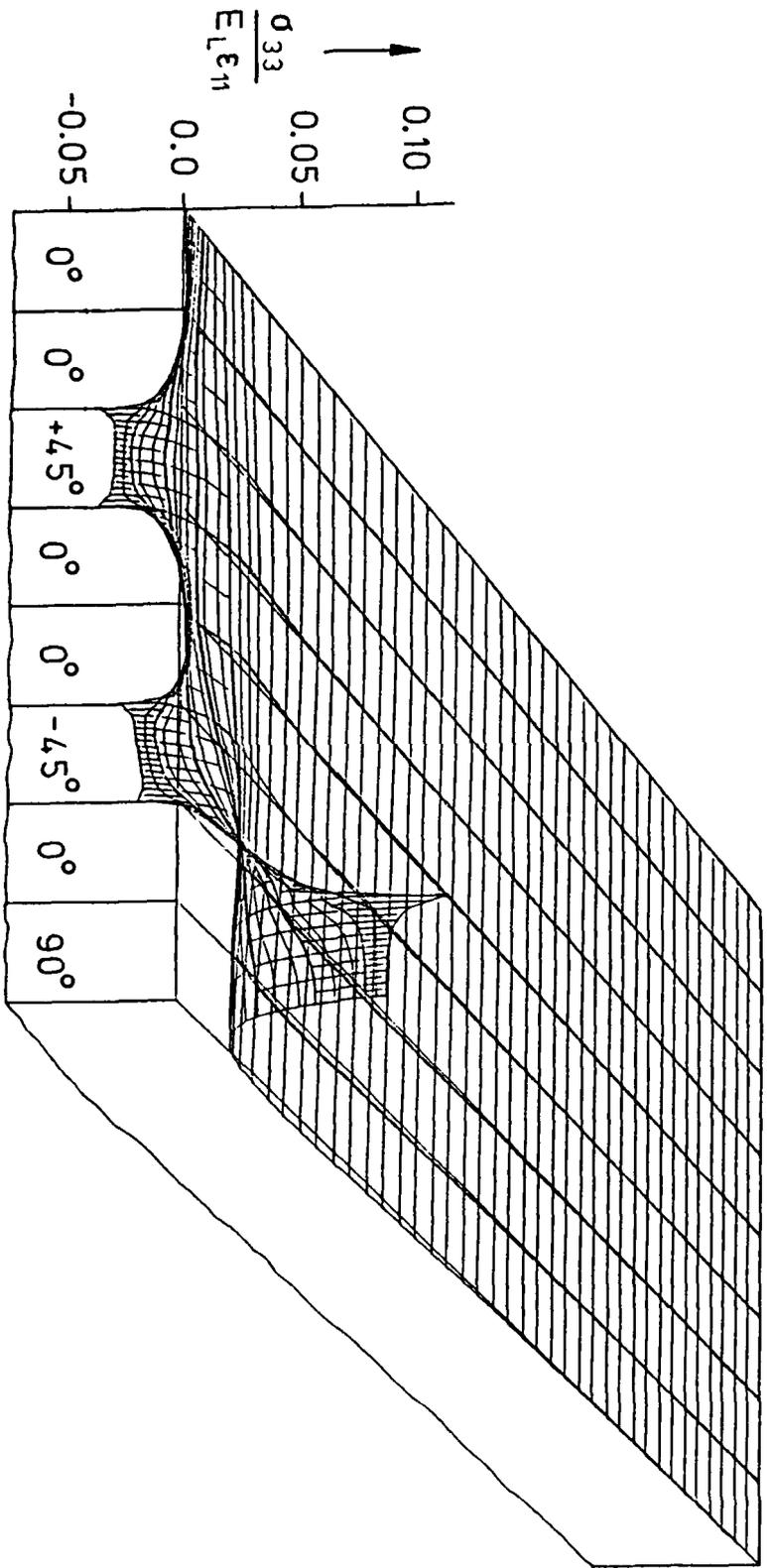


Fig. 1: Normal stresses σ_{33} due to axial tensile load, calculated by Rohwer [5].

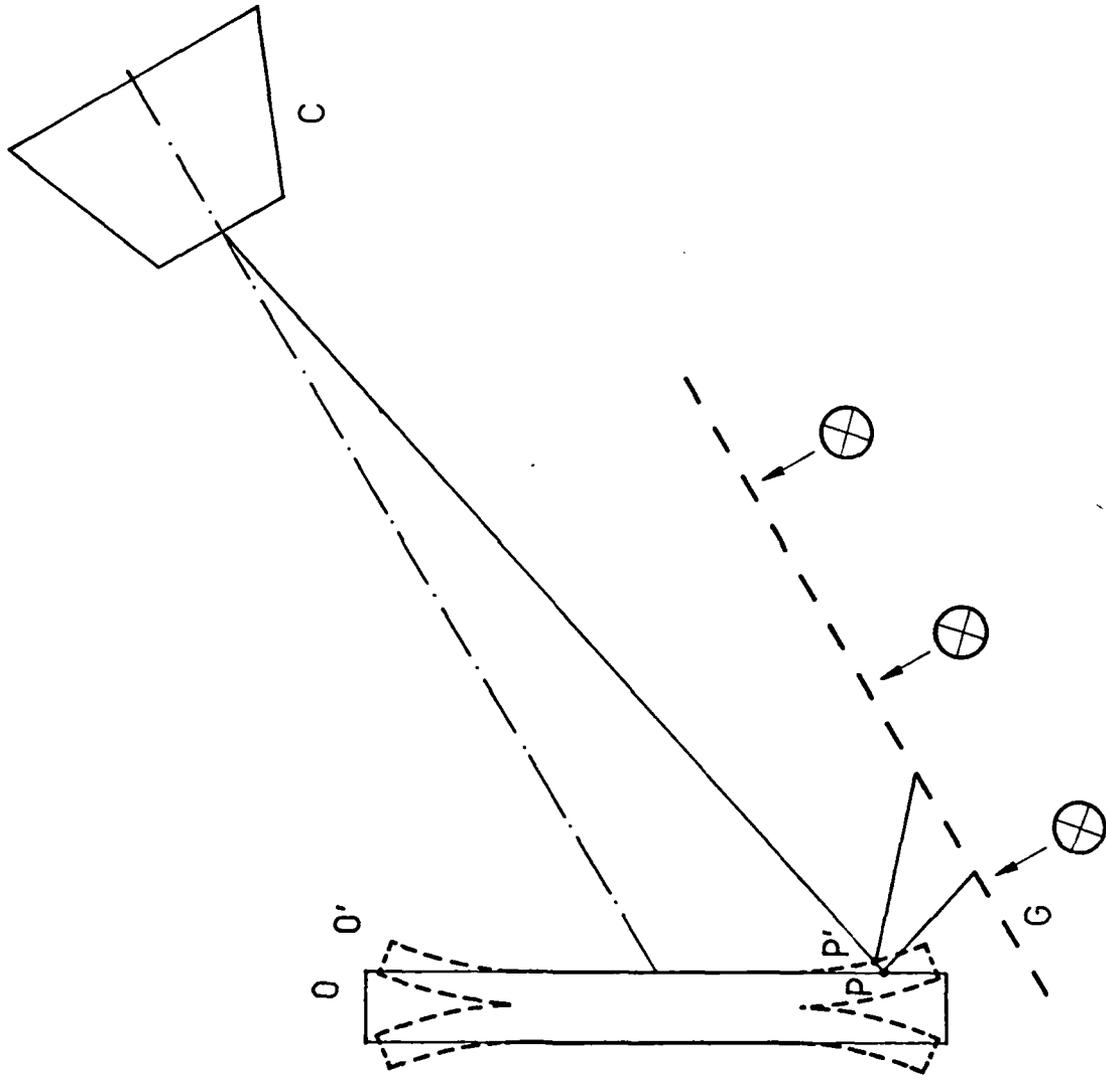


Fig. 2: Principle of the optical grating reflection method.

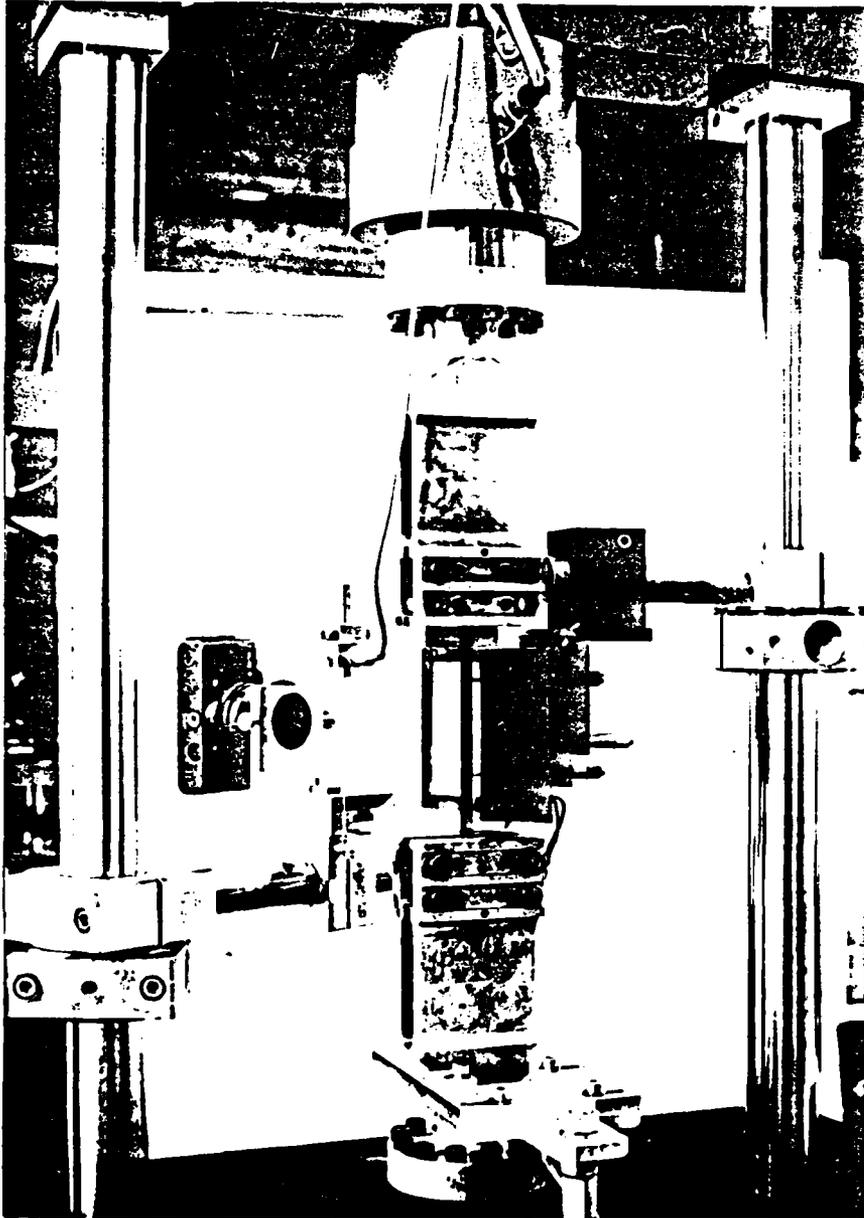
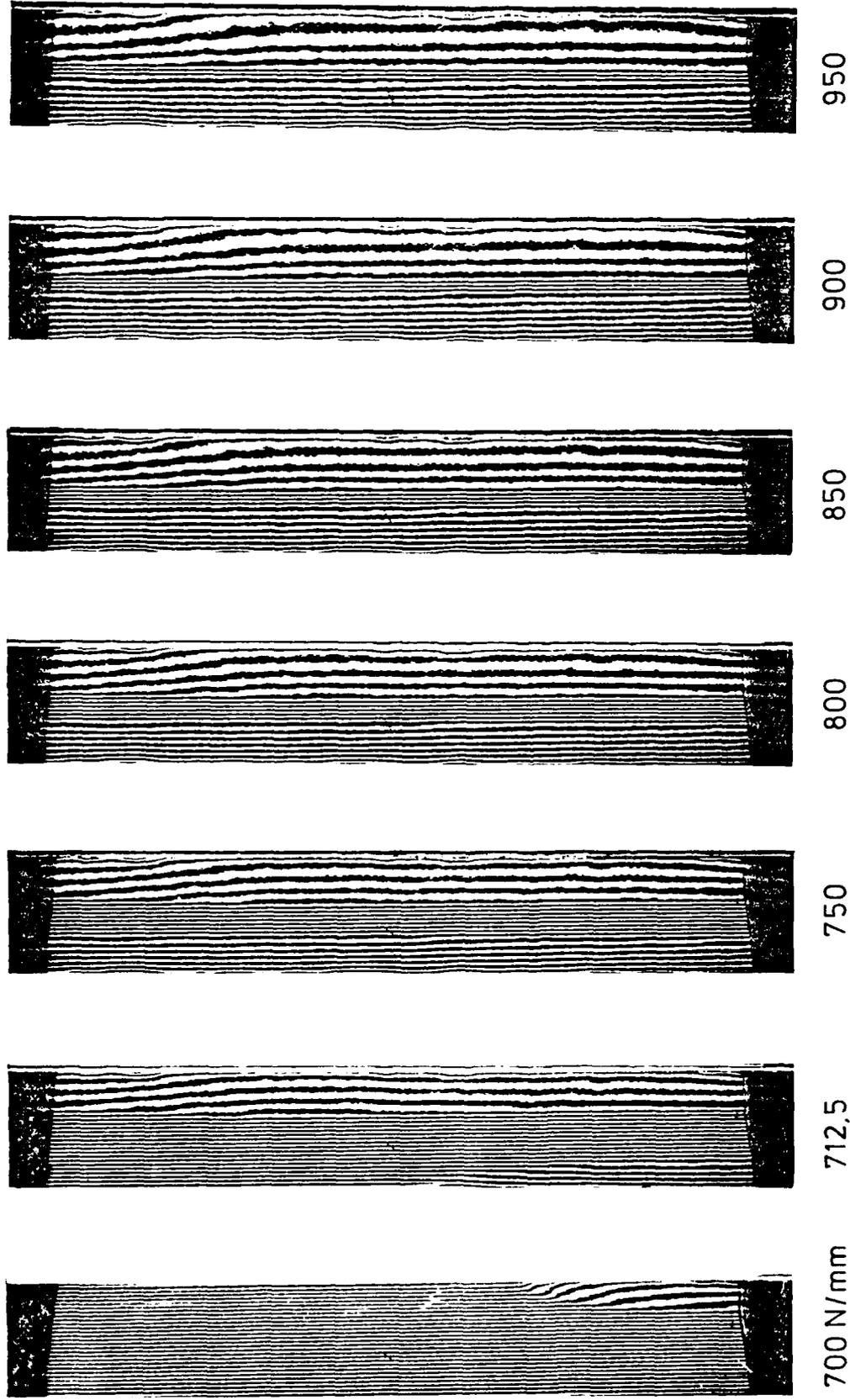
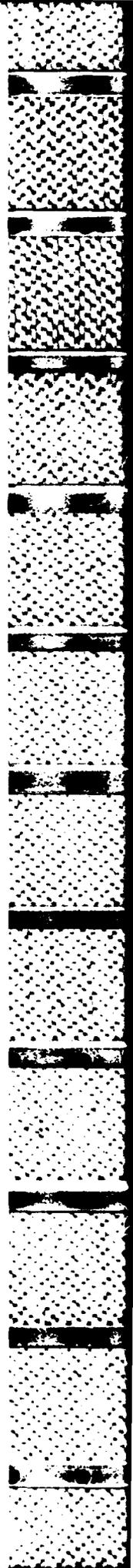


Fig. 3: Measurement arrangement in a servo-hydraulic test facility.



Specimen No 903/1 Stacking sequence $[0_2^{\circ}, +45^{\circ}, 0_2^{\circ}, -45^{\circ}, 0^{\circ}, 90^{\circ}]_s$

Fig. 4: Onset and growth of edge-delaminations during quasistatic loading.



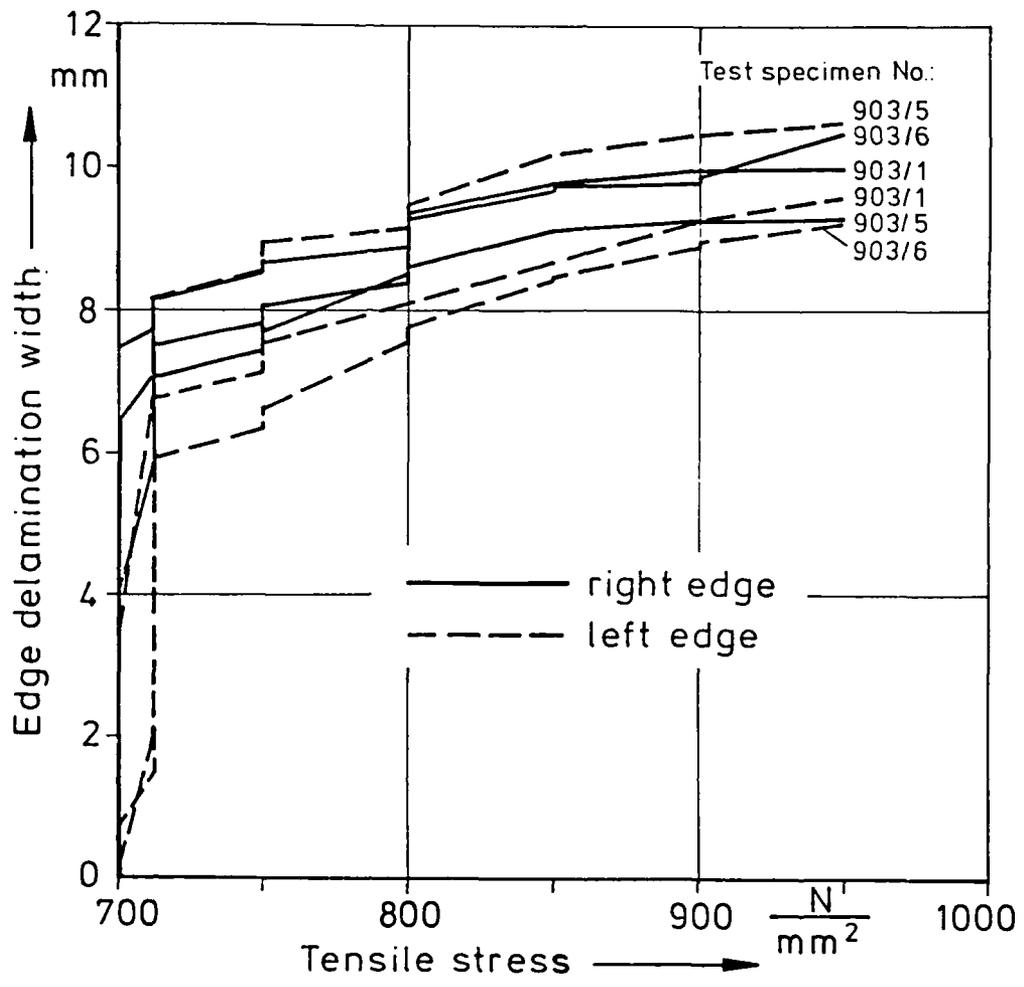


Fig. 5: Propagation of delamination width versus tensile stress.

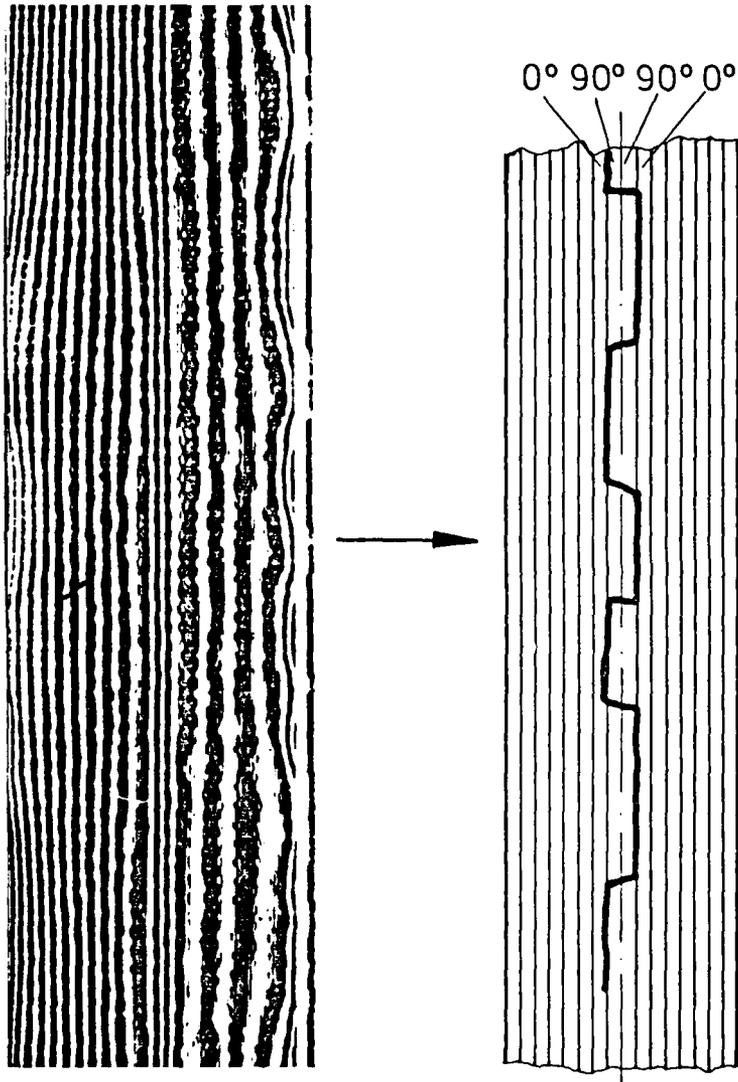


Fig. 6: Wave-like distortion pattern at the right-hand edge corresponding to the shape of the delamination crack.



Fig. 7: Comparison between grating picture and X-ray radiographic record.

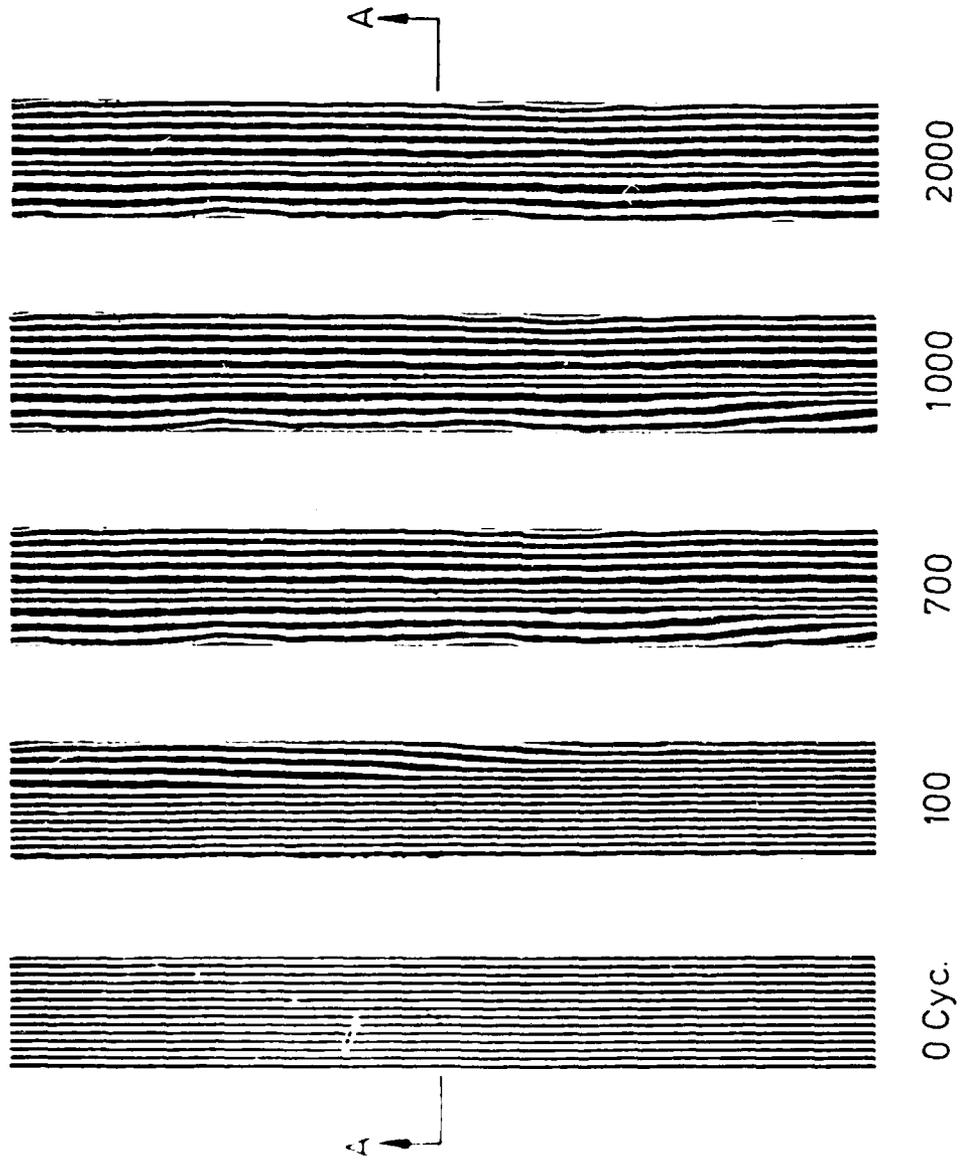
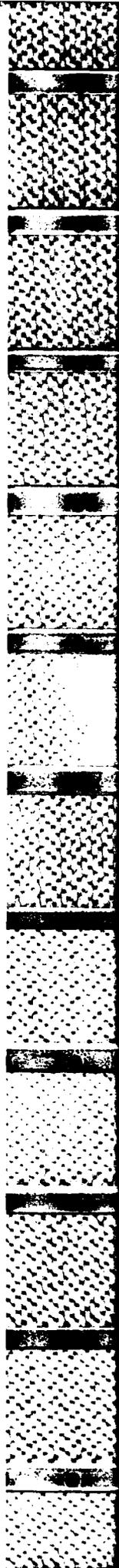


Fig. 8: Onset and growth of edge-delaminations under fatigue loading, $R=0.1$.



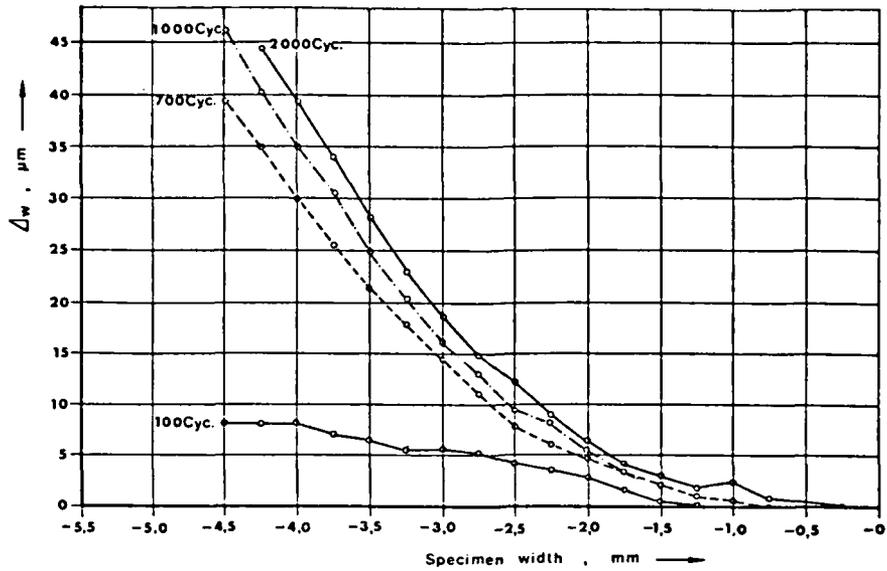


Fig. 9a: Deformation in transverse direction due to left-hand edge-delamination.

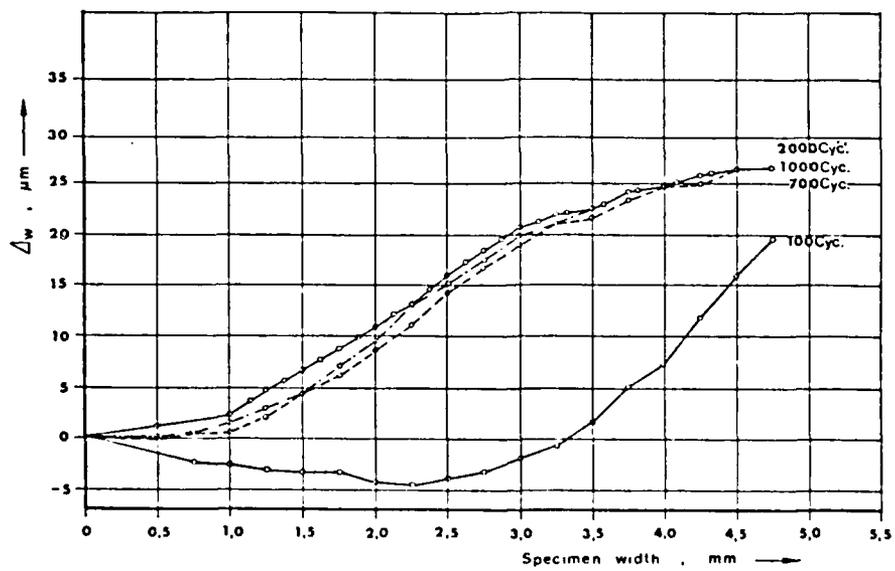


Fig. 9b: Deformation in transverse direction due to right-hand edge-delamination.

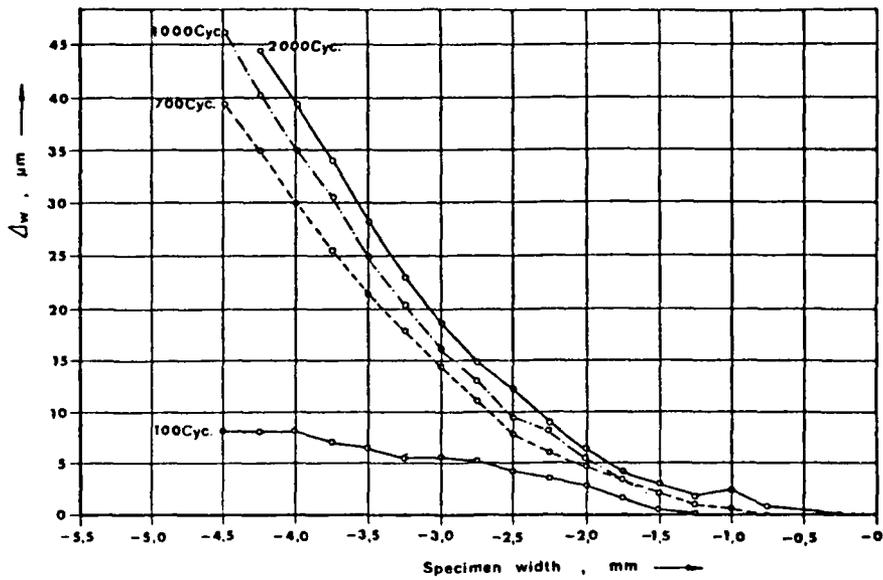


Fig. 9a: Deformation in transverse direction due to left-hand edge-delamination.

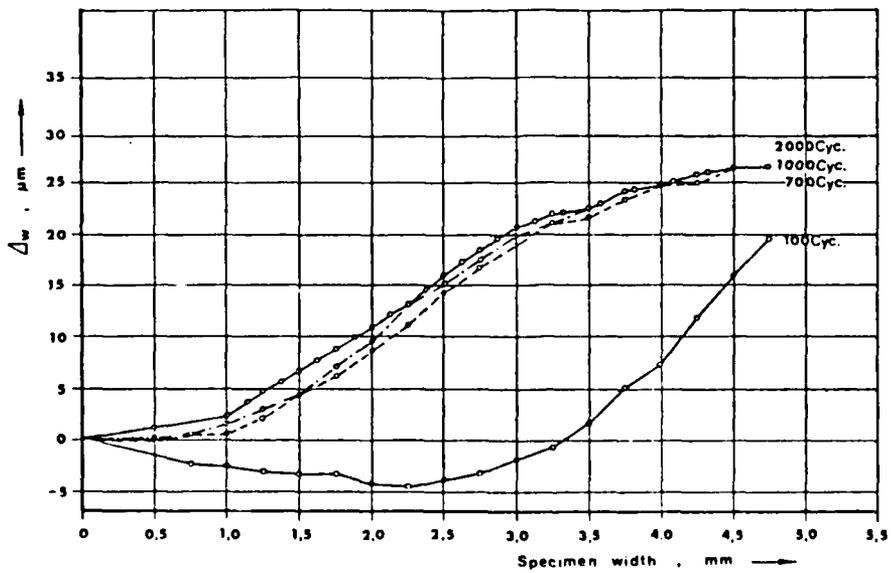
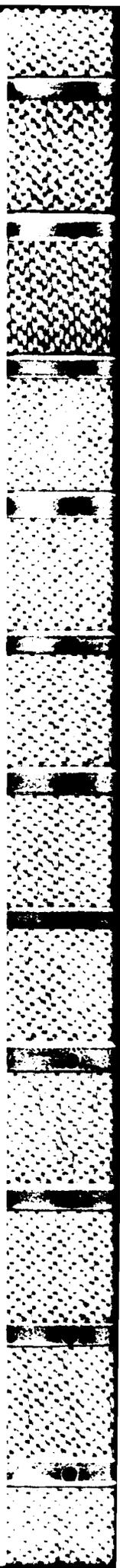


Fig. 9b: Deformation in transverse direction due to right-hand edge-delamination.



APPENDIX C

Eine effektive Teilstrukturtechnik
angewendet auf Bruchprobleme

von

Hans Eggers

Institut für Strukturmechanik, Braunschweig

DEUTSCHE FORSCHUNGS- UND VERSUCHSANSTALT
FÜR LUFT- UND RAUMFAHRT E.V.
INSTITUT FÜR STRUKTURMECHANIK

Interner Bericht
IB 131-84/45

Eine effektive Teilstrukturtechnik
angewendet auf Bruchprobleme

Vortrag beim Strukturmechanik-Kolloquium
am 7. Juni 1984 in Braunschweig

Braunschweig, September 1984

Der Bericht umfaßt:
67 Seiten
mit 29 Bildern
und 5 Tabellen

Der Institutsleiter:
Dr.-Ing. H.W. Bergmann

Der Abteilungsleiter:
Dr.-Ing. B. Geier

Der Verfasser:
Dr.-Ing. H. Eggers

Gliederung

	Seite
Bezeichnungen	4
1. Aufgabenstellung	6
2. Die Grundgleichungen für linear elastische Strukturen .	7
3. Nichtlineare Effekte	8
3.1 Die Werkstoffnichtlinearität	9
3.2 Die Strukturnichtlinearität	12
3.2.1 Extrapolationsmethode	13
3.2.2 Die Methode der Linienintegrale	14
3.2.3 Singuläre finite Elemente	19
3.3 Die geometrische Nichtlinearität	22
4. Teilstrukturtechnik	24
4.1 Anforderungen an den Gleichungslöser	24
4.2 Der Aufbau von Teilstrukturen	25
4.2.1 Erläuterungen zur Teilstrukturtechnik	25
4.2.2 Lösungsverfahren zum Aufbau von Teilstrukturen .	28
4.2.3 Modifizierte Cholesky Routinen	30
5. Programm- und Datenorganisation	32
5.1 Globale Speicherorganisation	32
5.2 Dateneingabe zur Elementkopplung	33
6. Ausblick	35
7. Schrifttum	37
8. Bilder	39
9. Tafeln	63

Bezeichnungen

Es gilt die Summenkonvention, bei der über zwei gleiche, nicht eingeklammerte Indizes summiert wird. Wenn es nicht explizit anders geregelt ist, laufen lateinische Indizes von $i = 1, 2, 3$ und griechische Indizes von $\alpha = 1, 2$.

Skalare Größen:

$(\hat{\quad})$		Anfangswert
$(\dot{\quad})$		Inkrement
$(\quad)^T$		Transponierte
$(\quad)_{,i}$		partielle Ableitung nach der Koordinate x^i
x^i, x^α	mm	Kartesische Koordinaten
r, ϕ	mm, 1	Polarkoordinaten
dV	mm^3	Volumeninkrement
dF	mm^2	Flächeninkrement
P^i, F^i	N	Einzelkräfte
F_u	mm^2	Oberfläche mit Wegrandbedingungen
F_σ	mm^2	Oberfläche mit Krastrandbedingungen
F_c	mm^2	Rißfläche
δF_c	mm^2	Fläche des Rißfortschritts
l_c	mm	Rißlänge
c	mm	Länge eines fiktiven Risses
Δc	mm	Teillänge von c
G	N/mm	Gesamte Energiefreisetzungsrate
$G_1(K_1^2)$	N/mm	Energiefreisetzungsrate für die Rißöffnung
$G_2(K_2^2)$	N/mm	Energiefreisetzungsrate für die Rißgleitung
K_α	$\text{N/mm}^{3/2}$	Spannungsintensitätsfaktoren
K_α^c	$\text{N/mm}^{3/2}$	kritische Spannungsintensitätsfaktoren
R_o	mm	Bezugsradius
\hat{H}	Nmm	Materialparameter für die Verfestigung
Y	1	Fließbedingung

ϵ^P	1	Plastische Vergleichsdehnung
σ_E	N/mm ²	Vergleichsspannung an der Elastizitätsgrenze
σ_U	N/mm ²	Grenzfestigkeit des Werkstoffs
$\rho = r/R_0$	1	bezogener Radius
ϕ	N	Spannungsfunktion
$W(\gamma_{ij})$	N/mm ²	Verzerrungsenergie je Volumeneinheit
$W(\sigma^{ij})$	N/mm ²	konjugierte Verzerrungsenergie je Volumeneinheit

Tensorielle Größen:

u_i	Verschiebungen
\bar{u}_i	Randverschiebungen
Δu_i	Rißöffnungsverschiebung
\bar{p}_V^i	Volumenbelastung
\bar{p}_F^i	Oberflächenbelastung
r_i	Komponenten des Einheitsvektors normal zur Oberfläche
γ_{ij}	Verzerrungen
σ^{ij}	Spannungen
y_{ij}	Gradient der Fließfläche
a_{ij}	Koeffizienten des Stoffgesetzes (Nachgiebigkeit)

Vektoren, Matrizen:

z	Lösungsvektor
z_i	Lösungsvektor der interne Variablen
z_e	Lösungsvektor der externe Variablen
A_{ij}	Untermatrizen der Elementmatrix
\tilde{A}_{22}, K_e	reduzierte Elementmatrix
\tilde{p}_2, \tilde{p}_e	reduzierter Lastvektor
p	Lastvektor
L	obere Dreiecksmatrix von A
y	vorreduzierter Lösungsvektor

1. Aufgabenstellung

Lamine aus kohlefaserverstärkten Kunststoffen (CFK-Lamine) bestehen aus dünnen Einzelschichten mit unidirektionalen Faserlagen. Die Festigkeiten und die Steifigkeiten der unidirektionalen Schichten (UD-Schichten) sind in Faserrichtung mehr als eine Zehnerpotenz größer als quer zur Faser. Optimiert man die Faserwinkel in den Einzelschichten, kann - bei minimalem Gewicht - die Festigkeit der Lamine weitgehend an vorgegebene Beanspruchungen angepaßt werden. Dadurch entstehen sehr leichte und feste Strukturen, wie sie in der Luft- und Raumfahrt und neuerdings auch im Fahrzeugbau verwendet werden.

Aufgrund der geringen Festigkeit der Kunststoffmatrix reißen die Lamine bevorzugt in Faserrichtung bzw. zwischen den Schichten auf. Diese, am Anfang meist kleinen Schäden, können sich mit fortschreitender Belastung oder mit wachsenden Lastzyklen ausweiten und den globalen Bruch einleiten. Versuche an Laminen zeigen eine Vielfalt von unterschiedlichen Brüchen und Bruchkombinationen. Zur Zeit kann ein lokaler Schaden und der sich daraus entwickelnde Bruch des Laminates rechnerisch noch nicht erfaßt werden. Um diesem Ziel näher zu kommen, werden Versuche an UD-Schichten durchgeführt und parallel dazu über Vergleichsrechnungen Bruchkriterien ermittelt.

Derartige Berechnungen sind sehr aufwendig, da sich mit fortschreitendem Riß die Geometrie der Struktur ändert. Um hier zu vertretbaren Rechenzeiten zu kommen, wurde eine Lösungsmethode entwickelt, bei der die linear elastische, ungerissene Struktur durch Zwangsbedingungen eingeschränkt wird, die den Bruch beschreiben. Bei jedem Rißfortschritt werden nur die Gleichungen für den neu auftretenden Riß gelöst und damit die bekannten Ergebnisse für die vorangegangene Rißlänge modifiziert. Durch eine neuartige Teilstrukturtechnik wird der überwiegende Teil der Struktur abgelöst, so daß sich die eigentliche Berechnung des Rißfortschritts nur auf die unmittelbare Umgebung des Risses (oder der geschädigten Zone) erstreckt.

2. Die Grundgleichungen für linear elastische Strukturen

Eines der allgemeinsten Prinzipie der Kontinuumsmechanik ist das Prinzip der virtuellen Verrückung. Es beschreibt nur die Gleichgewichtsbedingungen, die auch bei nichtlinearen Problemen erfüllt sein müssen. In diesem Prinzip sind die Spannungen und die Belastungen die wirklich auftretenden Größen, während die virtuellen Verrückungen Variationen der Weggrößen sind, die die Wegrandbedingungen erfüllen müssen. Ergänzt man das Prinzip der virtuellen Verrückung um die Nebenbedingungen für die Wegrandbedingungen, die Rißöffnung und den Rißfortschritt, entsteht das erweiterte Prinzip:

$$\begin{aligned}
 \delta J^E = & \int_V (\sigma^{ij} \cdot \delta u_{i,j} - \bar{p}_V^i \cdot \delta u_i) dV \\
 & - \int_{F_\sigma} \bar{p}_F^i \cdot \delta u_i \cdot dF \\
 & - \delta \int_{F_u} \sigma^{ij} \cdot r_j \cdot (u_i - \bar{u}_i) dF \\
 & - \delta \int_{F_c} \sigma^{ij} \cdot r_j \cdot \Delta u_i \cdot dF \\
 & - \int_{\delta F_c} \frac{1}{2} \sigma^{ij} \cdot r_j \cdot \delta \Delta u_i \cdot dF = 0
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Gleichgewicht} \\ \\ \text{Wegrandbedingung} \\ \text{Rißöffnung, siehe [1]} \\ \text{Rißfortschritt, siehe [2], S. 207} \end{array}$$

Darin beschreiben σ^{ij} die Spannungen, u_i die Verschiebungen und Δu_i die Relativverschiebungen der beiden Rißufer. \bar{p}_V^i und \bar{p}_F^i sind die Volumen- bzw. Oberflächenlasten, \bar{u}_i die vorgegebenen Wegrandbedingungen und r_i die Komponenten des nach außen zeigenden Einheitsvektors normal zum Rand. F_σ und F_u sind die Oberflächen, auf denen die Spannungs- bzw. Wegrandbedingungen vorgegeben sind und F_c ist die Fläche des Risses. Über doppelt vorkommende, nicht eingeklammerte lateinische Indizes ist von $i = 1, 2, 3$ zu summieren.

Der erste Term der Gleichung (1) wird mit der Legendreschen Transformation

$$(2) \quad \sigma^{ij} \cdot \delta \gamma_{ij} = \delta W(\gamma_{ij}) = \delta(\sigma^{ij} \cdot u_{i,j} - W(\sigma^{ij}))$$

umgeformt, wobei $W(\gamma_{ij})$ die Verformungsenergie, $W(\sigma_{ij})$ die konjugierte Verformungsenergie und γ_{ij} die Verzerrungen kennzeichnen. Damit geht die Gleichung (1) über in ein erweitertes Prinzip von Hellinger-Reissner [3], das zusätzlich Terme für die Rißöffnung enthält:

$$(3) \quad \delta J^R = \delta \left\{ \int_V (\sigma^{ij} \cdot u_{i,j} - W(\sigma^{ij}) - \bar{p}_v^i \cdot u_i) dV \right. \\ \left. - \int_{F_\sigma} \bar{p}_F^i \cdot u_i \cdot dF - \int_{F_u} \sigma^{ij} \cdot r_j \cdot (u_i - \bar{u}_i) dF \right. \\ \left. - \int_{F_c} \sigma^{ij} \cdot r_j \cdot \Delta u_i dF \right\} - \int_{\delta F_c} \frac{1}{2} \sigma^{ij} \cdot r_j \cdot \delta \Delta u_i \cdot dF = 0$$

Darin werden neben den Spannungen und Verschiebungen auch die Fläche δF_c für den Rißfortschritt unabhängig variiert. Das Funktional erfüllt alle Grundgleichungen für das Kontinuum. Bei einer numerischen Approximation der Zustandsgrößen müssen die Ansatzfunktionen lediglich gewisse Stetigkeitsbedingungen befriedigen.

Mit dem Prinzip von Hellinger-Reissner wurde ein geschichtetes Weggrößenelement zur Berechnung von Laminaten entwickelt, das an den Schichtgrenzen auch die Übergangsbedingungen für die Spannungen erfüllt. Mit diesem Element wurde ein Teil der in [13] angegebenen Vergleichsrechnungen durchgeführt. Da die folgenden Untersuchungen nicht an ein bestimmtes Elementmodell gebunden sind, wird hier auf eine Herleitung des in [4] beschriebenen Elementes verzichtet.

3. Nichtlineare Effekte

Die hier betrachteten nichtlinearen Einflüsse werden je nach Art der numerischen Behandlung unterschieden in

Werkstoffnichtlinearität,
Strukturnichtlinearität und
geometrische Nichtlinearität.

Ein Beispiel für die Werkstoffnichtlinearität ist das Plastifizieren eines Körpers. Die Variablen, die das plastische Fließen beschreiben, sind an den Werkstoff und damit an einen bestimmten Punkt der Struktur gebunden. Sie lassen sich bei einer finiten Übersetzung einzelnen Elementen in der plastischen Zone zuordnen.

Ein typisches Beispiel für die Strukturnichtlinearität ist ein fortschreitender Riß. Durch den Rißfortschritt ändert sich das statische System, wodurch die Berechnung nichtlinear wird. Die Variablen, die den Riß beschreiben, sind Strukturvariable, d.h. sie können nur der Struktur als Ganzes zugeordnet werden aber nicht einem bestimmten Punkt innerhalb der Struktur. So ist z.B. der Spannungsintensitätsfaktor immer an die Rißspitze gebunden und wandert mit dieser mit.

Bei der geometrischen Nichtlinearität wird der Berechnung die verformte Struktur zugrunde gelegt. Dadurch müssen bei einer finiten Übersetzung die Elemente fortlaufend an die sich ändernde Geometrie angepaßt werden. Die Verformungen beeinflussen die gesamte Struktur und nicht nur, wie in den vorangegangenen Beispielen, einige Teilbereiche. Entsprechend aufwendig gestaltet sich auch die Berechnung.

In den folgenden Abschnitten wird die Methode der Randgleichungen erläutert, mit der die hier angesprochenen nichtlinearen Probleme mit geringerem numerischen Aufwand gelöst werden können.

3.1 Die Werkstoffnichtlinearität

Von den möglichen Werkstoffnichtlinearitäten soll hier nur die Plastizität näher betrachtet werden. Andere Einflüsse wie z.B. Mikrobrüche, Coulombsche Reibung u.a. lassen sich analog erfassen.

sen. Eine anschauliche Deutung der plastischen Verzerrungen ist in [5] angegeben.

Grundlage der Plastizitätstheorie ist die Existenz einer skalaren Fließbedingung, die den Spannungszustand begrenzt. Sie ist im einfachsten Fall nur von den Spannungen und bei verfestigenden Werkstoffen noch von den einachsigen plastischen Vergleichsdehnungen abhängig. Eine einfache Fließbedingung hat die Form

$$(4) \quad Y = Y(\sigma^{ij}, \epsilon^P; \sigma_E, \sigma_U) \leq 0 .$$

Darin sind σ_E die Spannung an der Elastizitätsgrenze und σ_U die Grenzfestigkeit des Werkstoffes, beide gemessen im einachsigen Zugversuch. Die plastische Dehnung ϵ^P beschreibt die Verfestigung des Materials und damit die Aufweitung der Fließfläche unter wachsender Beanspruchung, Bild 1.

Das totale Differential der Fließbedingung lautet

$$(5) \quad \dot{Y} = \hat{y}_{ij} \cdot \dot{\sigma}^{ij} - \hat{H} \cdot \dot{\epsilon}^P = 0$$

mit

$$(6) \quad \hat{y}_{ij} = \left. \frac{\partial Y}{\partial \sigma^{ij}} \right]_{\sigma^{ij} = \hat{\sigma}^{ij}} ,$$

$$\hat{H} = \left. - \frac{\partial Y}{\partial \epsilon^P} \right]_{\epsilon^P = \hat{\epsilon}^P} .$$

Darin sind $(\hat{\quad})$ die bekannten Zustandsgrößen der vorangegangenen Laststufe und $(\dot{\quad})$ die einer Laststeigerung zugeordneten Inkremente (Differentialle). Für einen Werkstoff ohne Verfestigung ist $\hat{H} = 0$, so daß die Spannungsinkremente in der Tangentialebene der Fließfläche liegen. Der Verfestigungsparameter \hat{H} beschreibt die Aufweitung der Fließfläche. Dadurch dreht sich der Spannungstensor σ^{ij} nach außen und beschreibt einen Punkt auf der neuen Fließfläche.

Während die Fließbedingung (4) eine nichtlineare Funktion der Spannungen und der plastischen Verzerrungen ist, beschreibt das Differential (5) einen linearen Zusammenhang zwischen den Inkrementen. Daher wird auch das Funktional (3) für die ungerissene elastische Struktur für die Inkremente angeschrieben und nach der Methode von Lagrange mit der Fließbedingung (5) eingeschränkt.

$$(7) \quad j^P = j^R - \int_{F^P} \dot{\epsilon}^P \cdot \left(\hat{y}_{ij} \cdot \dot{\sigma}^{ij} - \frac{1}{2} \hat{H} \cdot \dot{\epsilon}^P \right) dF = \text{stat.}$$

In Gleichung (7) wurde bereits berücksichtigt, daß nach [5] der Lagrange-Faktor mit dem plastischen Dehnungsinkrement $\dot{\epsilon}^P$ identisch ist. Die Euler-Gleichungen des Funktionals liefern u.a. die konstitutiven Gleichungen nach Prandtl-Reuß. Dies beweist, daß die Fließbedingung (5) der Pragerschen Normalenregel

$$(8) \quad \dot{\epsilon}_{ij}^P = \hat{y}_{ij} \cdot \dot{\epsilon}^P$$

äquivalent ist.

Ausgehend von einem bekannten Anfangszustand \hat{Z} wird das Funktional (7) finit übersetzt. Es entsteht ein algebraisches Gleichungssystem, das für eine kleine endliche Laststeigerung den Zuwachs \dot{z} der Zustandsgrößen beschreibt. Mit fortschreitendem Fließen weitet sich die plastische Zone auf. Die dort auftretenden plastischen Dehnungsinkremente werden wie die Zustandsgrößen elementweise approximiert. Um das teilweise Plastifizieren eines Elementes näherungsweise zu erfassen, werden bei der numerischen Integration der Arbeitsausdrücke nur die Gauß-Punkte innerhalb der plastischen Zone berücksichtigt. Die mit fortschreitender Plastifizierung sukzessive auftretenden Freiwerte für die plastischen Dehnungsinkremente werden fortlaufend am Ende des Lösungsvektors angefügt. Dadurch wird das vorhandene Gleichungssystem mit der Fließbedingung (5) gerändert, Bild 2.

Die Ausgangsgleichungen für \dot{z} bleiben dabei unverändert und werden nur ein einziges mal aufgelöst. Die Randgleichungen werden für jede Laststufe iterativ solange verbessert, bis der Spannungspunkt für den benachbarten Zustand

$$(9) \quad z = \hat{z} + \dot{z},$$

$$\epsilon^P = \hat{\epsilon}^P + \dot{\epsilon}$$

auf der Fließfläche liegt.

Da bei der Iteration nur wenige Randgleichungen verändert und neu gelöst werden müssen, ist die Berechnung sehr schnell. Sie hat allerdings den Nachteil, daß die Programmorganisation für eine noch unbekannte Zahl von Randgleichungen komplizierter ist als für ein normales Gleichungssystem mit festen Grenzen.

Als Beispiel für die Berechnung zeigt Bild 3 die Last-Verformungs-Kurven für den oberen Riegel eines Stockwerksrahmens. Der Einfluß der Normalkräfte auf die plastischen Verformungen der Fließgelenke ist gering. Sie werden bei überwiegend auf Biegung beanspruchten Tragwerken meist vernachlässigt.

3.2 Die Strukturnichtlinearität

Bei einem fortschreitenden Riß ändert sich - zunächst lokal - die Geometrie der Struktur. Mit wachsender Rißlänge treten dann in zunehmendem Maße Spannungsumlagerungen auf, die das Tragverhalten der Struktur verschlechtern und schließlich zum Bruch führen. Sind dabei die Verformungen noch hinreichend klein, kann man sie vernachlässigen. Erst der Rißfortschritt, der das statische System verändert, bringt einen nichtlinearen Effekt in die Berechnung. Maßgebend für den Rißfortschritt ist die Spannungskonzentration an der Rißspitze, die durch die Spannungsintensitätsfaktoren K_α beschrieben wird. Überschreiten sie einen kritischen Wert K_α^C oder bei kombinierter Beanspruchung die Interaktionsbedingung

$$(10) \quad f(K_\alpha; K_\alpha^C) \leq 0,$$

weitet sich der Riß aus. Die Schwierigkeit bei der Berechnung der Spannungsintensitätsfaktoren besteht darin, daß die Spannungssingularität an der Rißspitze durch finite Elemente nur unvollkommen approximiert wird. Im folgenden werden verschiedene

Methoden zur Berechnung der Spannungsintensitätsfaktoren erläutert.

3.2.1 Extrapolationsmethode

Für die unendlich ausgedehnte, gerissene Scheibe existieren exakte Lösungen über den Verlauf der Spannungen und Verschiebungen. Die Spannungen haben an der Rißspitze eine Singularität, die mit $1/\sqrt{r}$ abklingt, Bild 4. Die singuläre Lösung erfüllt bei einer endlichen Struktur nicht die Randbedingungen, so daß zur Korrektur der Randwerte stetige Funktionen überlagert werden. Die singuläre Lösung wird durch die Gleichungen

$$(11) \quad \begin{aligned} u_\alpha &= U_\alpha^\lambda(\varphi, a_{ij}) \cdot \sqrt{r/2\pi} \cdot K_\lambda \\ \sigma^{\alpha\beta} &= S_\lambda^{\alpha\beta}(\varphi, a_{ij}) / \sqrt{2\pi r} \cdot K_\lambda \end{aligned} \quad \lambda = 1, 2$$

approximiert. Darin sind U_α^λ und $S_\lambda^{\alpha\beta}$ bekannte Funktionen, die nur vom Richtungswinkel φ und den Koeffizienten a_{ij} des Stoffgesetzes abhängig sind.

Für $\varphi = 0$ wird die Lösung (11) für die Querkzug- und Schubspannungen entlang der x^1 -Achse besonders einfach:

$$(12) \quad \begin{aligned} K_1 &= \sqrt{2\pi r} \cdot \sigma^{22} \\ K_2 &= \sqrt{2\pi r} \cdot \sigma^{12} \end{aligned} \quad \text{für } \varphi = 0$$

Für beliebige Radien r liefern die Gleichungen (12) für die singuläre Lösung konstante Spannungsintensitätsfaktoren. Setzt man dagegen näherungsweise die Spannungen $\sigma^{\alpha\beta}$ aus einer finiten Elementberechnung ein, sind die ermittelten Spannungsintensitätsfaktoren vom Radius abhängig (untere Linie in Bild 5).

Die Ergebnisse der finiten Elementberechnung enthalten nicht nur den singulären Term, sondern auch die homogene Lösung zur Korrektur der Randwerte. Da die homogene Lösung im gesamten Gebiet stetig und schwach veränderlich ist, muß die Funktion $K_\alpha(r)$ nahezu lineare Bereiche aufweisen. In der Nähe der Rißspitze treten Abweichungen von der Geraden auf, weil die finite Elementlö-

sung zu ungenau ist. Ähnlich verhält es sich bei großen Radien, da die singuläre Lösung schnell abklingt und der Randeinfluß an Bedeutung gewinnt. Extrapoliert man den geraden Mittelbereich der Funktion $K_{\alpha}(r)$ bis zur Rißspitze, erhält man eine Näherung für die Spannungsintensitätsfaktoren.

Leider ist die finite Elementberechnung häufig so ungenau, daß die Funktion $K_{\alpha}(r)$ keine erkennbare Gerade enthält (obere Linie in Bild 5). Tests an unidirektionalen Zugproben aus CFK haben gezeigt, daß oft auch bei extrem feiner Elementteilung keine Extrapolationsgerade entsteht. Außerdem hat die Extrapolationsmethode den Nachteil, daß der Spannungsverlauf gezeichnet und per Hand ausgewertet werden muß. Tafel 1 zeigt ein Beispiel für die Berechnung der Spannungsintensitätsfaktoren in einer gekerbten und angerissenen Zugprobe aus unidirektionalem CFK-Laminat.

3.2.2 Die Methode der Linienintegrale

Von Rice [6] u. a. wurden Linienintegrale angegeben, die unabhängig vom Integrationsweg sind. Das sogenannte J-Integral von Rice ist ein Maß für die Beanspruchung an der Rißspitze. Es basiert auf dem Prinzip der virtuellen Verrückungen (1). Im folgenden sind keine Volumenbelastungen zugelassen. Die an den Rißufern austretenden Spannungen sollen verschwinden und die Verschiebungen sollen die Wegrandbedingungen erfüllen. Ersetzt man außerdem die variierten Größen durch die Differentiale, entsteht die Gleichung

$$\begin{aligned}
 (13) \quad dJ &= \int_V \sigma^{ij} \cdot du_{i,j} \, dV - \int_{F_{\sigma}} \bar{p}_F^i \cdot du_i \, dF && (= dW_{\text{Pot.}}) \\
 &= \frac{1}{2} \int_{dF_c} \sigma^{ij} \cdot r_j \cdot d\Delta u_i \, dF && (= -dF_c \cdot G)
 \end{aligned}$$

Darin beschreibt die erste Zeile die gesamte potentielle Energie der Struktur und die zweite Zeile die bei einem Rißfortschritt dF_c dissipierte Energie. Die dissipierte Energie läßt sich durch die Energiefreisetzungsrates G (Energy release rate) multipli-

ziert mit dem Zuwachs dF_c der Rißfläche ersetzen. Etwas umgeformt, lautet Gleichung (13)

$$(14) \quad - \frac{dJ}{dF_c} = G = - \int_V \frac{dW(\gamma_{ij})}{dF_c} dV + \int_{F_\sigma} \bar{p}_F^i \cdot \frac{du_i}{dF_c} dF_c.$$

Im folgenden wird nur der ebene Spannungszustand betrachtet ($\sigma^{\alpha 3} = 0$). An die Rißspitze wird ein Koordinatensystem angeheftet, das mit der Rißspitze mitwandert und dessen Koordinate x^1 in die Verlängerung des Risses zeigt, Bild 6.

In die Gleichung (14) wird die Beziehung

$$(15) \quad dF_c = - dx^1$$

eingeführt und das Volumenintegral durch das entsprechende Randintegral ersetzt.

$$(16) \quad J_{,1} = \oint_S (W(\gamma_{\rho\lambda}) \cdot r_1 - \bar{p}_F^{\rho} \cdot u_{\rho,1}) dS$$

Der Integrationsweg in Gleichung (16) muß nicht dem Rand der wirklichen Struktur folgen, sondern er kann auch eine beliebige Teilstruktur umfahren, Bild 6. Außerdem kann der Rißfortschritt und damit die Ableitung in Richtung der Koordinate x^2 erfolgen. Damit geht die Gleichung (16) in die allgemeinere Form

$$(17) \quad J_{,\alpha} = \oint_S (W(\gamma_{\rho\lambda}) \cdot r_\alpha - \bar{p}_F^{\rho} \cdot u_{\rho,\alpha}) dF$$

über.

In das J-Integral (17) wird die singuläre Lösung nach Gleichung (11) eingesetzt. Die Auswertung liefert eine Beziehung zwischen den J-Integralen und den Spannungsintensitätsfaktoren.

$$(18) \quad J_{,\alpha} = R_\alpha^{\rho\lambda} (a_{ij}) \cdot K_\rho \cdot K_\lambda$$

Die Konstanten $R_\alpha^{\rho\lambda}$ sind nur von den Koeffizienten des Stoffgesetzes abhängig. Sie nehmen bei isotropem Material die folgenden, von Null verschiedenen Werte an:

$$(19) \quad R_1^{11} = R_1^{22} = -R_2^{12} = \frac{1}{E}$$

Mit der singulären Lösung für den geraden RiB wurde auch das Integral $J_{,2}$ ausgewertet, bei dem der RiBfortschritt rechtwinklig zur ursprünglichen RiBrichtung verläuft. Die Gleichung für $J_{,2}$ in (18) beschreibt keine mechanisch sinnvolle Lösung. Auf Grund dieses Widerspruches können die beiden Gleichungen (18) und (19) auch nicht benutzt werden, um die Spannungsintensitätsfaktoren über die J-Integrale zu bestimmen. Einen Ausweg aus diesem Dilemma bietet die Trennung der Energiefreisetzungsrate in

$$(20) \quad G = G_1(K_1) + G_2(K_2).$$

Für orthotropes Material erhält man für die beiden Terme die Gleichungen

$$(21) \quad \begin{aligned} G_1 &= R_1^{11} \cdot K_1 \cdot K_1, \\ G_2 &= R_1^{22} \cdot K_2 \cdot K_2, \end{aligned}$$

wobei die Konstanten die Werte

$$(22) \quad \begin{aligned} R_1^{11} &= \kappa \cdot \sqrt{a_{11} \cdot a_{22} / 2}, \\ R_1^{22} &= \kappa \cdot a_{11} / \sqrt{2}, \\ \kappa &= \sqrt{\sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}} + \frac{2a_{12} + a_{66}}{2a_{11}}}} \end{aligned}$$

annehmen und die Koeffizienten des Stoffgesetzes durch die Gleichung

$$(23) \quad \begin{bmatrix} \gamma_{11} \\ \gamma_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdot \\ a_{12} & a_{22} & \cdot \\ \cdot & \cdot & a_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma^{11} \\ \sigma^{22} \\ \sigma^{12} \end{bmatrix}$$

definiert sind.

Bei der Ableitung der J-Integrale (17) wurde vorausgesetzt, daß das virtuelle Verschiebungsfeld δu_i affin ist zu den wirklichen Verschiebungen u_i (δu_i wurde durch du_i ersetzt). Es gibt daher keine Möglichkeit, daß $J_{,1}$ -Integral explizit in die beiden Terme G_1 und G_2 aufzuspalten. Im folgenden soll gezeigt werden, daß diese Trennung näherungsweise mit Hilfe der finiten Elementmethode möglich ist.

Bei einem linear elastischen Körper ist die innere Energie $W(\epsilon_{\rho\lambda})$ halb so groß wie das Potential der äußeren Kräfte. Unter dieser Voraussetzung läßt sich die Gleichung (14) umformen in

$$(24) \quad G = \frac{1}{2} \int_{S_{\sigma}} \bar{p}^q \frac{du_q}{dl_c} dS .$$

Bei dem hier betrachteten ebenen Spannungszustand und der Scheibendicke $d = 1$ wird dF_c durch die Länge dl_c des Rißfortschritts ersetzt. Mit den in Bild 7 angegebenen Bezeichnungen wird die Gleichung (24) als Differenzenausdruck für die Einzelkräfte angeschrieben:

$$(25) \quad G = \frac{\sum P_i \cdot \Delta u_i}{2\Delta c}$$

mit

$$(26) \quad \begin{aligned} \Delta u_i &= u_i(l_c + c_n) - u_i(l_c + c_{n-1}), \\ \Delta c &= c_n - c_{n-1} . \end{aligned}$$

Darin sind P^i die einer Rißlänge l_c zugeordneten Belastungen. Diese werden bei einer virtuellen Verlängerung des Risses um die Länge c konstant gehalten. Der virtuelle Rißfortschritt c_n wird in n Stufen aufgebracht, wobei Δc üblicherweise einer Elementlänge entspricht.

Die Gleichung (24) beschreibt die gesamte, an der Rißspitze freigesetzte Energie. Wenn für den virtuellen Rißfortschritt nur

eine Rißöffnung quer zur Rißachse zugelassen wird und die Tangentialverschiebungen der angrenzenden Elemente weiterhin gekoppelt bleiben, liefert die Gleichung (25) nur die Energiefreisetzungsrates für G_1 . Analog wird für G_2 nur die Schubverbindung zwischen den angrenzenden Elementen gelöst, während die Elementknoten quer zum Riß gekoppelt bleiben.

Der Vorteil dieses Verfahrens besteht darin, daß die Auswertung vollständig im Rechner erfolgen kann. Außerdem ist das Ergebnis genauer als bei der Extrapolationsmethode da die mittleren Energiewerte bei der finiten Elementmethode erheblich genauer approximiert werden als einzelne Spannungskomponenten in der Nähe der Rißspitze.

Bild 8 zeigt ein Beispiel für die Energiefreisetzungsrates eines gekerbten $[90^\circ]_8$ -Laminates aus CFK. Die Energiefreisetzung nimmt mit wachsender Rißlänge zu, so daß in diesem Beispiel der Riß bis zum Bruch der Struktur weiterläuft (plötzlicher Bruch). Nur wenn die Energiefreisetzung mit wachsender Rißlänge abnimmt, stoppt der Riß, sobald ein kritischer Wert G^C unterschritten wird. Die J-Integrale sind quadratische Funktionen der Spannungsintensitätsfaktoren. Die Funktionen $K_\alpha(r)$ verlaufen in der Nähe der Rißspitze linear, Bild 5, so daß die Energiefreisetzungsrates G näherungsweise durch eine quadratische Funktion der Rißlänge beschrieben wird. In der Regel trägt man daher die Funktion \sqrt{G} auf, die linear extrapoliert werden kann.

Eine andere Methode zur Bestimmung der Energiefreisetzungsrates $G_1(K_1)$ und $G_2(K_2)$ beruht auf den in [7] angegebenen Formeln

$$\begin{aligned}
 (27) \quad G_1 &= \lim_{\delta c \rightarrow 0} \frac{1}{2\delta c} \int_0^{\delta c} \sigma^{22}(r=x, \psi=0) \cdot \Delta u_2(r=\delta c-x, \psi=\pm\pi) dx \\
 G_2 &= \lim_{\delta c \rightarrow 0} \frac{1}{2\delta c} \int_0^{\delta c} \sigma^{12}(r=x, \psi=0) \cdot \Delta u_1(r=\delta c-x, \psi=\pm\pi) dx
 \end{aligned}$$

Die zugeordneten Bezeichnungen sind in Bild 9 beschrieben. Die Gleichungen (27) liefern nur für die formelmäßig angegebene, exakte Lösung die zugeordneten Energiefreisetzungsrates. Die so

ermittelten G_{α} -Werte sind meist sehr ungenau, wenn für einen endlichen Rißfortschritt die numerisch ermittelten Spannungen und Verschiebungen aus einer finiten Elementberechnung eingesetzt werden. Dies liegt an der i.a. sehr ungenauen Approximation der Spannungen in der Nähe der Rißspitze. In [8] wird eine modifizierte Rißschlußintegralmethode (modified crack closure integral method) erläutert, bei der die in Gleichung (27) enthaltenen Funktionen für die Spannungen und Verschiebungen durch die entsprechenden Knotenkräfte und -verschiebungen der finiten Elementberechnung ersetzt werden. Mit den Bezeichnungen nach Bild 10 entstehen für die Energiefreisetzungsraten die Differenzenausdrücke

$$(28) \quad G_1 = \frac{1}{2\Delta c} (F_2^K \cdot \Delta u_2^I + F_2^L \cdot \Delta u_2^J),$$

$$G_2 = \frac{1}{2\Delta c} (F_1^K \cdot \Delta u_1^I + F_1^L \cdot \Delta u_1^J),$$

die nach [8] beim Weggrößenverfahren nur um wenige Prozent von der genauen Lösung abweichen.

3.2.3 Singuläre finite Elemente

Die Genauigkeit einer finiten Elementberechnung läßt sich erheblich steigern, wenn die Singularität an der Rißspitze durch besondere Elemente, sogenannte singuläre Elemente, erfaßt wird. Für diese Elemente wird als Ansatz die genaue Lösung der Scheibengleichungen herangezogen. Sie können daher beliebig groß sein. Als Beispiel wird hier nur das Element von Hu [10] erläutert, das auf der Spannungsfunktion von Williams [9] aufbaut. Williams Spannungsfunktion

$$(29) \quad \Phi = \sum_{n=1}^N r^{\frac{n}{2}+1} \left\{ a_n \cdot \left[\sin \left(\frac{n}{2} - 1 \right) \cdot \varphi - \frac{n-2}{n+2} \cdot \sin \left(\frac{n}{2} + 1 \right) \cdot \varphi \right] \right.$$

$$\left. + b_n \cdot \left[\cos \left(\frac{n}{2} - 1 \right) \cdot \varphi - \cos \left(\frac{n}{2} + 1 \right) \cdot \varphi \right] \right\}$$

ist eine Reihenentwicklung, deren erstes Glied die Singularität an der Rißspitze beschreibt. Die höheren Reihenglieder sind stetige Funktionen, mit denen die Randbedingungen erfüllt werden können. Aus Gleichung (29) läßt sich das Verschiebungsfeld

$$(30) \quad u_{\alpha} = U_{\alpha}^{\lambda}(r, \varphi) \cdot \hat{K}_{\lambda} + \sum_{n=2}^N F_n(r, \varphi) \cdot \hat{U}_{\alpha}^n$$

ableiten, das als Freiwerte für die finite Übersetzung die Spannungsintensitätsfaktoren \hat{K}_{α} und die Verschiebungen \hat{u}_{α} in den Randknoten enthält. Bild 11 zeigt das singuläre Element, eingebettet in ein normales finites Elementnetz.

Mit den singulären Elementen kann ein vorhandener Riß nachgerechnet werden. Die Untersuchung eines Rißfortschrittes ist nur mit großem numerischen Aufwand möglich, da das singuläre Element und damit das Elementnetz sukzessive an den Rißfortschritt angepaßt werden müssen.

3. Rißbeschreibung durch Strukturvariable

Damit bei fortschreitendem Riß das Elementnetz unverändert bleiben kann, werden Strukturvariable eingeführt. Sie sind an die Struktur - in unserem Fall an den Riß - gebunden und nicht einzelnen Elementen zugeordnet. Für die Strukturvariablen werden folgende Ansatzfunktionen vorgeschlagen:

$$(31) \quad u_{\alpha} = L_i(\xi, \eta) \cdot \hat{U}_{\alpha}^i + \quad \text{stetiger Ansatz} \\ + \sqrt{R_0 / 2\pi} \cdot (g^{1/2} - g^2) \cdot U_{\alpha}^{\lambda}(\varphi, a_{ij}) \cdot \hat{K}_{\lambda} + \quad \text{Singularität an} \\ \quad \text{der Rißspitze} \\ + D_m(\xi_c, \eta_c) \cdot \Delta \hat{U}_{\alpha}^m \quad \text{Rißöffnung}$$

mit

$$(32) \quad 0 \leq \varrho \leq 1, \\ 0 \leq \eta_c \leq 1.$$

Darin beschreiben der erste Term die üblichen Ansätze innerhalb eines finiten Elementes und die folgenden Terme die Strukturva-

riablen für die Singularität an der Rißspitze und für die Rißöffnung.

Der Ansatz für die Singularität enthält die exakte Lösung nach Gleichung (11), die mit stetigen Funktionen überlagert wird. Dadurch verschwindet die Ansatzfunktion auf einem Kreis mit dem Radius R_0 . Die Freiwerte \hat{K}_α sind die Spannungsintensitätsfaktoren. Bild 13 zeigt die Ansatzfunktionen für die Rißspitze. Bei der finiten Übersetzung werden die Arbeitsausdrücke für die Strukturvariablen der Rißspitze nur in den Bereichen der Elemente ausgewertet, die innerhalb eines Kreises mit dem Radius R_0 um die Rißspitze liegen, Bild 12. Näherungsweise werden bei einer numerischen Integration nur die Gaußpunkte eines Elementes ausgewertet, die innerhalb des Kreises R_0 liegen.

In Gleichung (31) wird die Rißöffnung durch die Sprungfunktionen D_m beschrieben, die in Richtung des Risses quadratisch approximiert werden, Bild 12. An der Rißspitze münden die Sprungfunktionen tangential in die Rißachse ein, so daß dort keine Singularität auftritt.

Die Strukturvariablen entstehen sukzessive mit wachsender Rißlänge. Sie werden, wie die plastischen Dehnungsinkremente in Bild 2, am Ende des Lösungsvektors angeordnet. Dadurch rändern die Gleichungen zur Beschreibung des Risses das algebraische System. Die Randgleichungen müssen nur im Einflußbereich der singulären Funktionen iterativ verbessert werden, da nur hier Veränderungen durch den Rißfortschritt eintreten.

Die Genauigkeit der beschriebenen Verfahren ist unterschiedlich. Bild 14 zeigt den Vorteil, den die singulären Elemente bieten, besonders deutlich. Sie liefern bei wesentlich größeren Elementabmessungen genauere Ergebnisse als die ersten beiden hier beschriebenen Verfahren. Die Methode der Strukturvariablen dürfte den singulären Elementen gleichwertig sein.

3.3 Die geometrische Nichtlinearität

Die bisher beschriebenen physikalisch nichtlinearen Probleme lassen sich für die Inkremente linearisieren. Dadurch können sie mathematisch exakt über Randgleichungen erfaßt werden. Anders liegen die Verhältnisse bei stark verformten Strukturen. Hier müssen die Verformungen im Gleichgewicht berücksichtigt werden. Dadurch ändert sich in der finiten Übersetzung der Struktur die Koeffizientenmatrix. Bei physikalisch und geometrisch nichtlinearen Problemen ist es daher i. a. nicht sinnvoll, die Werkstoffnichtlinearität über Randgleichungen zu erfassen, wenn außerdem aufgrund der großen Verformungen die Koeffizientenmatrix geändert werden muß. Um auch hier die Methode der Randgleichungen anwenden zu können, wird im folgenden ein Näherungsverfahren vorgeschlagen und am Beispiel eines einfachen Balkens erläutert.

Für den in Bild 15 skizzierten Balken soll der Anfangszustand mit dem Lösungsvektor \hat{u}_0 und die zugeordnete finite Übersetzung bekannt sein. Außerdem soll der Anfangszustand die Gleichgewichtsbedingungen erfüllen. Das Gleichungssystem

$$(33) \quad \delta \hat{u}^T (A(\hat{u}_0) \cdot \hat{u} - \hat{p}) = 0$$

liefert für eine kleine endliche Laststeigerung \hat{p} den zugeordneten Lösungsvektor, der als 1. Glied einer Reihenentwicklung mit \hat{u}_1 bezeichnet wird. Aufgrund der überproportional anwachsenden Verformungen erfüllen die inneren Kräfte im System für den Nachbarzustand

$$(34) \quad \hat{u}_1 = \hat{u}_0 + \hat{u}_1$$

nicht die Gleichgewichtsbedingungen. Sie halten nur dem Lastanteil

$$(35) \quad \hat{b} = A(\hat{u}_1) \cdot \hat{u}_1$$

die Waage. In den folgenden Schritten werden jeweils die Lastdifferenzen $\hat{p} - \hat{b}$ aufgebracht bis die Lösung konvergiert. Für

die folgende Laststufe ist der berechnete Nachbarzustand der neue Anfangswert.

Üblicherweise wird die Koeffizientenmatrix zu Beginn einer neuen Laststufe angepaßt und die Iteration innerhalb einer Laststufe über die Lastspalten durchgeführt. Im Gegensatz dazu soll hier die Lösung durch eine Reihenentwicklung angenähert werden, Bild 16.

$$(36) \quad \dot{u} = \dot{\lambda}_1 \cdot \dot{u}_1^* + \dot{u}_2$$

mit

$$(37) \quad \dot{u}_1^* = \dot{u}_1 / \|\dot{u}_1\|.$$

Darin sind $\dot{\lambda}_1$ die neue Variable, \dot{u}_1 die Lösung des ersten Iterationsschrittes und $\|\cdot\|$ die Euklidische Norm. Setzt man diese Lösung in das Funktional (33) ein, entsteht das in Bild 16 skizzierte geränderte Gleichungssystem. Dessen Lösung liefert in einem Schritt den zum Gleichgewicht erforderlichen Anteil $\dot{u}_1 = \dot{\lambda}_1 \cdot \dot{u}_1^*$. Der Vektor \dot{u}_2 ist zu \dot{u}_1 orthogonal und korrigiert die Lösung \dot{u}_1 . In den folgenden Iterationsschritten wird die Reihenentwicklung (36) jeweils um ein Glied verlängert, bis die Lösung konvergiert ($\dot{u}_1 \rightarrow 0$). Zur Verbesserung der Konvergenz wird nach einem Vorschlag von Crisfield [11] die Belastung so reduziert, daß die Nachbarpunkte auf einem Kreisbogen liegen.

Das vorgeschlagene Näherungsverfahren beruht auf der Annahme, daß die Beulformen durch die Überlagerung weniger orthogonaler Biegelinien beschrieben werden können. Numerische Untersuchungen müssen zeigen, ob diese Annahme gerechtfertigt ist.

4. Teilstrukturtechnik

4.1 Anforderungen an den Gleichungslöser

An einen Gleichungslöser werden sowohl vom mathematisch-mechanischen Modell als auch von der Programmorganisation her bestimmte Anforderungen gestellt. Für die hier anstehenden Probleme sind die wichtigsten im folgenden aufgelistet und erläutert:

- Gleichungssystem symmetrisch:
Bei der Lösung symmetrischer Gleichungssysteme wird nur auf die untere Hälfte der Koeffizientenmatrix zugegriffen. Dadurch wird der Rechen- und Speicheraufwand gegenüber einem unsymmetrischen System etwa auf die Hälfte reduziert. Diese Forderung läßt sich bei geeigneter Wahl des Funktional fast immer erfüllen.
- Gleichungssystem semidefinit:
Bei den gemischten Methoden sind die entstehenden Gleichungssysteme semidefinit, d.h. bei der Dreieckszerlegung der Koeffizientenmatrix können Pivot-Elemente mit $PIV \leq 0$ auftreten. Eine Pivot-Suche und die damit verbundene Spalten- und Zeilenvertauschung muß möglichst vermieden werden, um aufwendige Indexrechnungen und Speicherumordnungen zu vermeiden.
- Randwerte variabel:
Bei den anstehenden Problemen wachsen die Randwerte nicht nur proportional an, sondern sie können sich auch unabhängig voneinander in den einzelnen Laststufen ändern. Daher müssen die in der Koeffizientenmatrix zu streichenden Spalten aufgehoben werden, damit sie bei einem späteren Restart mit veränderten Randwerten wieder zur Verfügung stehen.
- Speicherung zeilenweise:
Die untere Hälfte der Koeffizientenmatrix wird zeilenweise in einem eindimensionalen Feld abgelegt. Die Speicherung einer Zeile beginnt beim ersten besetzten Element und endet

mit dem Hauptdiagonalelement (MD-Element). Um unnötige Indexrechnungen zu vermeiden und um möglichst lange Vektoren für die bei der Auflösung entstehenden Skalarprodukte zu erhalten, muß das Gleichungssystem zeilenweise gelöst werden.

- **Blocken des Gleichungssystems:**
Bei großen Gleichungssystemen paßt die Koeffizientenmatrix nicht mehr vollständig in den Kernspeicher hinein. Daher werden aufeinanderfolgende Zeilen zu Zeilenblöcken zusammengefaßt und auf dem Hintergrundspeicher abgelegt. Um die Anzahl der zeitaufwendigen Zugriffe auf den Hintergrundspeicher klein zu halten, müssen die Zeilenblöcke möglichst groß gewählt werden.
- **Verändern des Gleichungssystems:**
Die anstehenden nichtlinearen Probleme lassen sich nur schrittweise iterativ lösen. Dabei müssen teilweise modifizierte Gleichungssysteme, die bei der vorgeschlagenen Ränderungsmethode eine variable Anzahl von Unbekannten aufweisen, mehrfach gelöst werden.

In den folgenden Abschnitten wird ein Gleichungslöser vorgestellt, der diesen Forderungen weitgehend entspricht. Außerdem lassen sich damit direkt die reduzierten Elementmatrizen und Lastspalten für die Teilstrukturen aufbauen.

4.2 Der Aufbau von Teilstrukturen

4.2.1 Erläuterungen zur Teilstrukturtechnik

Große Strukturen werden häufig in Teilsysteme zerlegt und über die gemeinsamen Koppelknoten miteinander verbunden. Dadurch entsteht bei einer finiten Übersetzung nicht ein einziges großes Gleichungssystem, sondern es bilden sich, entsprechend der Anzahl der Teilstrukturen, mehrere kleine. Die Teilsysteme können unabhängig voneinander berechnet und auf dem Hintergrundspeicher

abgelegt werden. Von dort werden sie bei Bedarf wie ein normales Element abgerufen und zu der gewünschten Struktur zusammengesetzt.

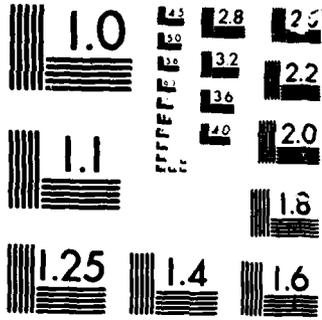
Besonders vorteilhaft ist die Teilstrukturtechnik bei der Lösung von physikalisch nichtlinearen Problemen. Hier interessieren häufig nur die Spannungen und Verschiebungen in der unmittelbaren Umgebung der gestörten Zone. Als "gestört" wird hier der Bereich einer Struktur bezeichnet, in dem der linear elastische Spannungszustand durch Zwangsbedingungen (Fließ-, Bruch-, Reib-, Kontaktbedingungen u.a.) eingeschränkt wird. Nur dieser Bereich wird entsprechend dem Störungsfortschritt jedesmal neu approximiert, während die restlichen Teilstrukturen nur einmal berechnet und dann nur noch zugeladen werden.

Bild 17 zeigt ein Versuchsstück aus CFK mit einer kleinen Delamination. Nur die unmittelbare Umgebung der geschädigten Zone wird durch aufwendige Volumenelemente approximiert. Die restliche Struktur wird durch einfache Schalenelemente angenähert. Sie überträgt die durch die Struktursteifigkeit, Randbedingungen und Belastungen hervorgerufenen Beanspruchungen auf den zu untersuchenden Teilbereich.

Der in Bild 17 schraffierte Teilbereich wird durch eine Substruktur ersetzt, in der als Freiwerte nur noch die Unbekannten in den Koppelknoten und evtl. in einigen Randknoten, in denen veränderliche Belastungen eingeleitet werden, auftreten. Die Unbekannten in den hier durch schwarze Punkte markierten Innenknoten werden eliminiert. Die finite Übersetzung der Teilstruktur liefert das unten dargestellte Gleichungssystem, in dem nach der Elimination der inneren Variablen z_i das reduzierte Elementsystem

$$(38) \quad K_e \cdot z_e = \bar{p}_e$$

entsteht. Bevor die Berechnung der reduzierten Elementmatrizen mathematisch abgeleitet wird, soll die vorgeschlagene Substrukturtechnik anschaulich erläutert werden.



MICROCOPY

CHART

Angenommen, das in Bild 17 dargestellte Gleichungssystem ist regulär. Dann ist die normale Dreieckszerlegung der Koeffizientenmatrix und die Vorreduktion des Lastvektors möglich. Schneidet man nun vom hinteren Teil des zerlegten Gleichungssystems ein beliebiges Teilsystem ab, enthält dieses die bereits in Dreiecksmatrizen zerlegte reduzierte Elementmatrix K_e und die mit der zerlegten Elementmatrix vorreduzierten Lastspalten p_e .

Der Gleichungslöser ist offensichtlich einen Schritt zu weit gegangen:

Er hat nicht nur die reduzierte Elementmatrix aufgebaut, sondern sie auch in Dreiecksmatrizen zerlegt.

Es ist nun sehr einfach, den Gleichungslöser zu modifizieren, so daß direkt die reduzierten Elementmatrizen und die reduzierten Lastspalten entstehen. Voraussetzung ist nur, daß im Lösungsvektor zuerst die zu eliminierenden inneren Variablen angeordnet werden und dann erst die verbleibenden externen Variablen.

Zum Aufbau der Gesamtstruktur werden die reduzierten Elementmatrizen und die Lastspalten aus den einzelnen Teilsystemen "herausgefischt" und in das Gleichungssystem für die Gesamtstruktur eingesetzt. Die Lösung dieses Gleichungssystems liefert die externen Variablen z_e , die bei der Rückreduktion in der Substruktur an die Stelle der Elemente p_e treten. Die normale Rückreduktion, beginnend mit dem letzten Element der inneren Variablen z_i , liefert den kompletten Lösungsvektor. Hierbei werden die externen Variablen z_e wie inhomogene Randbedingungen behandelt.

Der große Vorteil des hier vorgeschlagenen Verfahrens besteht darin, daß die Substrukturen ohne besonderen Mehraufwand direkt beim Lösen der Gleichungen aufgebaut werden. Als Beispiel zeigt Tafel 1 die Lösung eines semidefiniten Gleichungssystems, in dem die ersten m Unbekannten das Elementsystem für eine Teilstruktur repräsentieren. Das Gleichungssystem wurde so gewählt, daß bei der Auflösung nur ganze Zahlen auftreten, die leicht kontrolliert werden können. Die Gleichungen wurden nach dem Verfahren von Cholesky [12] gelöst, das als bekannt vorausgesetzt wird.

Bei semidefiniten Systemen treten bei der Auflösung auch negative Pivot-Elemente auf. Dadurch entstehen in der Dreiecksmatrix auch imaginäre Spaltenvektoren. Da bei der Zerlegung nur Produkte mit rein reellen oder rein imaginären Zahlen auftreten, muß in den Skalarsummen nur das richtige Vorzeichen berücksichtigt werden.

Bei der Auflösung des in Tafel 2 angegebenen Gleichungssystems entsteht in der Zeile $i = 3$ eine Pivotnull. Um eine Pivotsuche zu vermeiden, wird das Hauptdiagonalelement A_{33} willkürlich um die Zahl 1 vergrößert und die Änderung der Ausgangsgleichungen durch die angefügte Randgleichung n wieder rückgängig gemacht. Beginnt man die Dreieckszerlegung mit der Randgleichung, läßt sich leicht zeigen, daß die hinzugefügte Diade die Ausgangsgleichungen nicht beeinflußt.

Betrachtet man in Tafel 2 die letzten 4 Unbekannten des Gleichungssystems als externe Variablen, läßt sich mit den zerlegten Teilmatrizen das in Tafel 3 angegebene reduzierte Elementsystem bestimmen. Zur Kontrolle wird in Tafel 4 das reduzierte Elementsystem durch blockweises Auflösen des Gleichungssystems berechnet.

4.2.2 Lösungsverfahren zum Aufbau von Teilstrukturen

Um den Beweis der propagierten Substrukturtechnik zu erleichtern, wird vorab auf einen besonderen Aspekt der Randgleichungsmethode eingegangen. Das in Bild 2 erläuterte Rändern des Gleichungssystems läßt sich nicht ohne weiteres in bestehenden finite Elementprogramme implementieren, da diese meist von festen Gleichungsgrößen ausgehen. Damit die Methode dennoch genutzt werden kann, müssen die Randgleichungen über zusätzliche Lastspalten erfaßt werden.

Ausgangspunkt dieser Untersuchung ist das in Bild 18 angegebene Gleichungssystem $A * z = r$, dessen Variable durch n Nebenbedingungen eingeschränkt werden. Der Lagrange-Faktor für die Nebenbedingungen ist ε . Die erste Matrixgleichung wird nach z auf-

gelöst, wobei die Koeffizientenmatrix A durch das Produkt der beiden Dreiecksmatrizen $L^T * L$ ersetzt wird. Die Lösung von z wird in die zweite Matrixgleichung eingesetzt. Dabei entsteht ein Gleichungssystem für den Lagrange-Faktor ε , das nur Terme der Form $g^T * L^{-1}$ bzw. $r^T * L^{-1}$ enthält. Diese Terme, in Bild 18 mit y_r und y_g bezeichnet, entstehen auch bei einer normalen Vorreduktion des Gleichungssystems $A * z = r$, wenn die Lastspalten für r um zusätzliche Spalten für die Matrix g erweitert werden.

Mit den Lösungen y_r und y_g wird das Gleichungssystem für ε aufgebaut, wobei jetzt nur noch eine rechte Seite auftritt. Dieses Gleichungssystem ist i. a. recht klein, so daß es direkt im Kernspeicher gelöst werden kann. Mit der Lösung ε wird die vorreduzierte Lastspalte y_r modifiziert, so daß die Rückreduktion des ursprünglichen Gleichungssystems $A * z = r$ den Lösungsvektor z liefert.

In dieser Form kann die Methode der Randgleichungen ohne nennenswerten Mehraufwand auch in normalen finiten Elementprogrammen realisiert werden. Mit Hilfe der in Bild 18 gezeigten Gleichungen wird die in Bild 19 vorgeschlagene Substrukturtechnik erläutert. Damit beide Bilder direkt vergleichbar sind, wurden dieselben Bezeichnungen gewählt. Der Vektor z enthält die zu eliminierenden inneren Variablen und ε die verbleibenden externen Variablen.

in Bild 19 liefert die normale Zerlegung des Gleichungssystems $A * z = r$ die Dreiecksmatrix L und die vorreduzierte Lastspalte y_r . Die Vorreduktion der Lastspalte r läuft nach den gleichen Rechenvorschriften ab, wie die Bildung einer Spalte der oberen Dreiecksmatrix L . Daher kann sich die normale Zerlegung auch auf die Matrix g erstrecken, so daß in der oberen Nebendiagonalmatrix y_g entsteht. Da bei einer Auflösung nach Cholesky die Symmetrie der Gleichungen erhalten bleibt, taucht die transponierte Matrix y_g^T auch in der unteren Nebendiagonalmatrix auf.

Die zweite Gleichung in Bild 18 enthält nur ε als Unbekannte. Damit steht dort bereits das reduzierte Elementsystem für die externen Variablen ε . Analog wird in Bild 19 die reduzierte Ele-

mentmatrix aufgebaut, indem von der bereits vorhandenen Matrix h das Skalarprodukt $y_g^T * y_g$ abgezogen wird.

Die reduzierte Elementmatrix entsteht auch bei einem normalen Gleichungslöser, wenn dort die Skalarprodukte nicht über die gesamte Zeilenlänge sondern nur über den Bereich der inneren Variablen z ausgeführt werden und wenn alle Operationen mit Hauptdiagonalelementen im externen Bereich unterbleiben.

Das Lösungsschema für die Lastspalten ist identisch mit dem für die obere Dreiecksmatrix, so daß hier die gleichen Einschränkungen gelten.

Die letzte Gleichung in Bild 18 zeigt die modifizierten Lastspalten für die Rückreduktion. Sie entstehen mit dem normalen Gleichungslöser automatisch, wenn der reduzierte Lastvektor mit den jetzt bekannten externen Variablen ε überspeichert wird und bei der Rückreduktion alle Operationen mit Elementen der reduzierten Elementmatrix unterdrückt werden.

Der normale Gleichungslöser wird geringfügig modifiziert, so daß damit auch Substrukturen aufgebaut werden können. Selbstverständlich können mit der modifizierten Routine die Gleichungssysteme auch vollständig gelöst werden, indem die Anzahl der externen Variablen Null gesetzt wird.

4.2.3 Modifizierte Cholesky Routinen

Im Rechner wird die untere Hälfte der Koeffizientenmatrix zeilenweise gespeichert. Um unnötige Indexrechnungen zu vermeiden, werden die Gleichungen auch zeilenweise aufgelöst. Bei der Reduktion der einzelnen Elemente wird nur auf zurückliegende, bereits zerlegte Zeilen zurückgegriffen. Vor diesem Element ist die unberührte Matrix vorhanden. Dadurch können nach, aber auch während der Dreieckszerlegung beliebige Randgleichungen hinzugefügt werden.

Bei dem hier vorgeschlagenen Verfahren müssen für die Randbedingungen nicht mehr die Zeilen und Spalten in der Koeffizientenmatrix gestrichen und zur Lastspalte addiert werden. Für die homogenen Randbedingungen werden die entsprechenden Zeilen und Spalten beim Auflösen der Gleichungen übersprungen. Bei den inhomogenen Randbedingungen werden die zugeordneten Zeilen und Spalten in der Koeffizientenmatrix teilweise mit zerlegt, so daß sie beim Auflösen der Lastspalten über die Skalarprodukte automatisch zum Lösungsvektor addiert werden. Dadurch können die Randwerte auch nach der Zerlegung der Koeffizientenmatrix beliebig geändert werden, da die zu streichenden Spalten in der Koeffizientenmatrix erhalten bleiben. Dies ist bei vielen finiten Elementprogrammen nicht der Fall.

Die bei einer finiten Elementberechnung entstehenden Gleichungssysteme sind i.a. zwar symmetrisch, aber nicht immer positiv definit. Um bei einer Pivotnull eine Zeilen- und Spaltenvertauschung zu vermeiden, wird die in Abschnitt 4.2.1 (Tafel 2) erläuterte Ränderungsmethode angewendet. Da sich auch die Nichtlinearität über Randgleichungen erfassen läßt, kommt es auf eine zusätzliche Randgleichung für die Pivotnull nicht an. Die praktische Erfahrung zeigt außerdem, daß Pivotnullen nur äußerst selten auftreten.

Um die einzelnen Fälle beim Auflösen des Gleichungssystems unterscheiden zu können, wird in einem Vektor S die Pivotcharakteristik abgespeichert, Bild 20. Vor der Zerlegung der Koeffizientenmatrix enthalten die Elemente des Vektors S die Werte von 1 - 4. Damit werden die normalen Gleichungen, die homogenen und die inhomogenen Randbedingungen gekennzeichnet. $S_i = 2$ tritt nur bei wiederholter Lösung des Gleichungssystems auf und kennzeichnet die Randgleichungen zur Korrektur der Pivotnullen. Nach der Zerlegung der Koeffizientenmatrix enthält S die Zahlen von 5 - 8, wobei das Vorzeichen von S_i mit dem Vorzeichen des Pivotelementes identisch ist.

Nach der Auflösung des Gleichungssystems kann eine beliebige Anzahl von Pivotkennzeichen auf die ursprünglichen Werte zurückgesetzt werden. Das soll hier z.B. für die Zeilen N und 1 ge-

schehen sein. Bei einer erneuten Zerlegung der Koeffizientenmatrix werden dann nur die Zeilen mit den zurückgesetzten Kennzeichen und der zugeordnete Hauptdiagonalblock, beginnend mit der kleinsten MD-Nummer, neu aufgelöst. Dadurch kann z.B. eine iterative Verbesserung der Randgleichungen mit minimalen Rechenaufwand im Gleichungslöser erfaßt werden. In den Bildern 21 - 23 sind die Flußdiagramme für die modifizierten Cholesky Routinen angegeben. Aus Gründen der Klarheit wurde in den Flußdiagrammen auf eine Blockung der Gleichungssysteme für die Substrukturtechnik verzichtet. Tafel 5 zeigt ein numerisches Beispiel für die Substrukturtechnik.

5. Programm- und Datenorganisation

5.1 Globale Speicherorganisation

Die Methode der Randgleichungen hat bei den hier angesprochenen nichtlinearen Problemen gegenüber anderen Verfahren erhebliche numerische Vorteile. Da die Anzahl der Randgleichungen vorab nicht bekannt ist, setzt sie eine flexible Speichertechnik voraus.

Im Kernspeicher werden alle anfallenden Daten in einem eindimensionalen Feld abgelegt, Bild 24. Aus diesem Feld werden bei Bedarf beliebige Teilfelder herausgeschnitten, die durch ihre Anfangsadresse und durch ihre Größe festgelegt sind. Beide Werte und bei mehrdimensionalen Feldern auch die Anzahl der Matrizenzeilen und -spalten werden im Adressenfeld KON abgelegt, Bild 25. Alle, die Struktur beschreibenden Daten und Steuerfelder bleiben permanent im Kernspeicher und sind dort in dichter Folge gespeichert. Da diese Felder zum Teil erst mit fortschreitender Störung (Schädigung) der Struktur entstehen oder sich vergrößern, schließt sich an die Steuerfelder ein leerer Speicherpuffer an. Der verbleibende Platz im Speicherfeld wird in zwei gleichgroße Arbeitsspeicher aufgeteilt. Die Größe der Arbeitsspeicher bestimmt die maximal mögliche Blockgröße in den Gleichungssystemen.

Die Gleichungssysteme werden blockweise aufgebaut, gelöst und auf den Hintergrundspeicher abgelegt. Nach Abschluß einer Laststufe werden auch die zugeordneten Steuerfelder auf den Hintergrundspeicher geschrieben. Parallel dazu wird die Adresse für das erste Element der Steuerfelder und der erforderliche Speicherbedarf in das Adressenfeld LOST eingetragen, das der externen Speicherung vorangestellt ist.

In den folgenden Laststufen werden nur die sich ändernden Gleichungsblöcke modifiziert und am freien Ende des Hintergrundspeichers abgelegt. Die neue Speicheradresse dieser Blöcke wird in die im Kernspeicher vorhandenen Steuerfelder eingetragen, die am Ende dieser Laststufe wieder in den Hintergrundspeicher geschrieben werden.

Bei der vorgeschlagenen Speicherorganisation ist ein Restart nach jeder beliebigen Laststufe möglich, indem die zugeordneten Steuerfelder eingelesen werden. Darin sind die aktuellen Adressen für die Gleichungsblöcke eingetragen, die dieser Laststufe zugrunde liegen. Die Daten für die höheren Laststufen werden im Verlauf der Neuberechnung überschrieben.

5.2 Dateneingabe zur Elementkopplung

Die vorgeschlagene Substrukturtechnik setzt voraus, daß die externen Variablen einer Teilstruktur immer am Ende des Lösungsvektors stehen. Daher müssen bei einer tiefen Teilstruktur-schachtelung die externen Unbekannten mehrfach umgeordnet werden. Im folgenden wird die Eingabe, die die Umordnung der Variablen steuert, in groben Zügen skizziert.

In den KOPL-Karten werden die Elemente einer Struktur einander zugeordnet, ohne daß bereits interne Bindungen berücksichtigt werden müssen. In Bild 26 ist ein Beispiel angegeben, in dem aus einem Einzelelement, beschrieben durch die SLAY-Karte, eine Gesamtstruktur aufgebaut wird. Jede KOPL-Karte mit NREF \neq 0 doppelt eine in den vorangegangenen KOPL- oder Elementkarten beschriebene Struktur $|NREF|$ mal. Dabei werden in Strukturen

höherer Ordnung automatisch alle Substrukturen bis hin zum Einzelelement mitgedoppelt. Dadurch können auch in den gedoppelten Strukturen die internen Variablen vollständig bestimmt werden. Dies unterbleibt für Elemente mit $NREP < 0$, in denen dann nur die externen Variablen zur Verfügung stehen. Mit diesen Elementen lassen sich z.B. Symmetry- und Antimetriebeziehungen ohne nennenswerten Mehraufwand simulieren.

Enthalten die KOPL-Karten keinen Wiederholungsfaktor ($NREP = 0$), werden mehrere Elemente gleicher Tiefenstaffelung zu einem Element der nächsthöheren Ordnung zusammengefaßt. Hierbei kann nur auf jungfräuliche, noch nirgends eingebaute Elemente zurückgegriffen werden.

Die eigentliche Verknüpfung der Knotenvariablen erfolgt in den KNUM-Karten. Jeder KOPL-Karte ist eine KNUM-Karte zugeordnet, die den Einbau des in der KOPL-Karte beschriebenen Elementes in die nächsthöhere Struktur regelt. Dabei werden mehrfach gedoppelte KOPL-Karten mitgezählt.

In Bild 27 ist die Verknüpfung einer Teilstruktur aus Schichtenelementen beschrieben, die den KOPL-Karten 5 - 8 zugeordnet sind. Da alle Schichtenelemente die gleiche lokale Knotennumerierung haben, ist hier nur ein Element dargestellt. Sowohl im Schichtenelement als auch in der Teilstruktur werden die umrandeten Einzelknoten zu einem Hauptknoten zusammengefaßt. In den Schichtenelementen wird der mittlere Hauptknoten eliminiert. Die verbleibenden externen Variablen werden in die Teilstruktur eingebaut und entsprechend der neuen Hauptknotennumerierung umgeordnet. Dabei können auch einzelne Variablen eines lokalen Hauptknotens unterschiedlichen Hauptknoten der globalen Struktur zugeordnet werden. Um unnötige Eingabedaten zu vermeiden, ist die vollständige Verknüpfung aller Unbekannten eines lokalen Hauptknotens mit denen eines globalen Knotens durch Voreinstellung geregelt. Im DO-LOOF-Bereich der KNUM-Karte werden nur die Abweichungen von dieser Regel angegeben.

Mit den Angaben der KOPL- und KNUM-Karten lassen sich die Steuerefelder zur Beschreibung der Gleichungsstruktur auffauen,

Bild 28. Die Blockmatrix enthält Angaben über die einzelnen Gleichungsblöcke und deren Anfangsadressen auf dem Hintergrundspeicher. In der DOF-Matrix wird die Gleichungsstruktur innerhalb eines Blockes beschrieben und die COPY-Matrix regelt den Einbau des vorliegenden Elementsystems in die nächsthöhere Teilstruktur. Damit auch die in einer Laststufe zu erwartenden Randgleichungen eingetragen werden können, müssen die Steuerfelder hinreichend groß gewählt werden.

Um eine sparsame Belegung des Hintergrundspeichers zu erreichen, wird der Programmablauf nach der Transformation der Elemente und dem Einbau der Randbedingungen optimiert. Gleiche Elemente werden dabei erkannt und nur einmal auf dem Hintergrundspeicher abgelegt.

6. Ausblick

Das skizzierte Lösungsschema für die Berechnung von physikalisch nichtlinearen Problemen wurde bereits programmiert. Bisher ist allerdings erst die Incore-Version für die Berechnung linear elastischer Systeme fertiggestellt. Ein fortschreitender Riß wird zur Zeit noch durch das Lösen von Kopplungen simuliert. Einige der mit diesem Programm berechneten Beispiele sind in [13] enthalten.

Zum Schluß möchte ich mich mit einer Bitte um Hilfe an Sie wenden. Es gibt möglicherweise noch eine Methode, um die Spannungssingularität an der Rißspitze zu bestimmen. Die Grundlage dieser Idee soll am Beispiel einer Einflußfläche für die Spannungen skizziert werden.

In einer Scheibe liefert z.B. das Verschiebungsfeld für v_3 die Einflußfläche für die Spannung σ^{33} , wenn im Aufpunkt ein infinitesimaler Schlitz in die Scheibe geschnitten wird und die Schnittufer um die Relativverschiebung $\Delta v_3 = 1$ gespreizt werden, Bild 29.

Ersetzt man bei einer finiten Übersetzung den infinitesimalen Schlitz durch einen endlicher Länge und bringt die erforderliche Spreizung an, erhält man nur eine grobe Näherung für die Einflußfläche. Der auftretende Fehler liegt bei 30 - 50%. Legt man dagegen den Aufpunkt in das Innere eines finiten Elementes und ersetzt die Spreizung durch eine äquivalente eingeprägte Verzerrung ϵ_{33} , liefert die finite Übersetzung eine überraschend genaue Näherung für die Einflußfläche. Selbst in den Randknoten des Elementes, in dem der Aufpunkt liegt, beträgt der Fehler nur wenige Prozent.

In Bild 29 wurden nach dieser Methode die Einflußfläche $[\sigma^{33}]$ für den Mittelpunkt einer Quadratscheibe errechnet und für verschiedene Randbelastungen ausgewertet. Die Einflußfläche und die normale finite Elementberechnung liefern praktisch identische Ergebnisse.

Es ist überraschend, wie genau hierbei die Singularität der Einflußfläche im Aufpunkt approximiert wird. Bei der Einflußfläche geht die Singularität mit $1/r \rightarrow \infty$ und nicht wie an der Rißspitze mit $1/\sqrt{r} \rightarrow \infty$.

Meine Frage lautet nun:

Gibt es eine eingeprägte Verzerrung, die als Freiwerte voraussichtlich noch die Spannungsintensitätsfaktoren enthält, mit der die Singularität an der Rißspitze approximiert werden kann?

Wenn das zutrifft, ließe sich die Berechnung gerissener Strukturen erheblich vereinfachen, da keine Sonderelemente für die Rißspitze mehr gebraucht würden.

7. Schrifttum

- [1] Buffler, H. Erweiterung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen und des Prinzips der virtuellen Kräfte.
ZAMM 50(1970), S. T104-T108.
- [2] Rice, R. Mathematical Analysis in the Mechanics of Fracture.
Fracture, Vol.II, Editor H. Liebowitz, Academic Press, 1968.
- [3] Reissner, E. On a Variational Theorem in Elasticity.
Journal Math. Phys. 29(1950), S. 90.
- [4] Eggers, H. Berechnungsverfahren für Faserverbundbauteile.
DFVLR - Mitteilung 83-16(1983), S. 191.
- [5] Eggers, H. Yielding of Plates with Hardening and Large Deformations.
Int. J. Num. Meth. Eng. 12(1978), S. 739-750.
- [6] Rice, J.R. A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks.
J. Applied Mech. 35(1968), S. 379-386.
- [7] Sih, G.C. On Cracks in Rectilinearly Anisotropic Bodies.
Paris, P.C. Irwin, G.R. Int. J. Fracture Mech. 1(1965), S. 189-203.

- [8] Buchholz, F.-G. Improved Formulae for the FE-Calculation of the Strain Energy Release Rate by the Modified Crack Closure Integral Method. Accuracy, Reliability, Training in FEM Technology, Editor J. Robinson, Robinson and Associates, Horton Road Woodlands Weinborne Dorset BH216 NB England, 1984.
- [9] Williams, M.L. On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack. J. Applied Mech. 34(1957), S. 109-114.
- [10] Hu, K.K. Finite Element Model to Determine K_1 . J. Eng. Mech. 109(1983), S. 1103-1113.
- [11] Crisfield, M.A. Solution Procedures for Non-Linear Structural Problems. Recent Advances in Non-Linear Computational Mechanics, Editor E. Hinton u.a., Fineridge Press Limited, 1982.
- [12] Schwarz, H.R. Matrizen-Numerik. Rutishauser, H. Stuttgart: B.G. Teubner, 1968. Stiefel, E.
- [13] Zick, R. Spannungsintensitätsfaktoren als Kenngrößen für die Rißausbreitung in UD-Laminaten. DFVLR, Interner Bericht, 1984.

8. Bilder

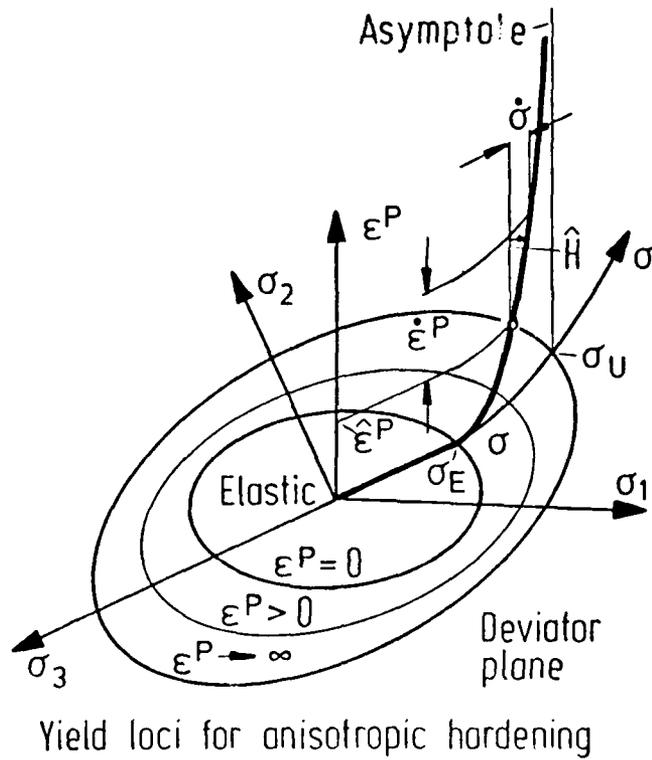


Bild 1 Fließkörper für anisotrope Verfestigung.

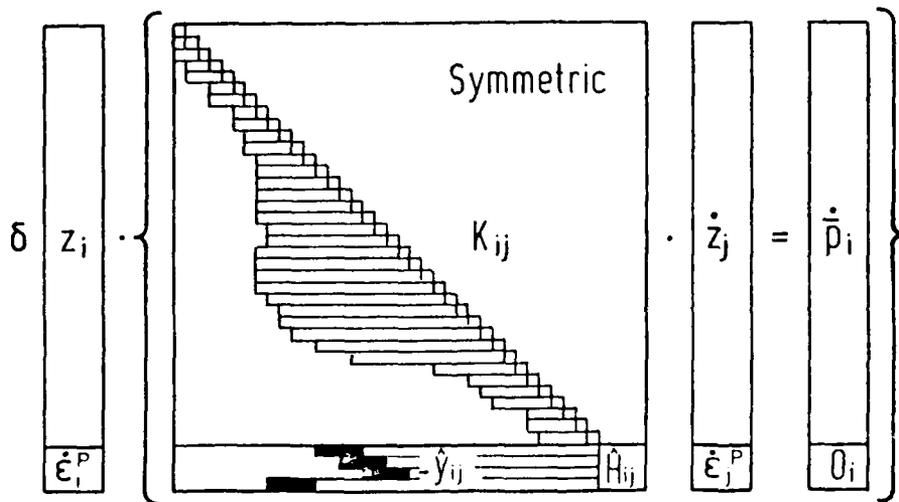


Bild 2 Finite Transformation für eine Struktur mit plastischen Zonen.

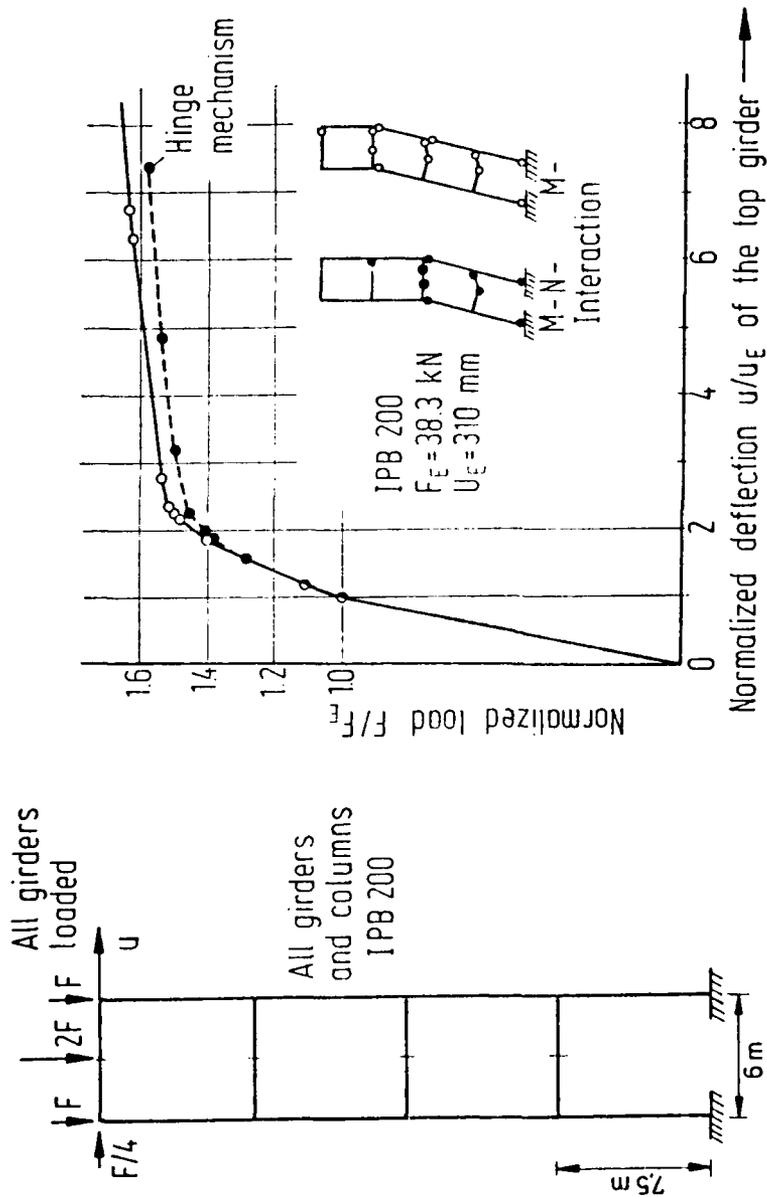


Bild 3 Stockwerkrahmen mit plastischen Gelenken
 (ohne Stabilität).

Loaded cracked structure

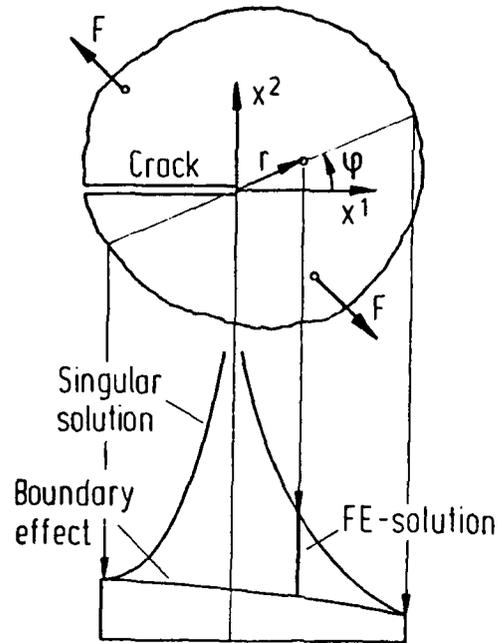


Bild 4 Typische Spannungsverteilung in einer gerissenen Struktur.

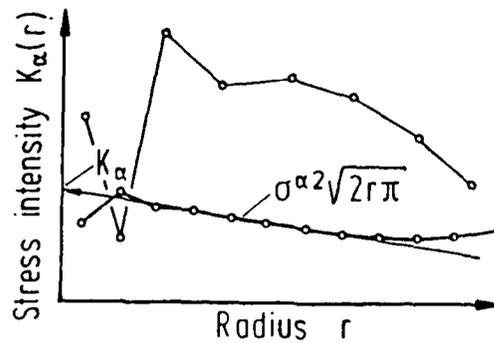


Bild 5 Extrapolationsmethode zur Bestimmung der Spannungsintensitätsfaktoren.

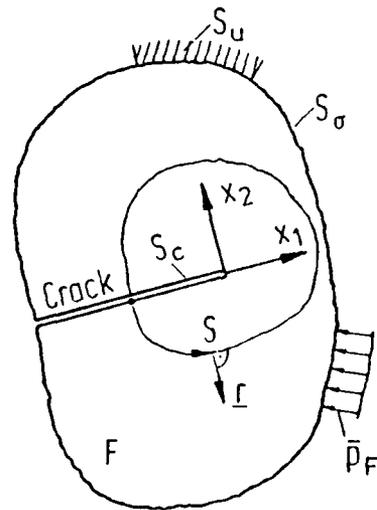


Bild 6 Bezeichnungen zum J-Integral.

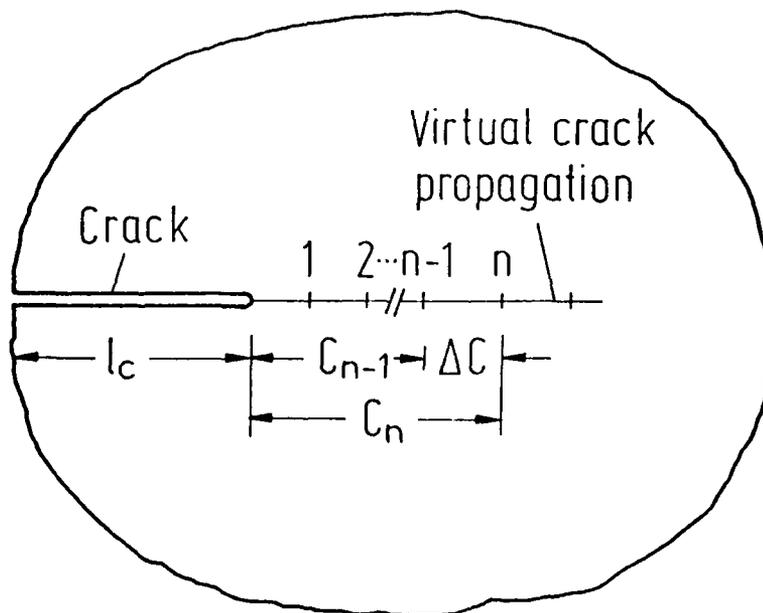


Bild 7 Virtueller Rißfortschritt für die Aufteilung der Energiefreisetzungsrate in G_1 und G_2 .

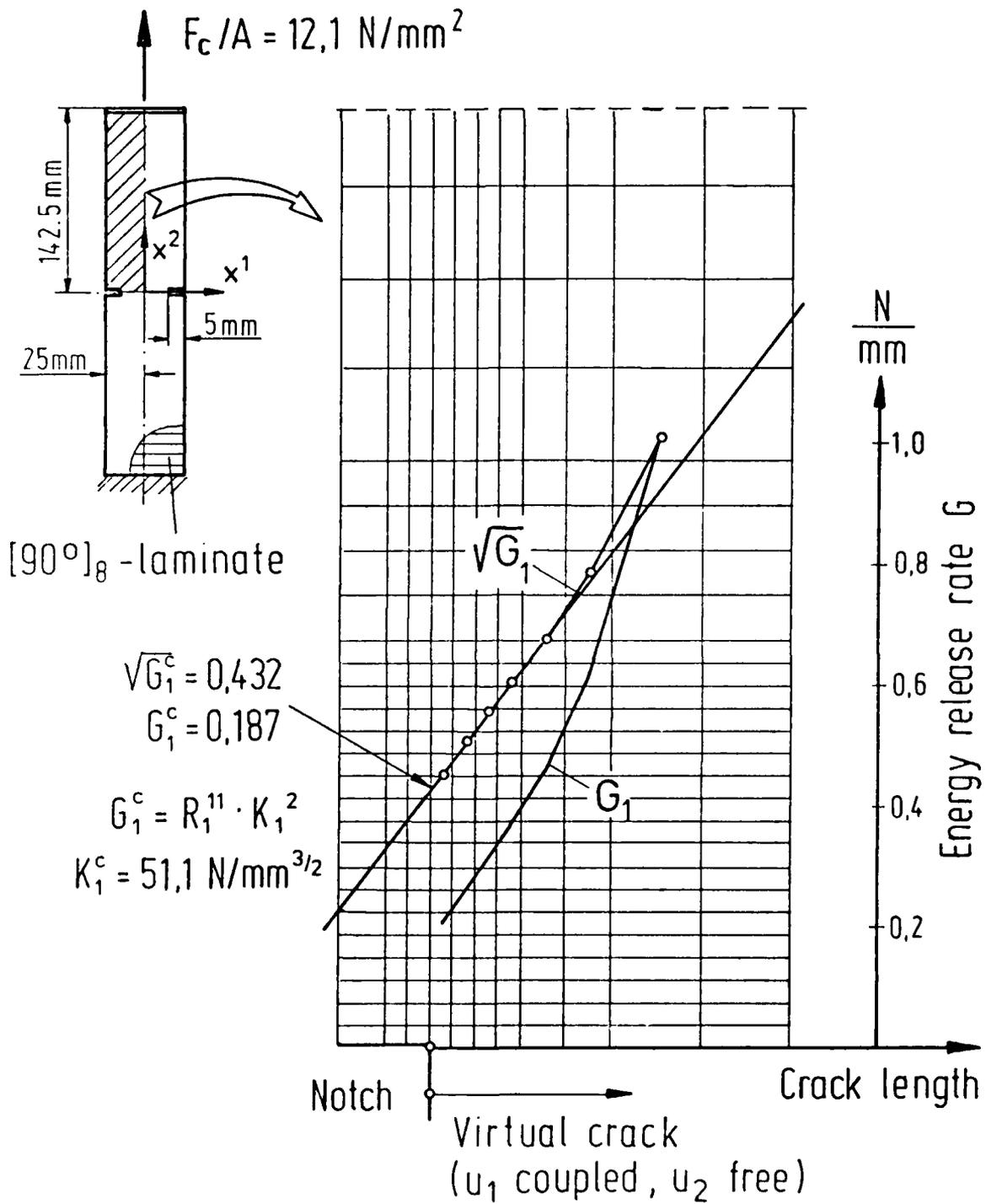


Bild 8 Energiefreisetzungsrates für einen virtuellen Rißfortschritt.

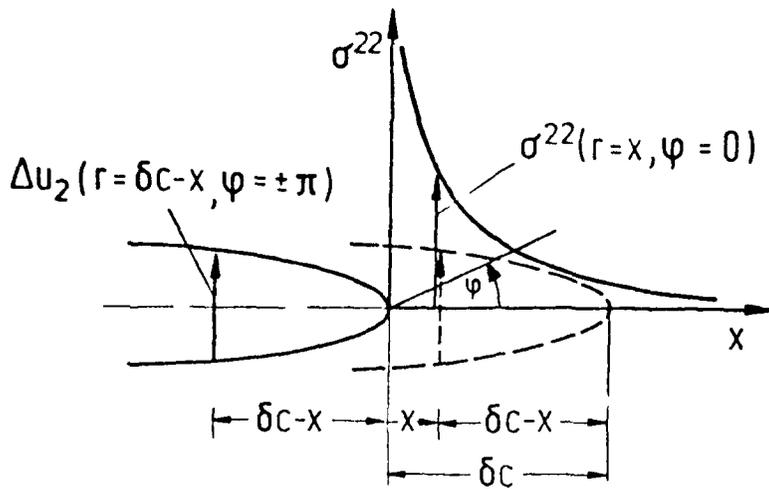


Bild 9 Bezeichnungen zum RiBschluBintegral.

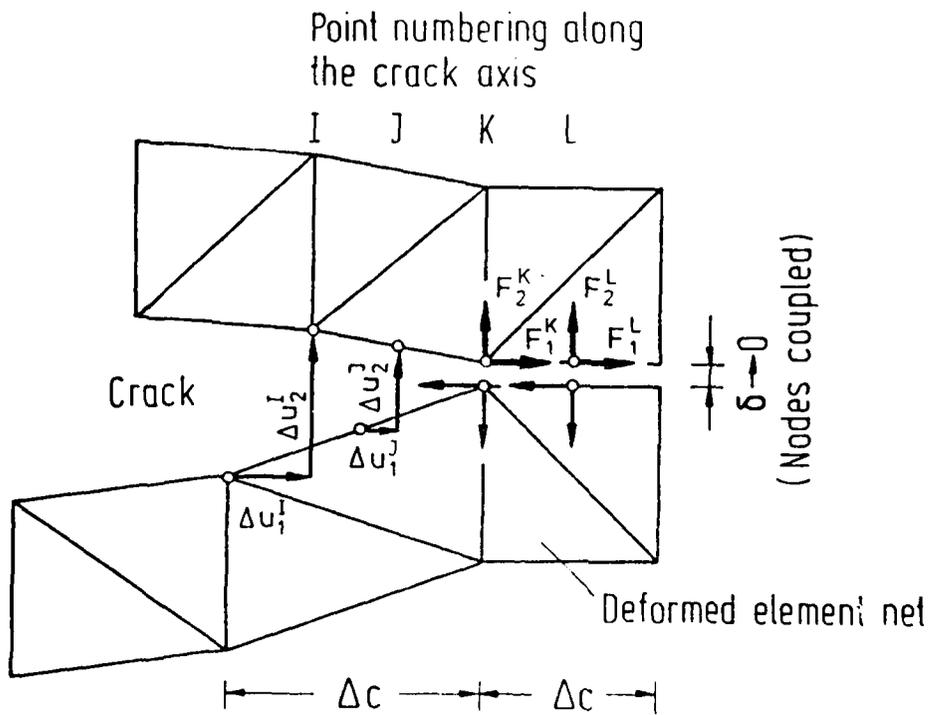


Bild 10 Modifizierte RiBschluBintegralmethode.

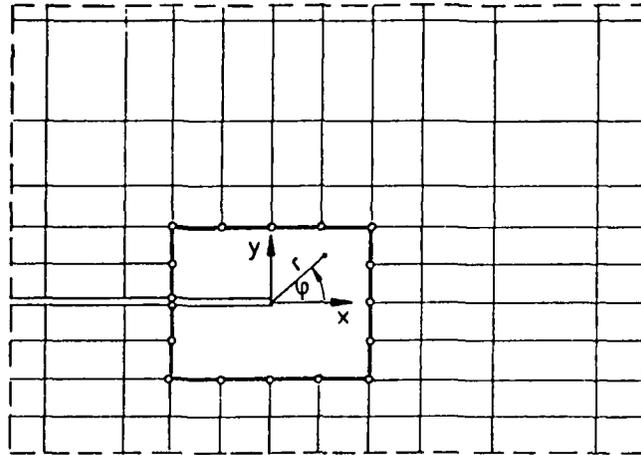


Bild 11 Singuläres Element mit einer Rißspitze.

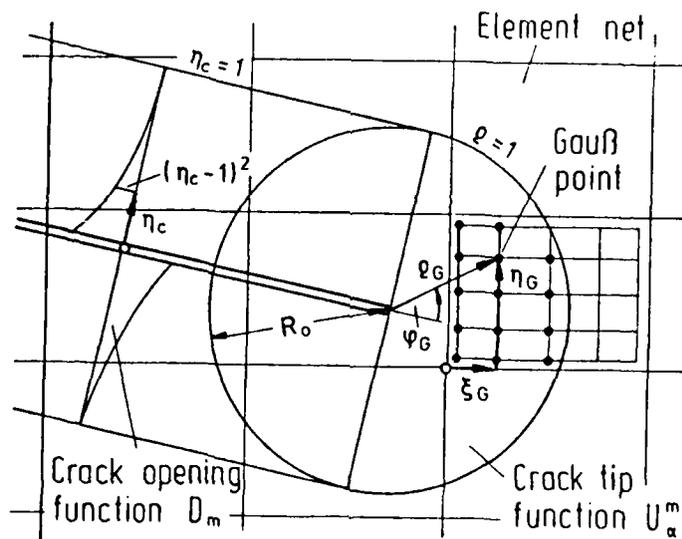
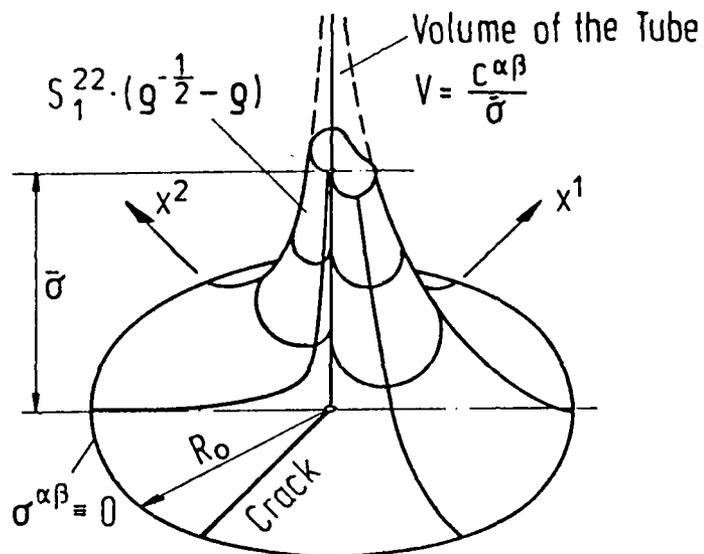
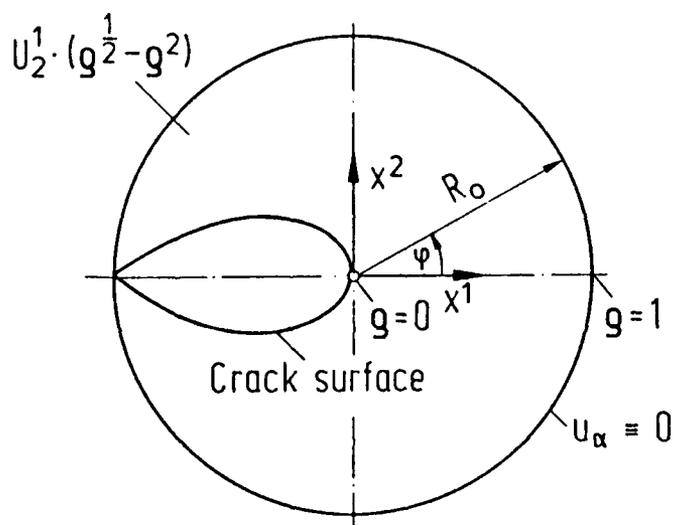


Bild 12 Finite Approximation eines Risses mit Strukturvariablen.



Corresponding stress singularity



Crack tip opening displacements

Bild 13 Ansatzfunktion für die Approximation der Singularität an der Rißspitze.

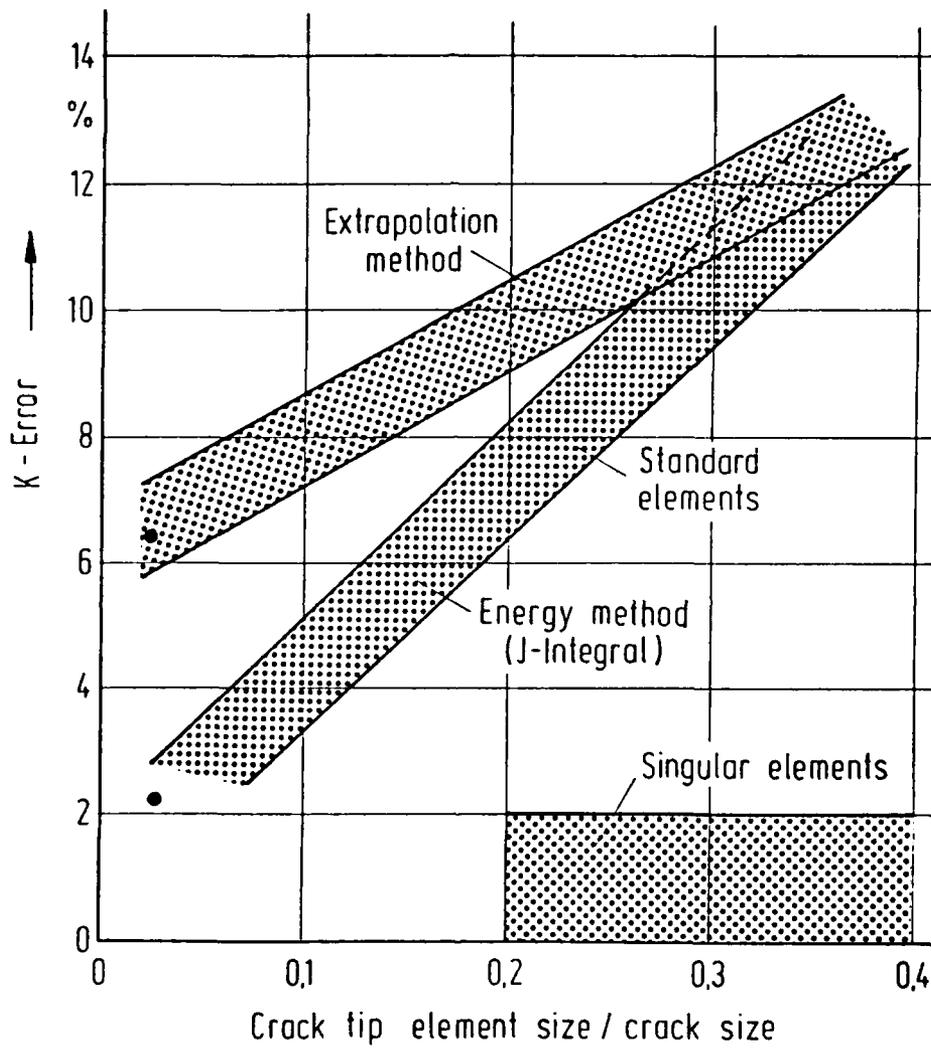
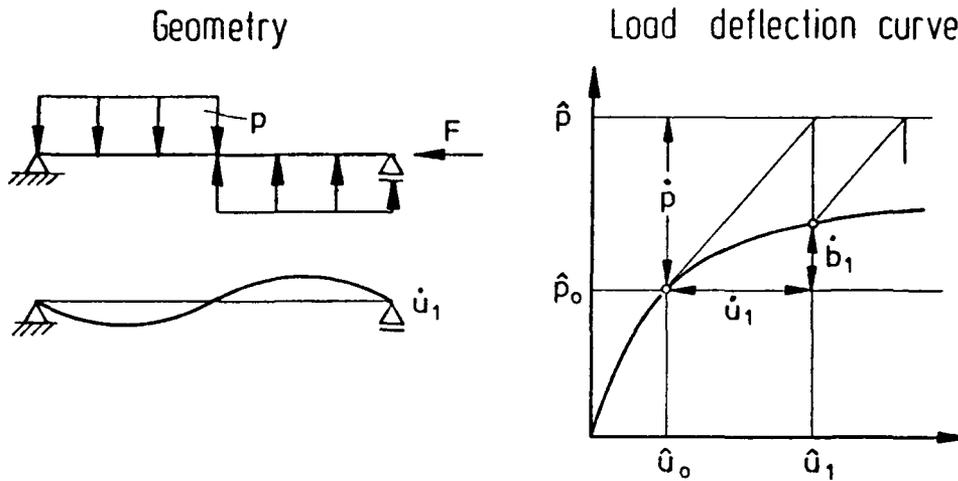


Bild 14 Nach verschiedenen Methoden zu erwartende Fehler bei der Bestimmung der Spannungsintensitätsfaktoren (Quelle: Programm PAM-FISS, Fa. ESI, Paris).



Functional

$$\delta \hat{u}^T \cdot (A(\hat{u}_0) \cdot \hat{u} - \dot{p}) = 0$$

Balance forces

$$\hat{b} = A(\hat{u}_1) \cdot \hat{u}$$

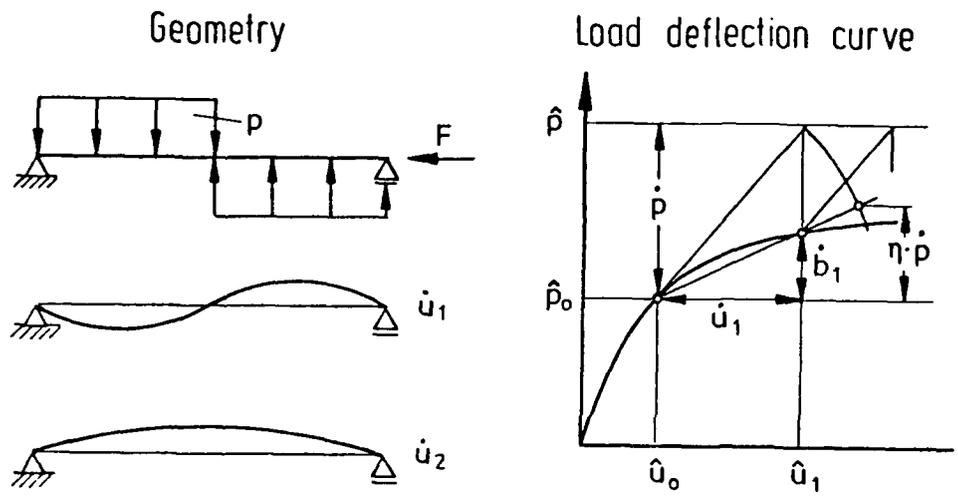
Approximation of the solution vector

$$\hat{u} = \hat{u}_1$$

Solution scheme

$$\delta \hat{u} \cdot \left\{ A(\hat{u}_0) \cdot \hat{u} = \dot{p} + \dot{p} - \hat{b} \right\}$$

Bild 15 Lösungsschema mit "Ungleichgewichtskräften" für geometrisch nichtlineare Strukturen.



Functional

$$\delta \dot{u}^T (A(\hat{u}_0) \cdot \dot{u} - \dot{p}) = 0$$

Balance forces

$$\dot{b}_i = A(\hat{u}_i) \cdot \dot{u}_i$$

Approximation of the solution vector

1. Step $\dot{u} = \dot{u}_1$

$$\dot{b}_i = A(\hat{u}_i) \cdot \dot{u}_i$$

2. Step $\dot{u} = \lambda_1 \cdot \dot{u}_1 + \dot{u}_2$

$$\dot{u}_i = \dot{u}_i / \|\dot{u}_i\|$$

3. Step $\dot{u} = \lambda_1 \cdot \dot{u}_1 + \lambda_2 \cdot \dot{u}_2 + \dot{u}_3$

Solution scheme

$$\delta \begin{pmatrix} \dot{u}_i \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} \cdot \left\{ \begin{array}{c|c|c} A(\hat{u}_0) & \dot{b}_1 & \dot{b}_2 \\ \hline \dot{b}_1^T & \dot{u}_i^T \dot{b}_j & \\ \hline \dot{b}_2^T & & \end{array} \right\} \cdot \begin{pmatrix} \dot{u}_j \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} = \eta \cdot \begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{u}_1^T \dot{p} \\ \dot{u}_2^T \dot{p} \end{pmatrix}$$

Bild 16 Zwangsbedingungen bei großen Verformungen.

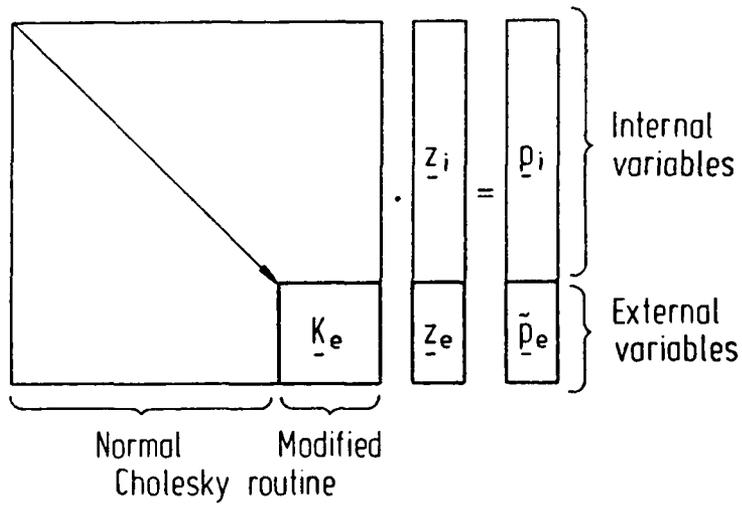
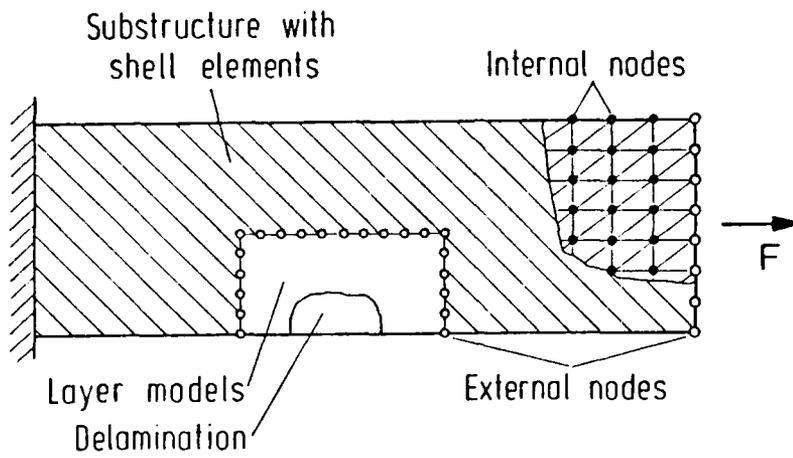


Bild 17 Substrukturtechnik.

Constrained algebraic equations

$$A \cdot z + g \cdot \epsilon = r$$

m equations

$$g^T \cdot z + h \cdot \epsilon = s$$

n constraints

Triangularisation of A

$$A = L^T \cdot L$$

Blockwise solution

$$z = L^{-1} \cdot (L^{T-1} \cdot r - L^{T-1} \cdot g \cdot \epsilon)$$

$$(h - g^T \cdot L^{-1} \cdot L^{T-1} \cdot g) \cdot \epsilon = s - \underbrace{g^T \cdot L^{-1} \cdot L^{T-1} \cdot r}_{y_r}$$

Solution scheme

$$y_g^T \quad y_r$$

1. Forward reduction

$$\begin{matrix} L^T \cdot [y_r, y_g] = [r, g] & \longrightarrow & y_r, y_g \\ (m:m) & (m:n+1) & (m:n+1) \end{matrix}$$

2. Equations for the constraints

$$\begin{matrix} (h - y_g^T \cdot y_g) \cdot \epsilon = s - y_g^T \cdot y_r & \longrightarrow & \epsilon \\ (n:n) & (n:1) & (n:1) \end{matrix}$$

3. Backwards reduction

$$\begin{matrix} L \cdot z = y_r - y_g \cdot \epsilon & \longrightarrow & z \\ (m:m) & (m:1) & (m:1) \end{matrix}$$

Bild 18 Einschränkung von algebraischen Gleichungen über zusätzliche Lastvektoren.

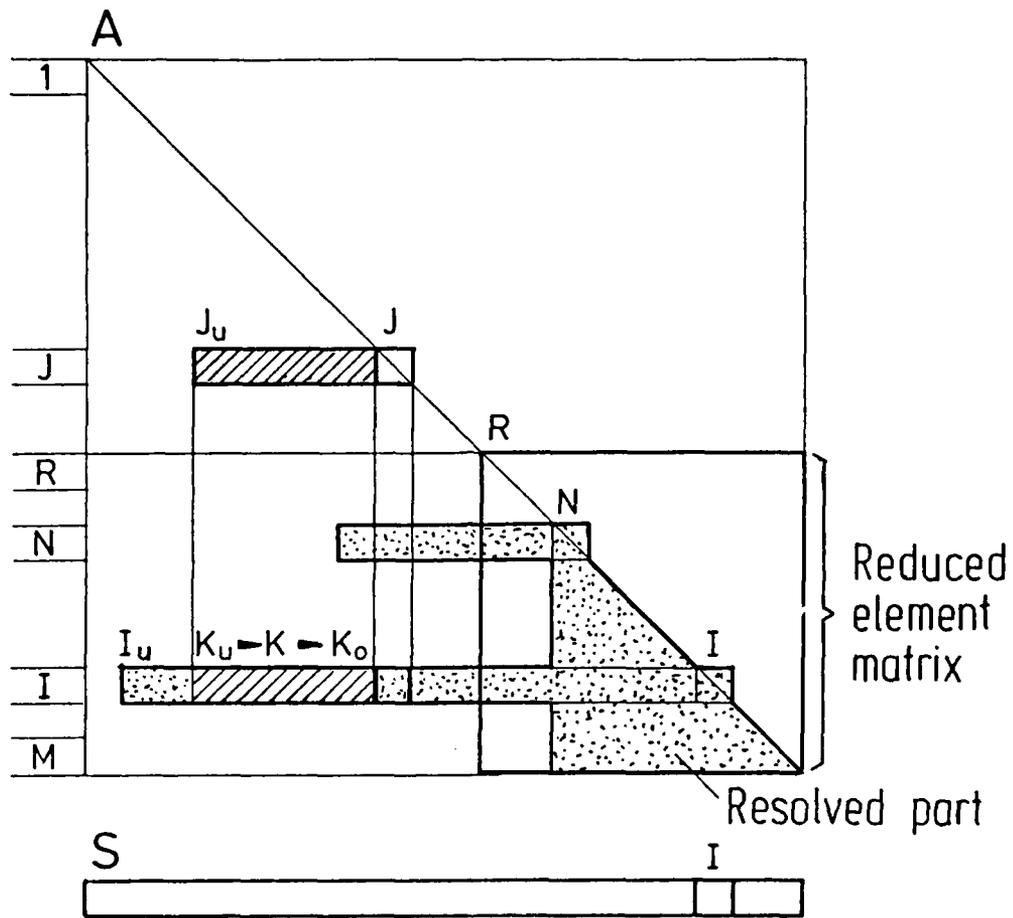
Algebraic System

A	g	·	=	z	r
g ^T	h			ε	s

Modified Cholesky routine

$\begin{matrix} & L & \\ L^T & & \end{matrix}$	y _g	y _r = L ^{T-1} · r	z = L ⁻¹ · (y _r - y _g · ε)
y _g ^T = g ^T · L ⁻¹	h - y _g ^T · y _g	s - y _g ^T · y _r	ε
Reduced element matrix		Reduced load vector	Global solution

Bild 19 Modellieren von Substrukturen mit modifizierten Cholesky-Routinen.



Pivot characteristic

Before decomposition

After decomposition

$S_i = 1$: in general

$S_i = \pm 8$: Pivot ≥ 0

2 : Pivot = 0

7 : Pivot = 0

3 : BC $\neq 0$

6 : BC $\neq 0$

4 : BC = 0

5 : BC = 0

BC = Boundary conditions for $I < R$ only

Bild 20 Bezeichnungen für die Cholesky-Routine.

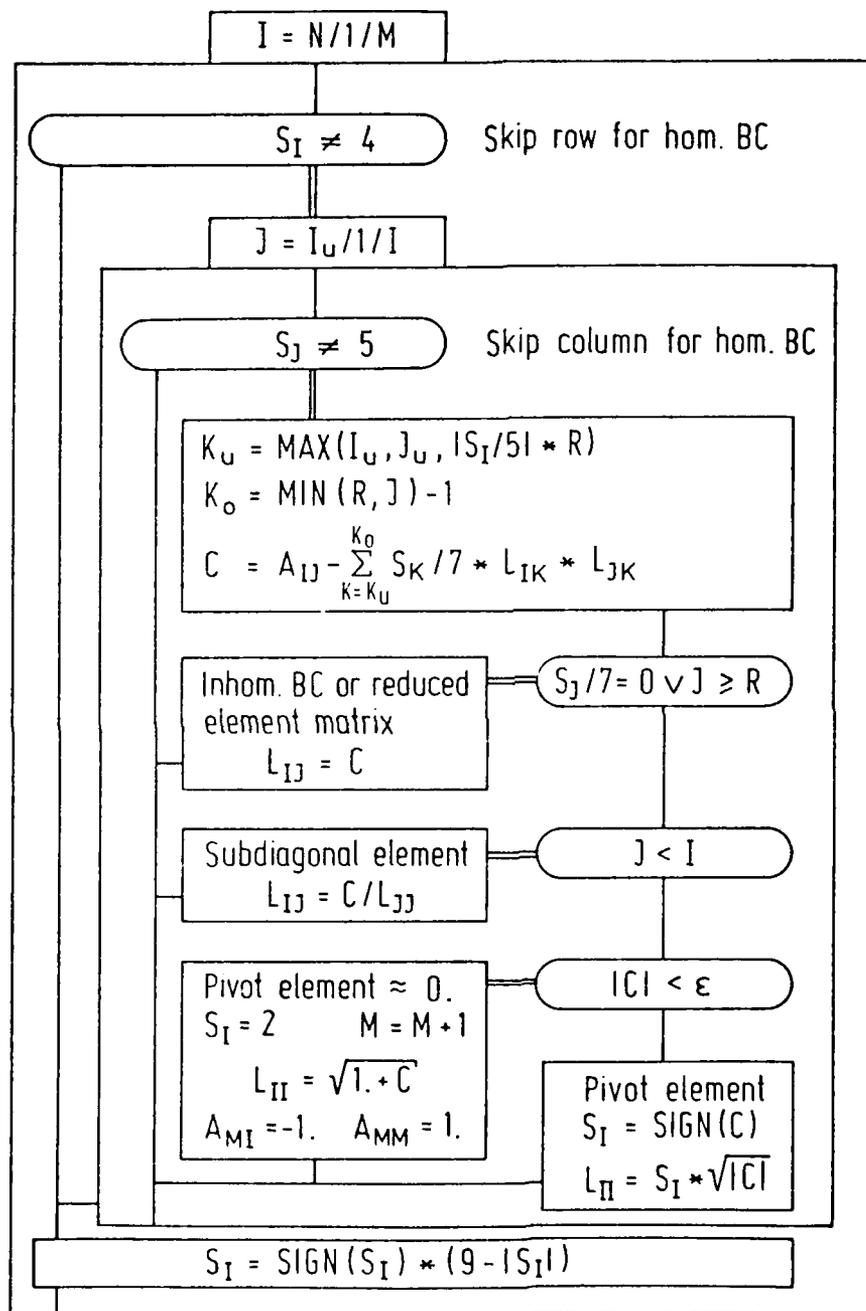


Bild 21 Dreieckszerlegung der Elementmatrix.

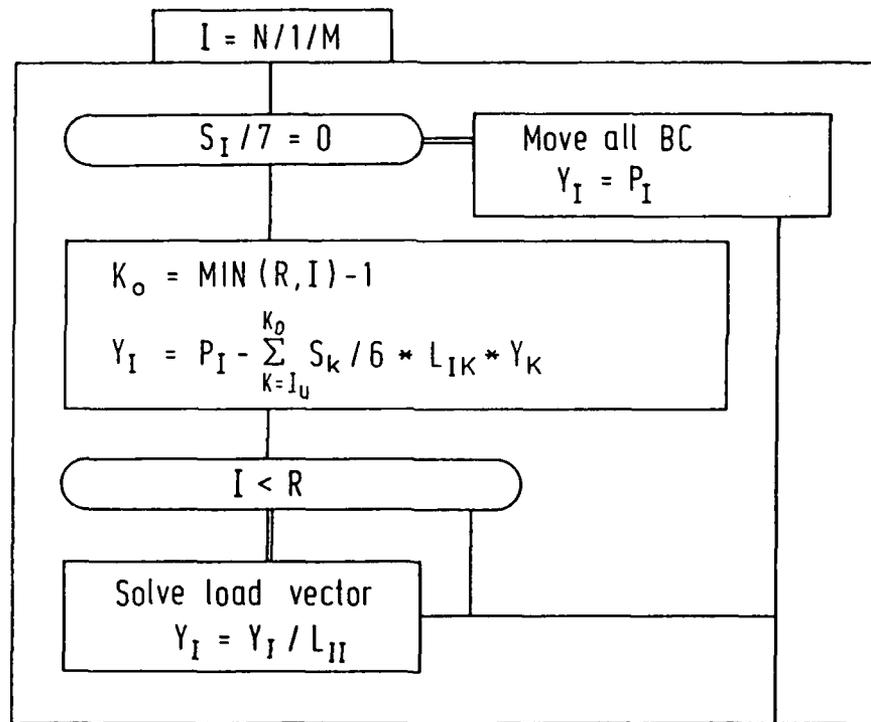


Bild 22 Vorwärtszerlegung der Lastvektoren.

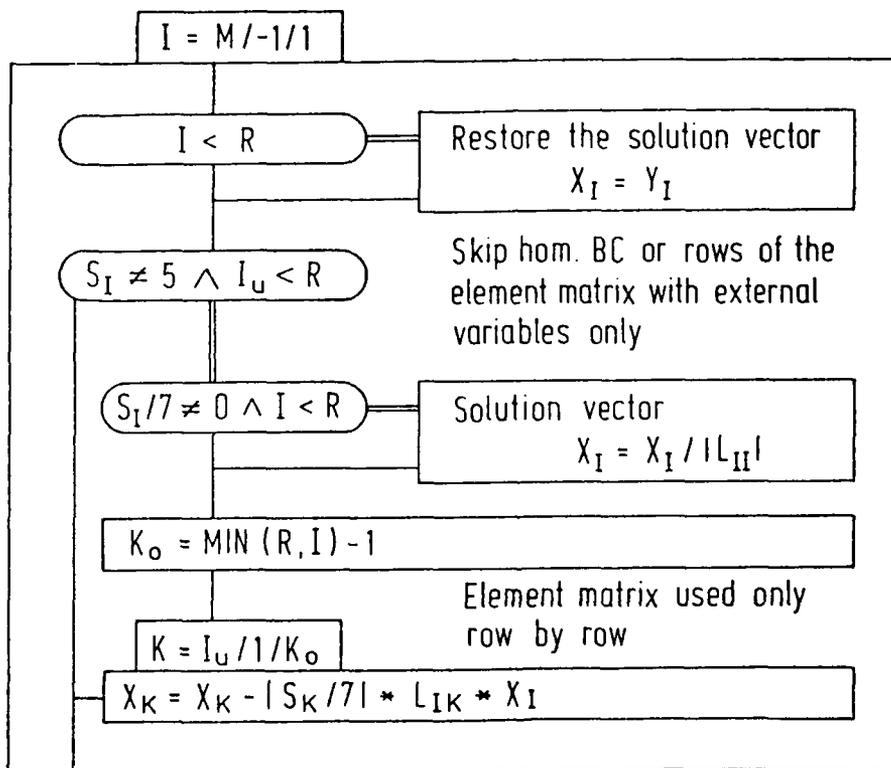


Bild 23 Rückwärtszerlegung der Lastvektoren.

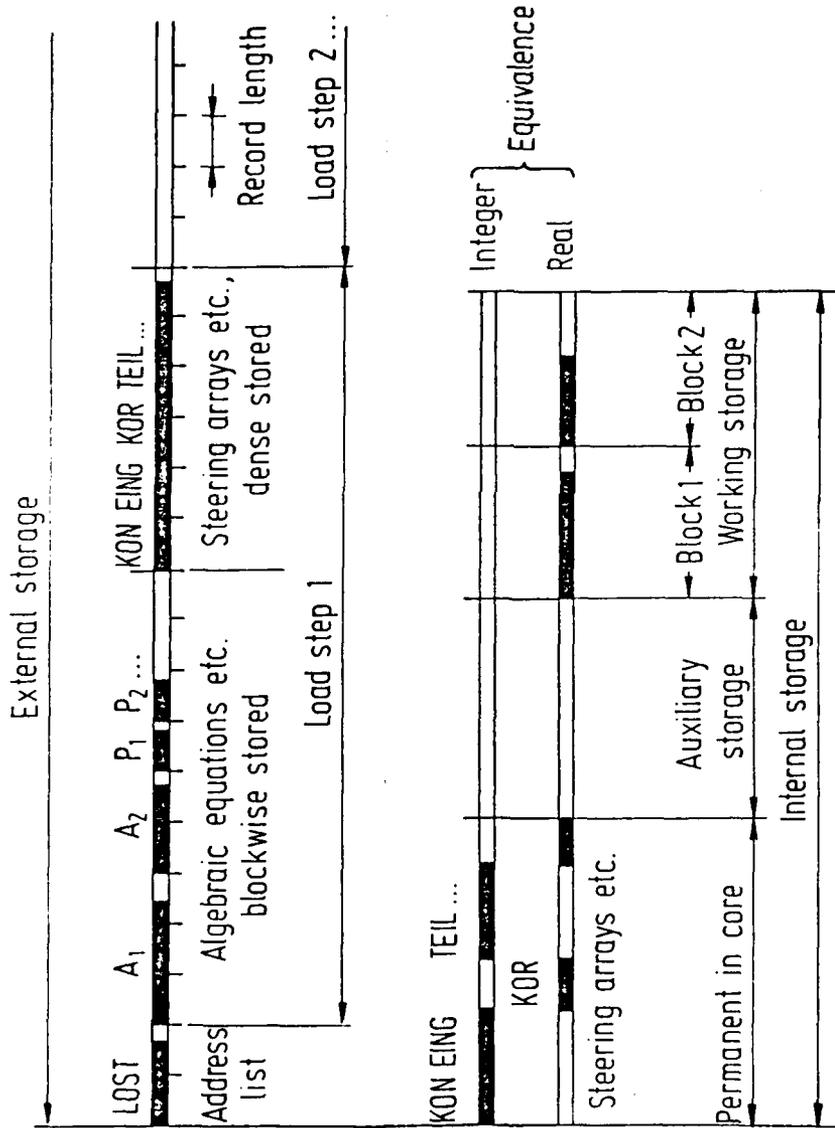
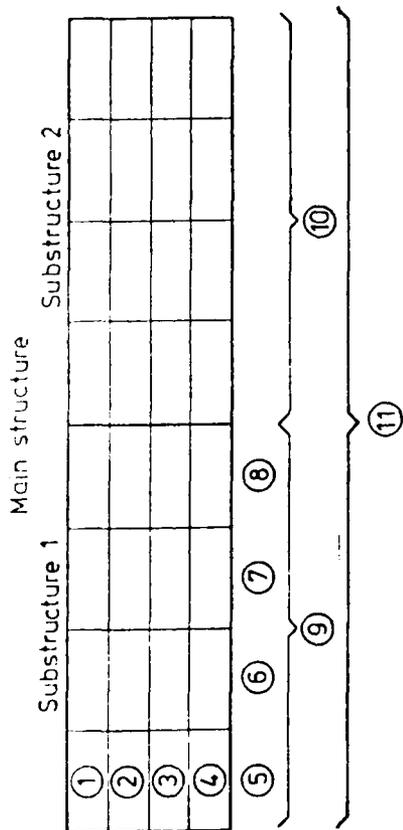


Bild 24 Speicherbelegungsplan.

Element coupling



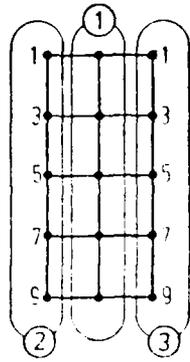
Input data

SLAY	KOPF	NREP	TEIL	UPIV	BPIV	ZKZ	ETYP		STOF		DICKE		LÄNGE	
							EL1	EL2	EL3	EL4	EL1	EL2	EL3	EL4
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

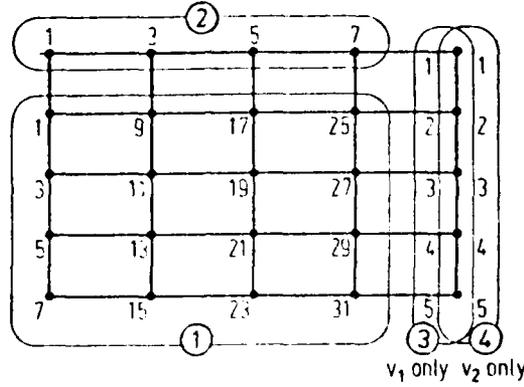
Single elements
Layered elements
Substructures
Main structure

Bild 26 Modellieren von Substrukturen.

Local structure



Global structure



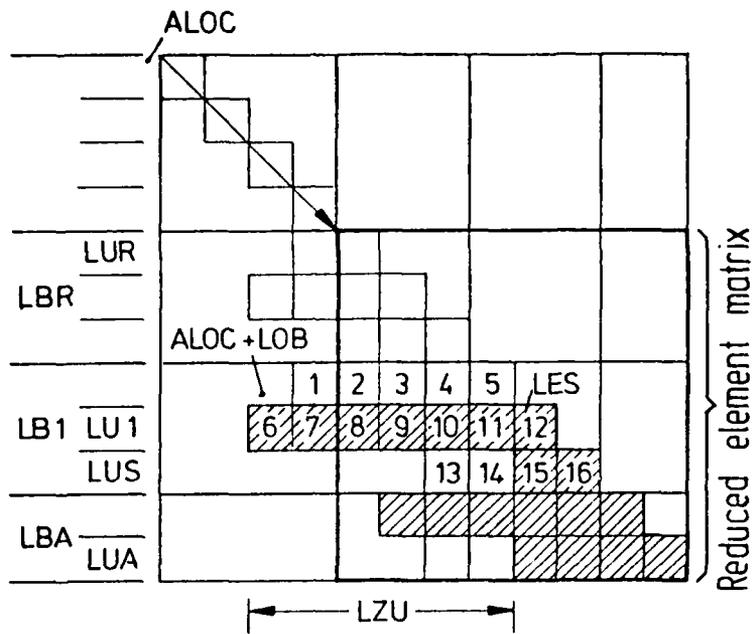
v₁ only v₂ only

Input data

DO-LOOP

KNUM	NREP	LKNO	GKNO	ANZU	SLU	SGU	LF	LU	GU
VOREIN				UKNO	1	1	1	1	1
ZKZ	I1	I2	I3	I4	I5	I6	I7	I8	R5 I9 I10
	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	14	15	16	17	18	19	20	21	22
	23	24	25	26	27	28	29	30	31
	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	41	42	43	44	45	46	47	48	49
KINUM			2	1	8				3
				2	2				1
			3	1	8				3
				2	2				1
R E P E		2		0					8
				0					2
				0					8
				0					2
KINUM			2	1	8				3
				2	2				1
			3	3	5	2	1	1	1
			4	5	2	1		2	1

Bild 27 Numerieren von Substrukturen.



Block matrix

			LB	LBA	LBN
LBR	LB1	1. Local block record	LOB		
LBA		Block row length	LZB		
LBN	◦	DOF-sum	LUS		

DOF matrix

			LU	LUS	LUA	LUN
LUR	LU1	Pivot type	PIV			
LUA	LP1	Row length	LZU			
LUN	◦	Local MD-number	LES			

Copy matrix

			LR	LRA	LRN
	LR1	Local DOF	LU		
LRA		Global DOF	GU		
LRN		Sequence length	± ROW		

Bild 28 Speicherorganisation für die Elementmatrix.

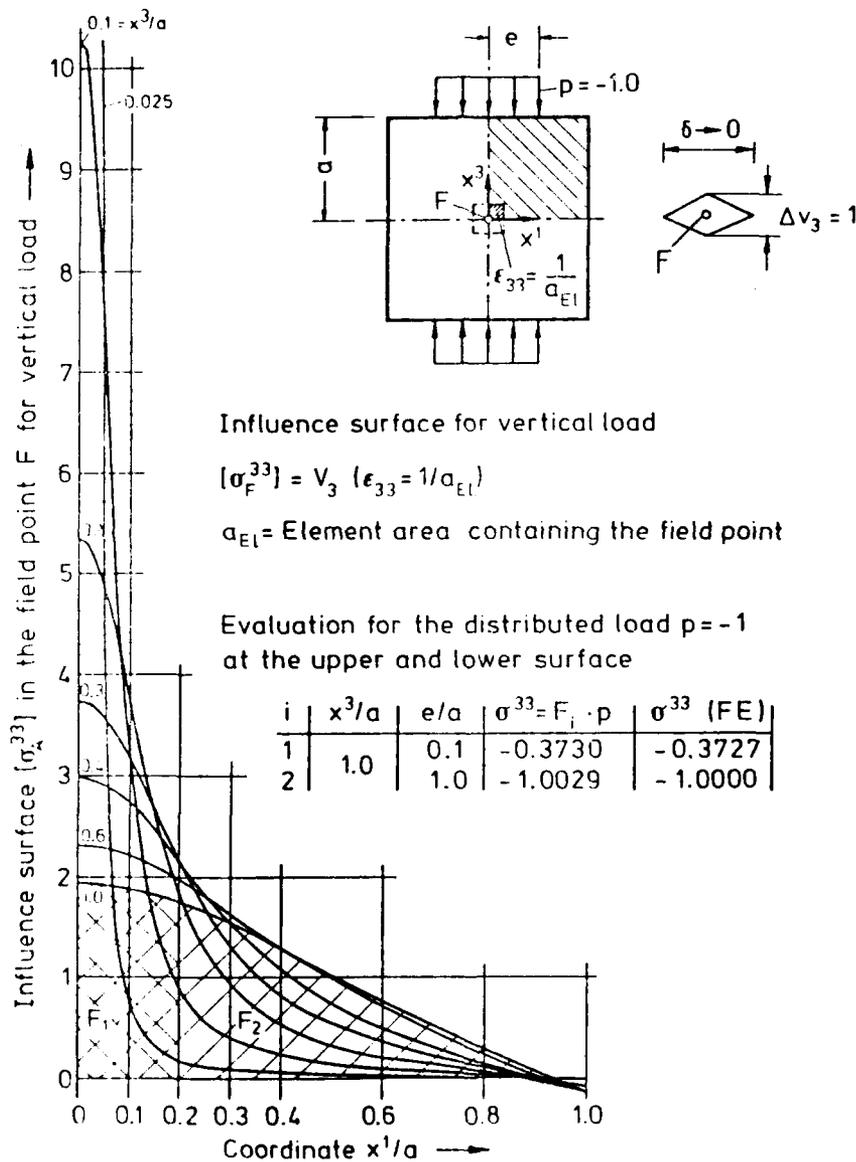
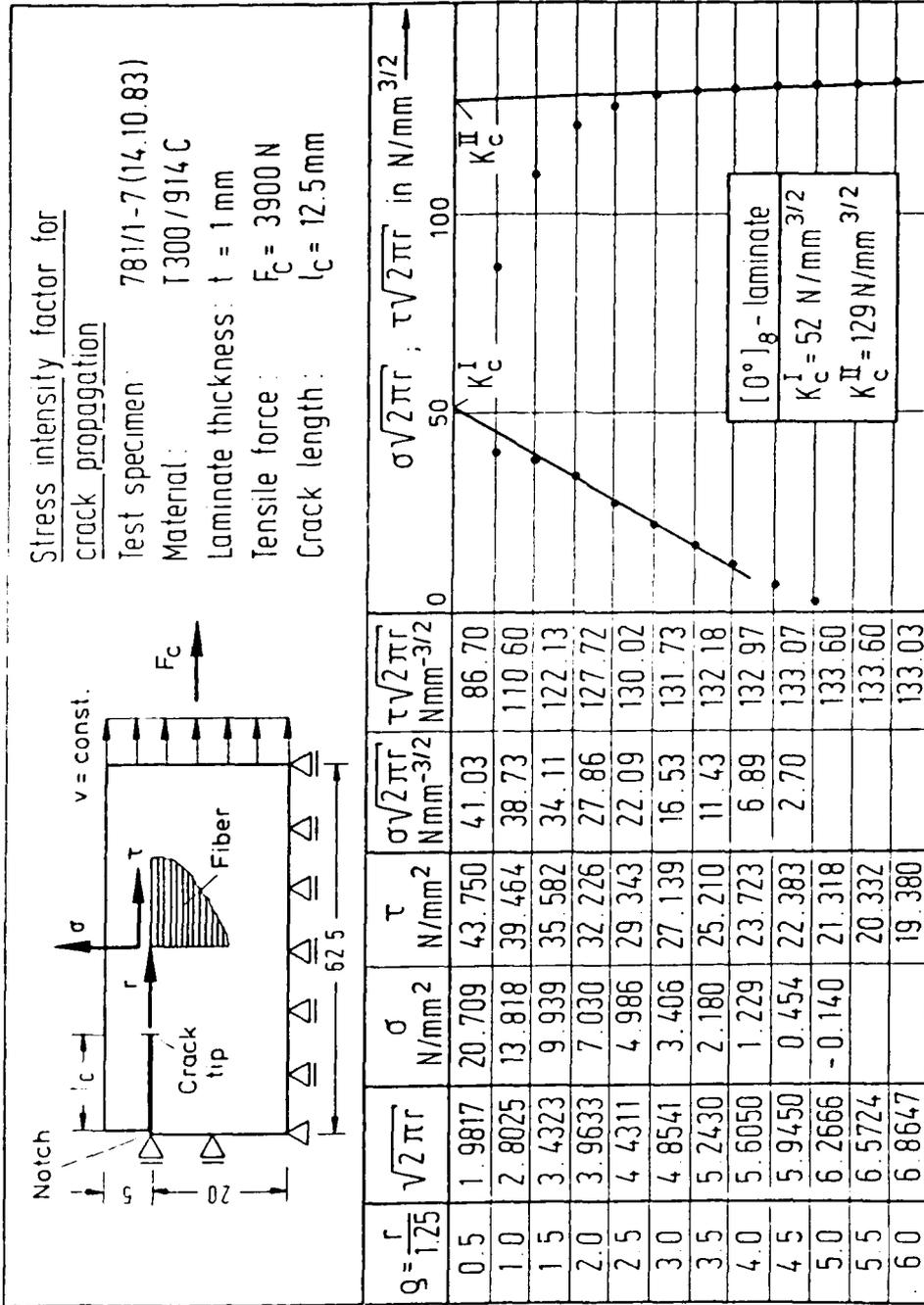


Bild 29 Einflußfläche $[\sigma_F^{33}]$ für den Mittelpunkt F einer Quadratscheibe unter vertikaler, symmetrischer Belastung.

9. Tafeln



Tafel 1 Approximation der Spannungsintensitätsfaktoren
nach der Extrapolationsmethode.

1									
2	3								
2	5	3+1							
3	2	4	3						
2	3	5	4	8					
2	7	3	1	6	0				
2	3	5	4	8	6	8			
3	2	8	3	1	15	1	2		
0	0	-1	0	0	0	0	0	1	
A =									
m									
n									

6	-2	6							
4	-3	4							
18	-5	18							
0	0	0							
0	1	2							
31	-6	31							
1	-8	1							
5	-1	5							
0	0	0							
p =									

Solution scheme

$A \cdot z = p$
 $\bar{L}^T \cdot L \cdot z = p$
 $\bar{L}^T \cdot y = p$
 $L \cdot z = y$

p_1 : Load only
 p_2 : B.C. only
 p_3 : Load + B.C.

1									
2	1								
2	1								
2	*	*	*	*	*	*	*	*	*
2	1	0	*	*	*	*	*	*	*
2	-3	2	*	-1	1				
2	0	0	*	5	-1	2			
3	4	-2	*	-1	1	0	2		
0	0	-1	*	0	2	1	-2	3	
$\bar{L} =$									

6	-2	6							
8	-1	8							
-2	0	-2							
0	0	0							
0	1	2							
-1	1	1							
-2	-2	-6							
8	0	8							
-6	0	-6							
y =									

0	0	0							
1	0	1							
-2	0	-2							
0	0	0							
0	1	2							
1	0	1							
0	-1	-2							
2	0	2							
-2	0	-2							
z =									

Tafel 2 Lösung eines semidefiniten algebraischen Gleichungssystems.

	L_{22}	y_2																																												
	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td>1</td><td>-1</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>·</td><td>2</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>·</td><td>·</td><td>2</td><td>-2</td></tr> <tr><td>·</td><td>·</td><td>·</td><td>3i</td></tr> </table>	1	-1	1	2	·	2	0	1	·	·	2	-2	·	·	·	3i	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td>-1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>-2</td><td>-2</td><td>-6</td></tr> <tr><td>8</td><td>0</td><td>8</td></tr> <tr><td>-6i</td><td>0</td><td>-6i</td></tr> </table>	-1	1	1	-2	-2	-6	8	0	8	-6i	0	-6i																
1	-1	1	2																																											
·	2	0	1																																											
·	·	2	-2																																											
·	·	·	3i																																											
-1	1	1																																												
-2	-2	-6																																												
8	0	8																																												
-6i	0	-6i																																												
L_{22}^T	$\tilde{A}_{22} = L_{22}^T \cdot L_{22}$	$\tilde{p}_2 = L_{22}^T \cdot y_2$																																												
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td>1</td><td>·</td><td>·</td><td>·</td></tr> <tr><td>-1</td><td>2</td><td>·</td><td>·</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>·</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>-2</td><td>3i</td></tr> </table>	1	·	·	·	-1	2	·	·	1	0	2	·	2	1	-2	3i	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td>1</td><td>-1</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>-1</td><td>5</td><td>-1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>-1</td><td>5</td><td>-2</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>-2</td><td>0</td></tr> </table>	1	-1	1	2	-1	5	-1	0	1	-1	5	-2	2	0	-2	0	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td>-1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>-3</td><td>-5</td><td>-13</td></tr> <tr><td>15</td><td>1</td><td>17</td></tr> <tr><td>-2</td><td>0</td><td>-2</td></tr> </table>	-1	1	1	-3	-5	-13	15	1	17	-2	0	-2
1	·	·	·																																											
-1	2	·	·																																											
1	0	2	·																																											
2	1	-2	3i																																											
1	-1	1	2																																											
-1	5	-1	0																																											
1	-1	5	-2																																											
2	0	-2	0																																											
-1	1	1																																												
-3	-5	-13																																												
15	1	17																																												
-2	0	-2																																												

Tafel 3 Berechnung des reduzierten Elementsystems

$$\tilde{A}_{22} * z_2 = \tilde{p}_2.$$

A_{11}	$-A_{11}^{-1}$	A_{12}	P_1
$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -13 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 & 0 \\ 7 & 3 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & 8 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 4 & -3 & -2 \\ 18 & -5 & 8 \end{bmatrix}$
A_{21}	$-A_{21} \cdot A_{11}^{-1}$	$-A_{21} \cdot A_{11}^{-1} \cdot A_{12}$	$-A_{21} \cdot A_{11}^{-1} \cdot P_1$
$\begin{bmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 \\ -3 & -2 & 2 \\ -4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -7 & -14 & 2 \\ -7 & -3 & -2 & 0 \\ -14 & -2 & 3 & -2 \\ 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -32 & 7 & -18 \\ -4 & 3 & 2 \\ 10 & 2 & 14 \\ -2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$

Algebraic system :

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix}$$

A_{22}	P_2
$\begin{bmatrix} 0 & 6 & 15 & 0 \\ 6 & 8 & 1 & 0 \\ 15 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 31 & -6 & 19 \\ 1 & -8 & -15 \\ 5 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Elimination of z_1 :

$$z_1 = A_{11}^{-1} (-A_{12} \cdot z_2 + p_1)$$

\tilde{A}_{22}	\tilde{P}_2
$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 5 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 5 & -2 \\ 2 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -3 & -5 & -13 \\ 15 & 1 & 17 \\ -2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$

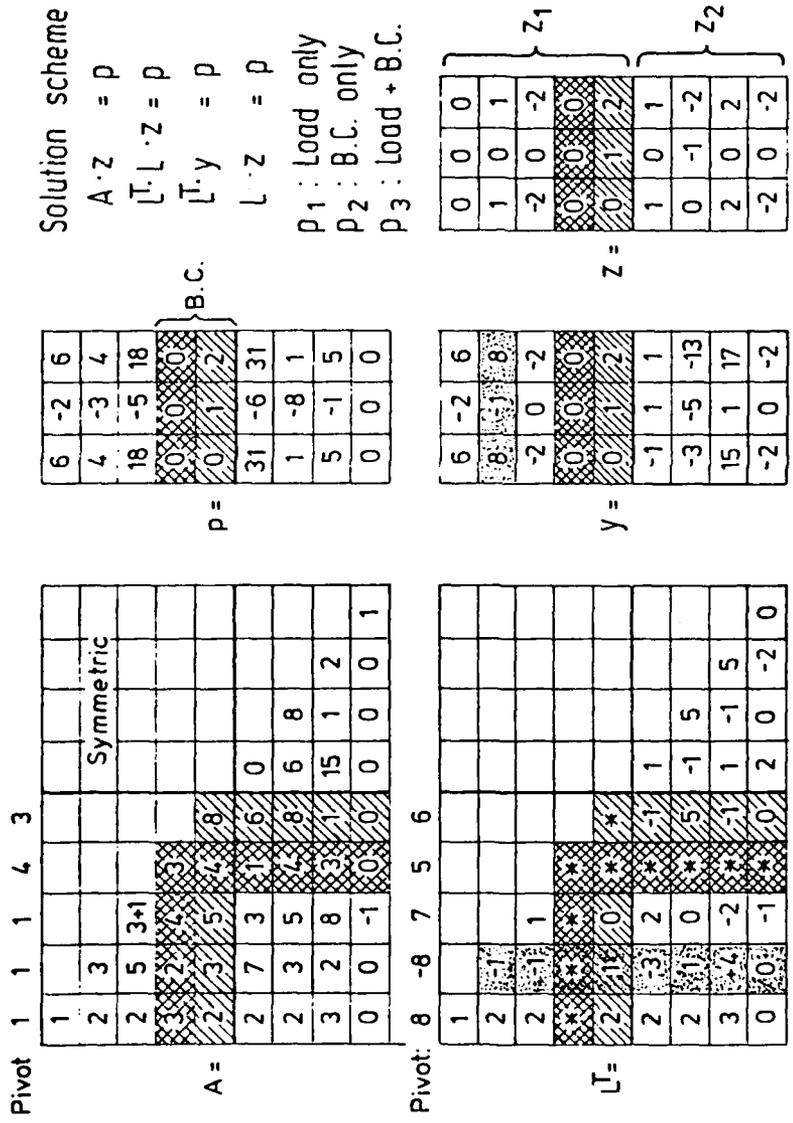
Reduced system :

$$\tilde{A}_{22} \cdot z_2 = \tilde{P}_2$$

$$\tilde{A}_{22} = A_{22} - A_{21} \cdot A_{11}^{-1} \cdot A_{12}$$

$$\tilde{P}_2 = P_2 - A_{21} \cdot A_{11}^{-1} \cdot P_1$$

Tafel 4 Berechnung des reduzierten Elementsystems durch blockweises Lösen der Gleichungen.



Tafel 5 Numerisches Beispiel für die Substrukturtechnik.

APPENDIX D

Crack Conditions for Statically Loaded Notched
UD-Laminates of Carbon Fiber Reinforced Plastic

Part 2
Fitting Curves for the Test Results

Hans Eggers

Institut für Strukturmechanik, Braunschweig

DEUTSCHE FORSCHUNGS- UND VERSUCHSANSTALT
FÜR LUFT- UND RAUMFAHRT E.V.
INSTITUT FÜR STRUKTURMECHANIK

Interner Bericht
IB 131-85/2

Crack Conditions for Statically Loaded Notched
UD-Laminates of Carbon Fiber Reinforced Plastic

Part 2
Fitting Curves for the Test Results

Braunschweig, January 1985

The report contains:
71 Pages with
48 Figures and
11 Tables

Head of the Institute:
Dr.-Ing. H.W. Bergmann

Head of the Division:
Dr.-Ing. B. Geier

Author:
Dr.-Ing. H. Eggers

CONTENTS

1. Introduction	4
2. Analysis Principles	4
3. Analysis of the Tests	7
3.1 $[0^\circ]_n$ -Laminates	7
3.2 $[5^\circ]_g$ -Laminates	8
3.3 $[10^\circ]_g$ -Laminates	9
3.4 $[15^\circ]_g$ -Laminates	9
3.5 $[30^\circ]_g$ -Laminates	9
3.6 $[45^\circ]_n$ -Laminates	9
3.7 $[90^\circ]_n$ -Laminates	10
4. Results	10
5. References	12
6. Figures	13
7. Tables	61

1. INTRODUCTION

This report is the second of three parts, where the crack propagation in off-axis unidirectional laminates (UD-laminates) due to quasi-static tensile load is studied. The material consists of the carbon fiber T300 and the resin 914C. All of the tests are conducted on side-notched specimen of uniform cross section, in which the cracks start always at the notch tip and propagate parallel to the fibers.

In the first part the tests and the test results are assembled [1]. This second part contains the mean functions for the test results, which describe the tensile loads versus crack lengths, overall specimen elongations and notch opening displacements. The test data, approximated by fitting curves, are picked up as functions of the crack length and the corresponding numerical values are tabularized. In the third part the fitting curves are used to determine crack conditions for the matrix splitting [2].

2. ANALYSIS PRINCIPLES

The tensile tests are conducted at side notched specimens of UD-laminates with off-axis fiber angles between 0° and 90° . The available tests, described in the first part [1], are listed in Table 1. For the test specimen, shown in Fig. 1, the specimen elongation w_1 , the notch opening displacements COD1 and COD2 and the crack length l_1 are measured as functions of the quasi-static tensile load F_c .

For the test attending calculation the UD-laminate is approximated by a homogeneous, orthotropic material, which is linear elastic. The elasticity constants, given in Table 2, are measured at 30% of the ultimate stress. These values were too high for the direct application to the tests since the applied stress did not exceed 10% of their ultimate value. At such low stress levels, the carbon fibers are still being straightened so that, according to

Fig 2, the stress-strain diagram is non-linear. In order to support the actual test conditions the elasticity constants, listed in Tab. 2, were proportionally reduced until the calculated displacements correspond to the measured displacements at the elastic limit load. The such modified constants were also used for higher load levels.

Fig. 3 shows a comparison of measured and calculated force-displacement curves for the test specimen elongation w_1 and for the average of the notch opening displacement COD. Discrepancies between measured and calculated values occur only in the w_1 -curves when the crack tips approach the terminals of the displacement transducers. The terminals are not attached to discrete points at the specimen center line but to clamped-on yokes extending over the entire specimen width. Since in the presence of long cracks the displacements over the width of the specimen are not constant (see Fig. 4) and, because of the yoke deformations, the clamping stresses at the edges of the specimen are higher than at the center, a more pronounced curvature in the measured w_1 -curve should be expected than in the calculated curve related to the specimen center line. The measurements are not indicative of a possible plastic deformation at the crack tip as is evident from the unloading curve in Fig. 5, which terminates at the point of origin.

The majority of the experiments led to a crack pattern which is almost point-symmetric relative to the center of the specimens. The consistency of this phenomenon could be confirmed by a finite element calculation on a notched $[0^\circ]_g$ -laminate with a single 10 mm long crack at one of the notch tips. The calculated stresses along the lines of potential crack propagation are given in Fig. 6. The fracture process is influenced predominantly by the normal stresses transverse to the crack and hardly by the shear stresses, as verified in report [2]. Therefore only the normal stresses must be compared, which are quite similar around different crack tips. The aberrations from the point-symmetric fracture mode, observed in ca. 30% of the test specimens, may be due to scatter of the material strength properties. For the analysis of the measurement a point-symmetric crack pattern is assumed.

In UD-laminates the cracks start always at the notch tip. Two cracks occur at each notch tip in on-axis laminates and one crack, declined to the specimen axis, in off-axis laminates. Therefore four or two force-crack length curves, respectively, must be analyzed simultaneously. According to the location of a crack in the specimen the curve is plotted in the correspondent quadrant of a coordinate system as illustrated in Fig. 7. The force-crack length curves, obtained for the individual tests in a test series, are plotted on transparent paper, demonstrated in Fig. 8 to 13 for an $[0^\circ]_8$ -laminate. Then the transparencies are put on a light table and turned over and over again at one or both of the symmetric axis of the specimen, until the scatter for all of the curves is as small as possible. For the $[0^\circ]_8$ -laminate the superposition of all of the force-crack length curves is shown in Fig. 14.

Because of the assumed point-symmetric crack pattern, the crack lengths in diagonal opposite quadrants of the specimens are averaged in each load step. All of the corresponding load-crack length curves are plotted into one diagramm and approximated by a fitting curve. Analogically the notch opening displacements COD1 and COD2 are averaged and plotted versus the load, whereas into the load-elongation diagramm the test values for w_1 were introduced directly.

For off-axis laminates the stable crack lengths become shorter and shorter, when the fiber angle increases. Occasionally only one or two measured values are available. For off-axis laminates the test value are listed point-by-point in the diagrams without a connecting line.

In view of the calculation, described in the third part [2], the fitting curves are picked up pointwise as functions of the crack lengths and assembled in tables for the different fiber angles and specimen geometries.

3. ANALYSIS OF THE TESTS

3.1 $[0^\circ]_n$ -Laminates

For simple precalculations a symmetric crack pattern is assumed, such that only a quarter of the specimen must be analysed numerically. In this case the four different crack length within a specimen are averaged in each load step. For the mean crack lengths l_c the average stresses at the grip-ends are plotted in Fig. 15. The chosen fitting curve is marked by a fat solid line.

As pointed out in the first part [1], misaligned fibers or layers act as a crack stopper. This might be the reason, that in some specimen the point-symmetric crack pattern is blocked and a more symmetric one appears. In the figures of this chapter a symmetric crack pattern is marked in the plots by a dashed line. They indicate, that for a symmetric crack pattern the critical stresses, where the cracks start to propagate, are often much higher than those for the point-symmetric mode.

In Figs. 16 and 17 the crack lengths l_1 and l_2 are plotted for a point-symmetric crack pattern and different mean stresses at the grip-end. The mean values of both curves lead to the fitting curve in Fig. 15. Fig. 18 shows the elongation w_1 of the specimen and Fig. 19 the notch opening displacements COD as function of the mean stresses respectively.

In order to justify the assumption of the point-symmetric crack pattern in Figs. 20 and 21 the notch opening displacements are plotted for the individual notches and Fig. 22 shows the superposition of both figures. In all three plots the idealization, determined in Fig. 19 for a point-symmetric crack pattern is introduced.

In Figs. 15 to 19 the chosen fitting curves for a $[0^\circ]_8$ -laminates are drawn and the corresponding numerical values are assembled in Tables 3 and 4.

In Figs. 23 to 27 the crack lengths, specimen elongations and the notch opening displacements for a $[0^\circ]_{16}$ -laminate are plotted as functions of the mean stresses.

3.2 $[5^\circ]_8$ -Laminates

In off-axis laminates cracks start always at the notch tips and arise only in diagonal opposite quadrants of the specimen. The width of the specimen tested are 50 mm and 20 mm respectively.

For the 50 mm wide specimen the crack lengths, the specimen elongations and the notch opening displacements are plotted versus the load in Figs. 28 to 31. The values, picked up for the fitting curves, are collected in Table 5. Similarly, for the 20mm wide specimen the test results and the fitting curves are given in Figs. 32 to 35 and the corresponding numerical values are listed in Table 6.

In the 50 mm wide specimen unbroken fibers run from one clamped end to the other. When the cracks propagate the net cross section is reduced and predominantly the unbroken fibers take over the stress increase. Because of the growing crack length the strains at the crack tips are released and the propagation stops. Therefore the load-crack lengths curve (Fig. 28) shows a significant increase of the load for a growing crack.

In the 20 mm wide specimen the relation is quite different. All of the fibers at least at one side end at a free surface. Therefore, in front of the crack, the load must be carried completely by the resin. Theoretically the cracks will propagate unstably right from the beginning, because the stresses at the crack tip increase with the crack length. The small load increase between the crack initiation and the ultimate state, shown in Fig. 32, might be due to prior damage introduced into the specimen by the notch fabrication.

3.3 $[10^\circ]_8$ -Laminates

For specimen with 50 mm width the crack lengths, the specimen elongations and the notch opening displacements are given as functions of the load in Figs. 36 to 39. The corresponding numerical values for the fitting curves are listed in Table 7 for different crack lengths. For the $[10^\circ]_8$ -laminates the crack initiation could not be observed. After a short stable crack propagation the crack moved off unstably and the specimen separates.

3.4 $[15^\circ]_8$ -Laminates

For specimen with 50 mm width the crack lengths, the specimen elongations and the notch opening displacements are plotted versus the load in Fig. 40 to 43. The corresponding numerical values of the fitting curves are listed in Table 8. The largest fiber angle, where a stable crack propagation could be observed in the wide specimen, is $\alpha_F = 15^\circ$, whereas the small specimen failed suddenly.

3.5 $[30^\circ]_8$ -Laminates

In tests on UD-laminates with fiber angles of $\alpha_F \geq 30^\circ$ the failure occurred suddenly without any indication of a crack initiation and the measured load-elongation curves were straight lines. In Table 9 the averaged test results were given for side notched $[30^\circ]_8$ -laminates with specimen widths of 20 mm and 50 mm, respectively. In addition the limit values for unnotched specimen are listed for comparison.

3.6 $[45^\circ]_n$ -Laminates

In Table 10 the test results are given for notched and unnotched $[45^\circ]_8$ - and $[45^\circ]_{16}$ -laminates.

3.7 $[90^\circ]_n$ -Laminates

For $[90^\circ]_8$ - and $[90^\circ]_{16}$ -laminates with different notch forms the test values, measured under ultimate static load, are summarized in Table 11. Compared with the sharp notch tip according to Fig. 1 a more blunt saw cut will give a significantly higher ultimate load. Contrary to metals the laminate is quite insensitive to surface defects as the test with a one-sided blunt saw tap indicates.

4. RESULTS

According to Table 1 only the $[\alpha_F]_8$ -laminates with sharp notches and 50 mm specimen width are tested thoroughly for all fiber angles. Smaller specimens, stacking sequences with 16 layers or blunt notch forms are tested only occasionally. These tests are used to verify, that in the $[\alpha_F]_8$ -laminates with sharp notches the first cracks initiate at mean stresses in the net cross section, which are lower than those in specimen of other configurations. This phenomenon is illustrated in Figs. 44 to 46 for on-axis laminates of different thicknesses. In this case the misalignment of fibers and/or layers may act as a crack stopper, which happens in thick laminates more often than in thin one.

In Fig. 47 the load-crack lengths curves are plotted for sharp notched $[\alpha_F]_8$ -laminates with different fiber angles. The length of the stable crack becomes shorter and shorter, when the fiber angle referred to the load decreases. For $\alpha_F = 15^\circ$ the crack initiation can just be observed before the specimen fails catastrophically.

The measured mean stresses for the crack initiation are drawn in Fig. 48 versus the fiber angles α_F . In the plot the α_F -axis is extended in a logarithmic scale ($\alpha_F [^\circ] = 100 \times \log(\alpha_F^\circ)$ [mm]). For $\alpha_F = 5^\circ$ to 45° the measured values are about in alignment. Similar to a Wöhler's curve the straight line is extended at both end by lines of constant level to fit the test values for $\alpha_F = 0^\circ$ and

90°. In order to support the chosen approximation additional tests are desirable for $\alpha_F = 2^\circ$, 3° and 60° . According to the approximation curve the mean stresses for the crack initiation will stay constant for fiber angles of $\alpha_F \leq 2^\circ$ and $\alpha_F \geq 52^\circ$ respectively.

For unidirectional laminates the results received from the tests directly can be summarized by the following statements:

- The cracks develop always parallel to the fibers.
- The crack propagation is significantly delayed by inevitable misalignment of fibers, fiber bundles or layers.
- In thin laminates the crack initiation starts earlier but propagate with less speed than in thick ones.

The second point together with Fig. 48 indicate, that in a packet of equal orientated UD-layers an alternating misalignment of about $\Delta\alpha_F = \pm 2^\circ$ in the single layers will reduce the crack propagation significantly without any loss in the laminate strength. This statement is quite important for the practical design of new laminates and should be verified by further tests.

5. REFERENCES

- [1] Kirschke, L. Crack conditions for statically loaded notched UD-laminates of carbon fiber reinforced plastic. Part 1: Description and results of the tests.
DFVLR, internal report, IB 131-85/01.
- [2] Eggers, H.
Zick, R. Crack conditions for statically loaded notched UD-laminates of carbon fiber reinforced plastic. Part 3: Evaluation of crack conditions.
DFVLR, internal report, IB 131-85/03.

6. FIGURES

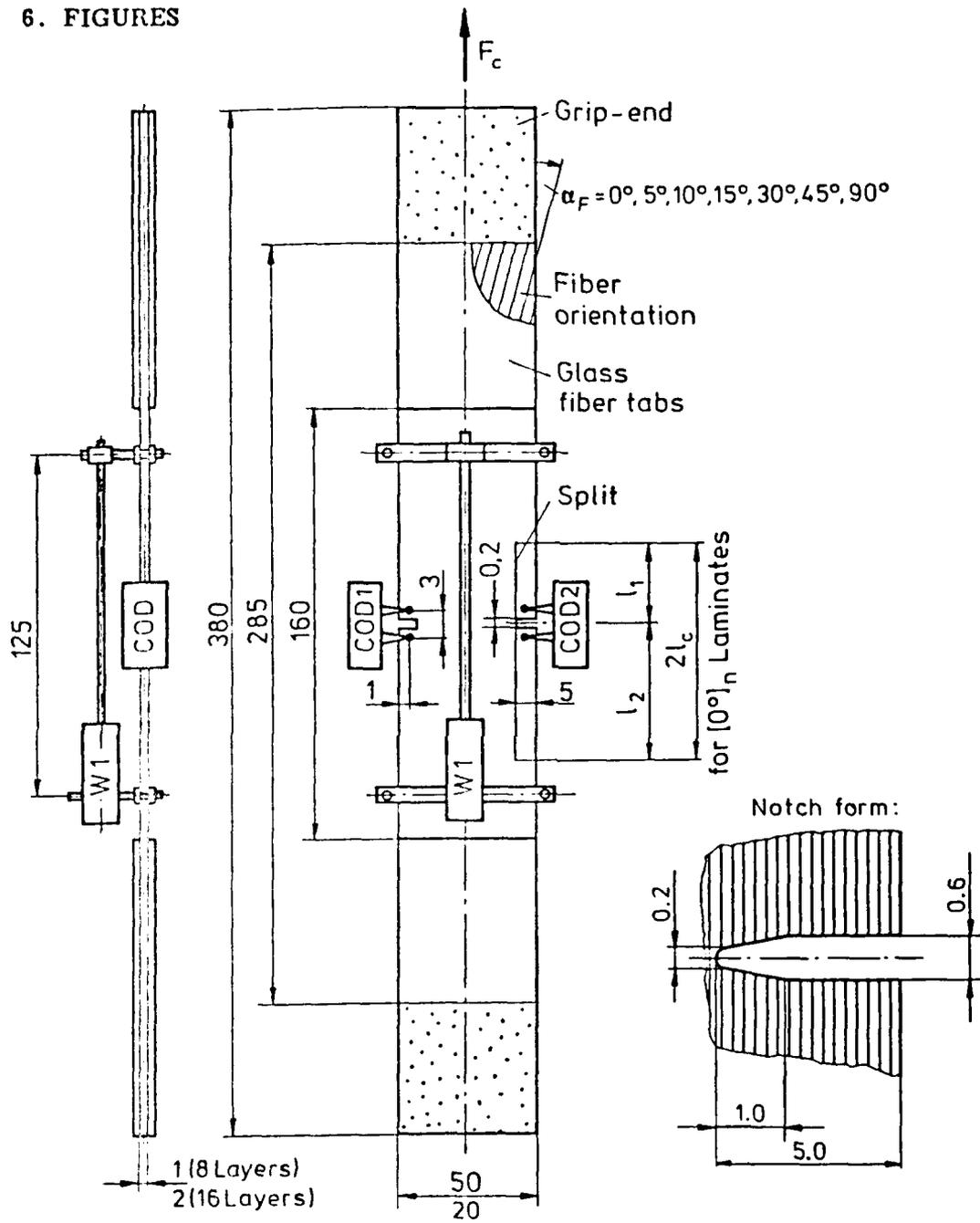


Figure 1 Side notched test specimen.
 Material T300-914C

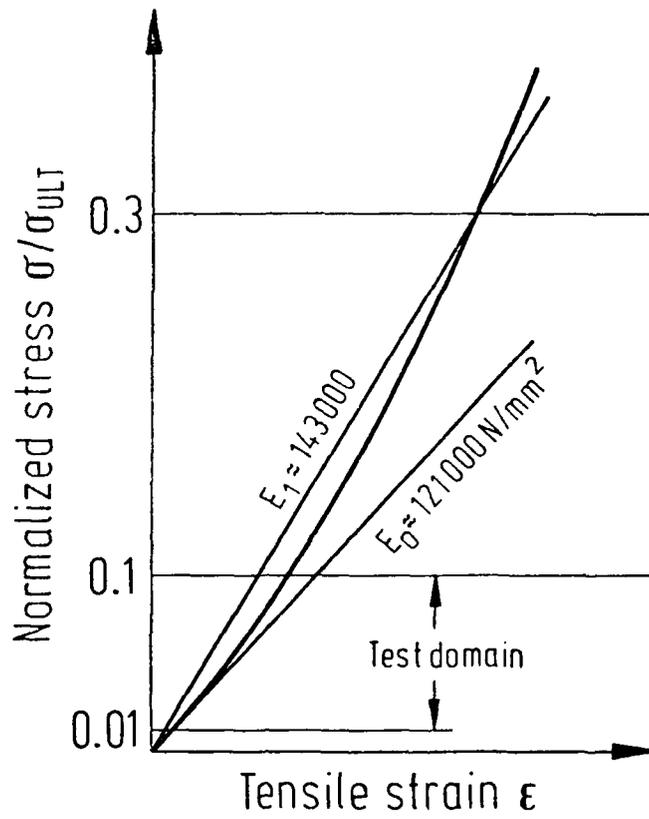


Figure 2 Stress-strain curve for an UD-laminate
in fiber direction.
Material T300-914C

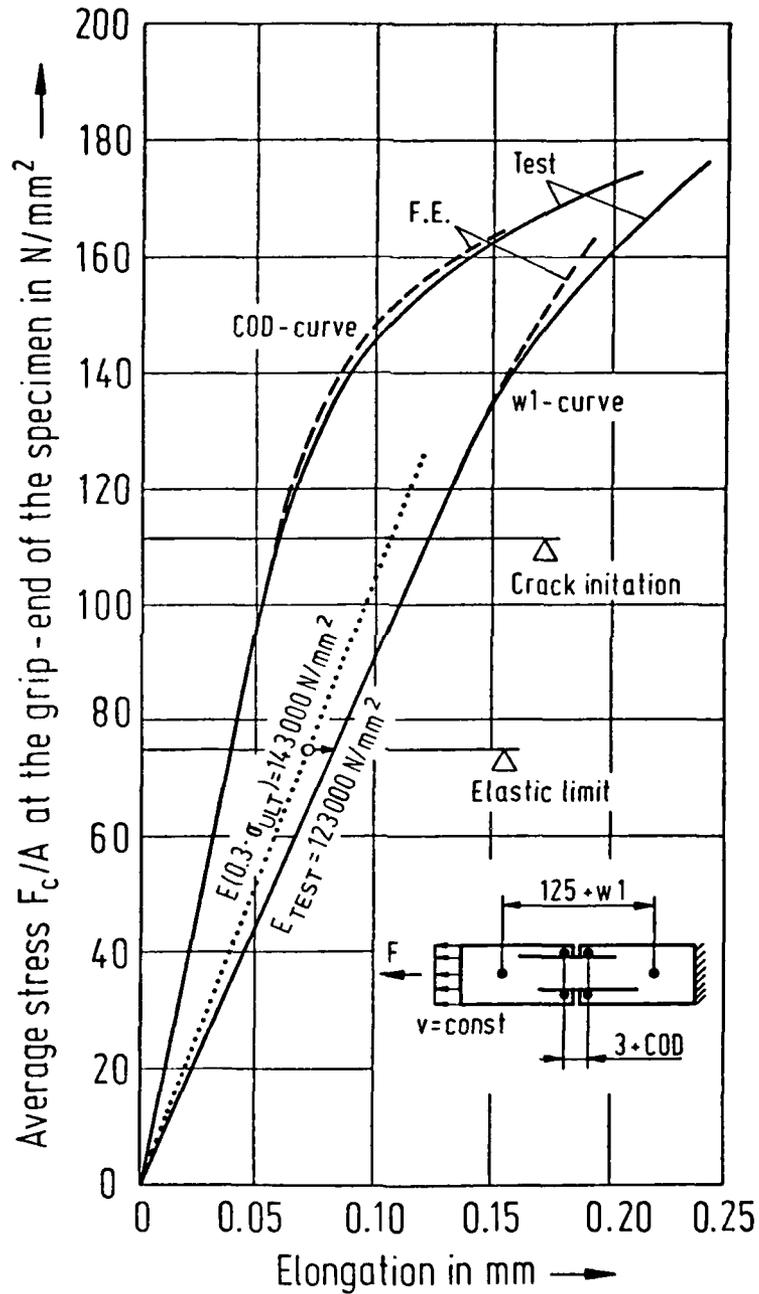


Figure 3 Elongations of the specimen verified by tests and calculations.

Test specimen no. 781/1,2,4-7

Specimen width 50 mm

Material T300/914C

Stacking sequence $[0^\circ]_8$

Test specimen 781/1-7
 Material T300 -914C
 Stacking sequence $[0^\circ]_8$
 Laminate thickness 1mm

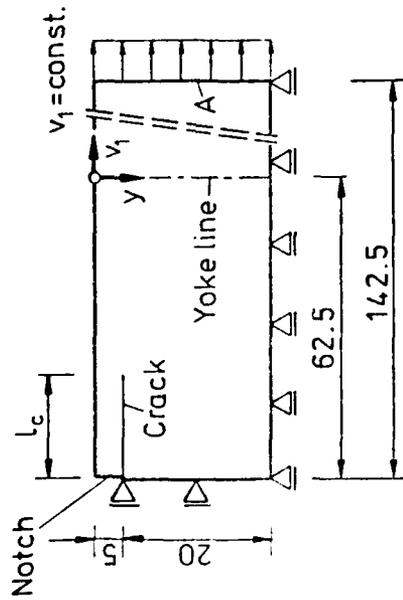
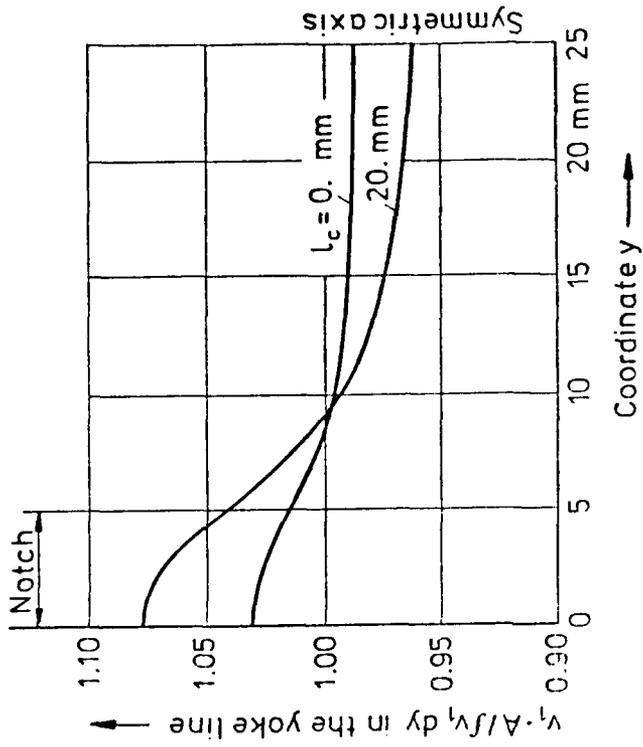


Figure 4 Calculated specimen deformation in the yoke line.

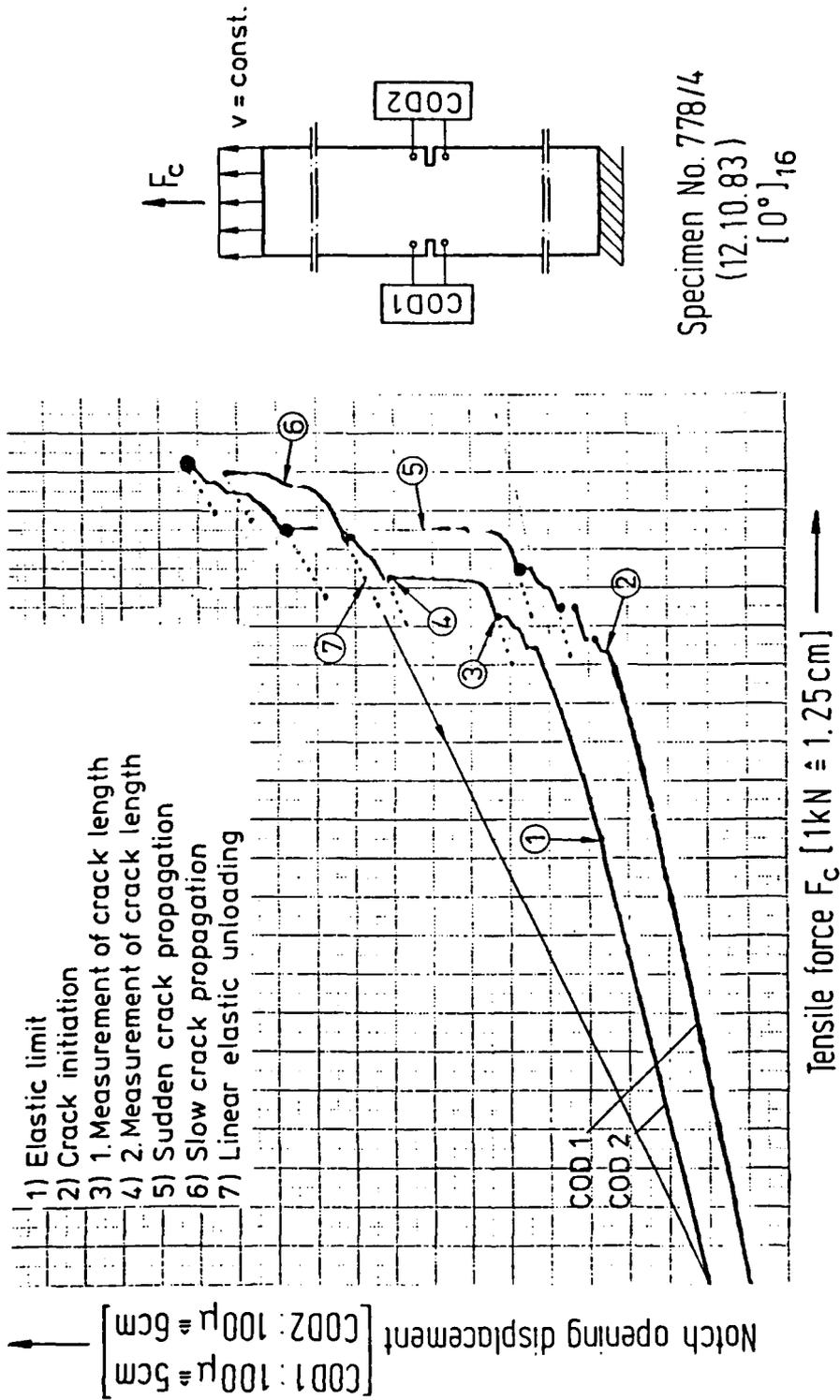
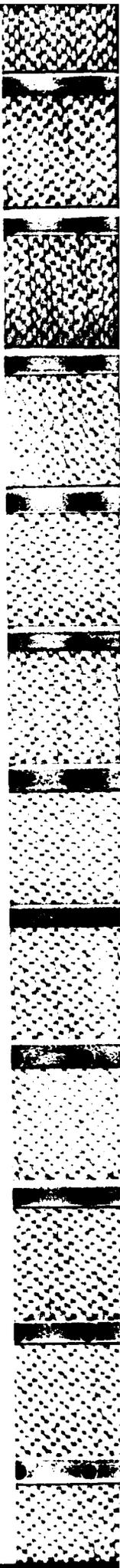
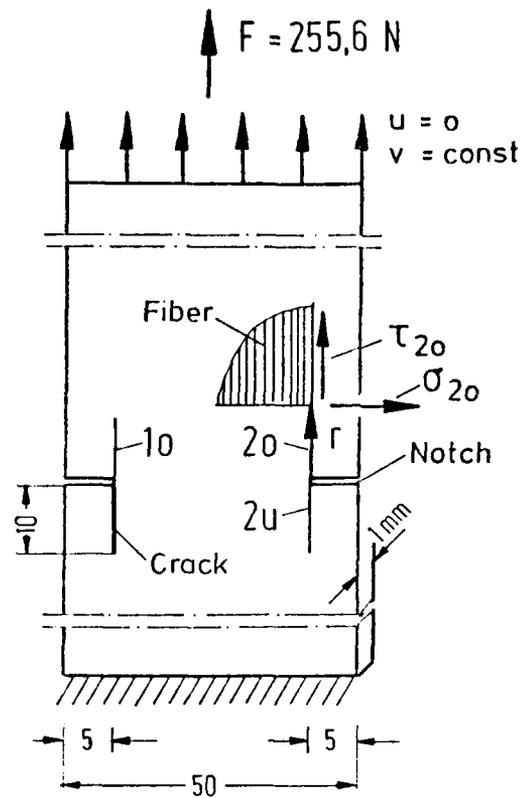


Figure 5 Original record for the notch opening displacements.





r mm	σ_{20} N/mm ²	τ_{20} N/mm ²	σ_{2u} N/mm ²	τ_{2u} N/mm ²	σ_{10} N/mm ²	τ_{10} N/mm ²
0	1,000	0,519	0,973	0,493	0,788	0,823
1,8	0,197	0,631	0,193	0,616	0,139	0,673
3,4	0,048	0,504	0,046	0,496	0,040	0,540
5,4	-0,001	0,401	-0,001	0,389	-0,001	0,434
7,6	-0,027	0,333	-0,024	0,322	-0,023	0,360
10,0	-0,039	0,283	-0,037	0,271	-0,034	0,304
15,3	-0,043	0,218	-0,040	0,212	-0,037	0,230

Figure 6 Stress distribution in a notched single cracked $[0^\circ]_8$ -laminate along the expected crack directions calculated by finite elements.

Coordinate System:

19

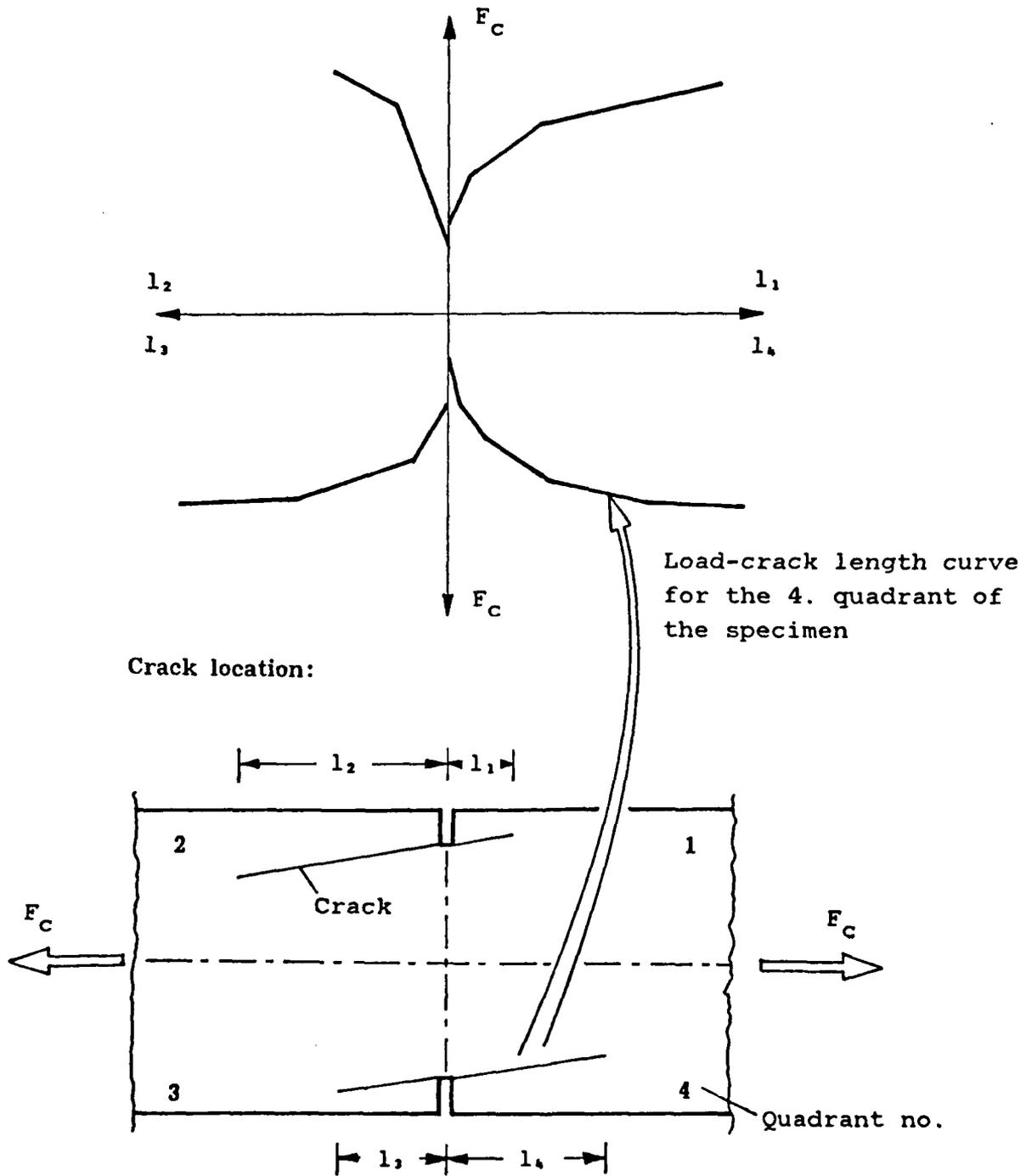


Figure 7 Quadrants of the specimen associated with the load-crack length curves.

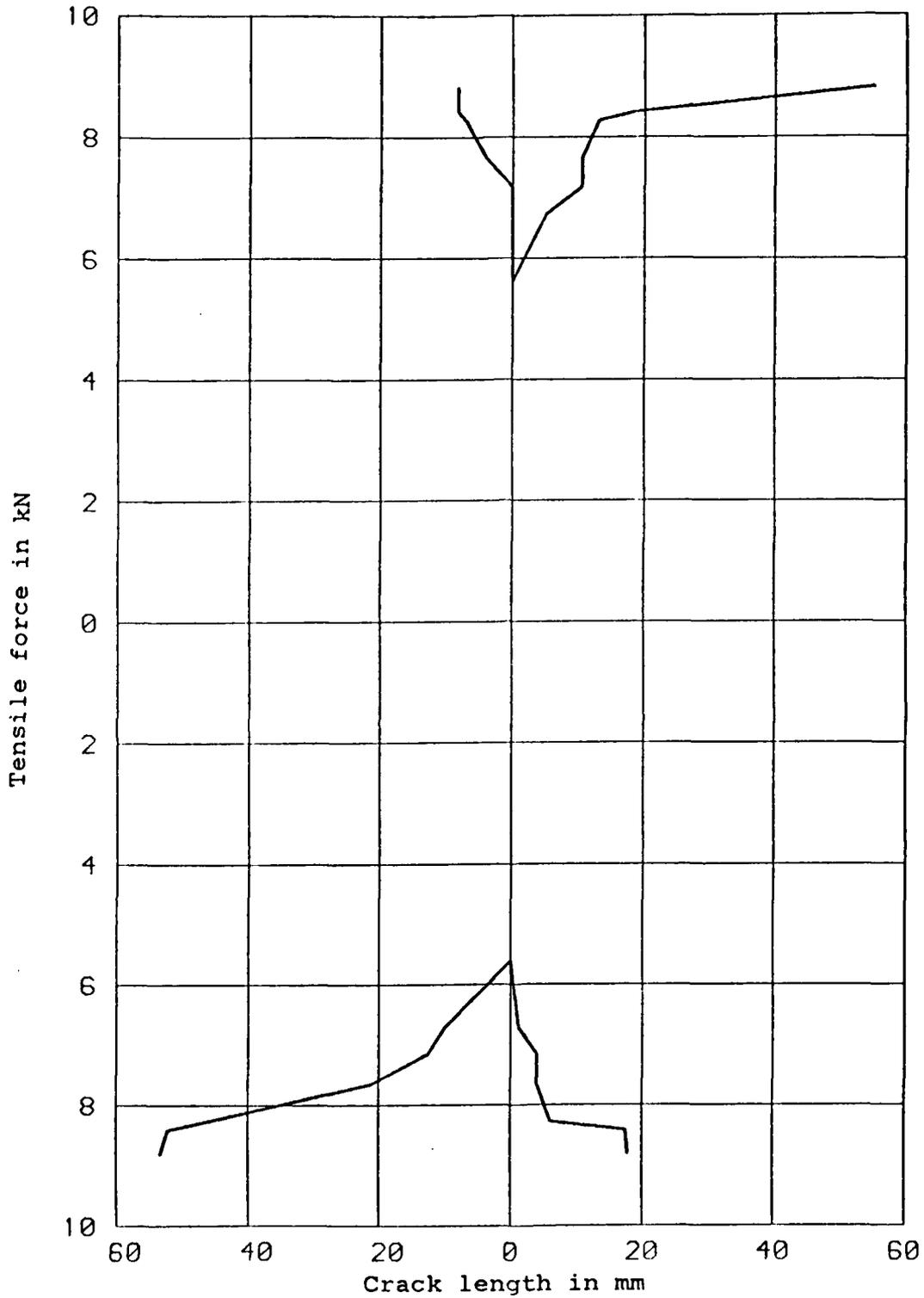


Figure 8 Measured crack length under static load.

Test specimen no. 781/1

Specimen width 50 mm

Material T300/914C

Stacking sequence $[0^\circ]_8$

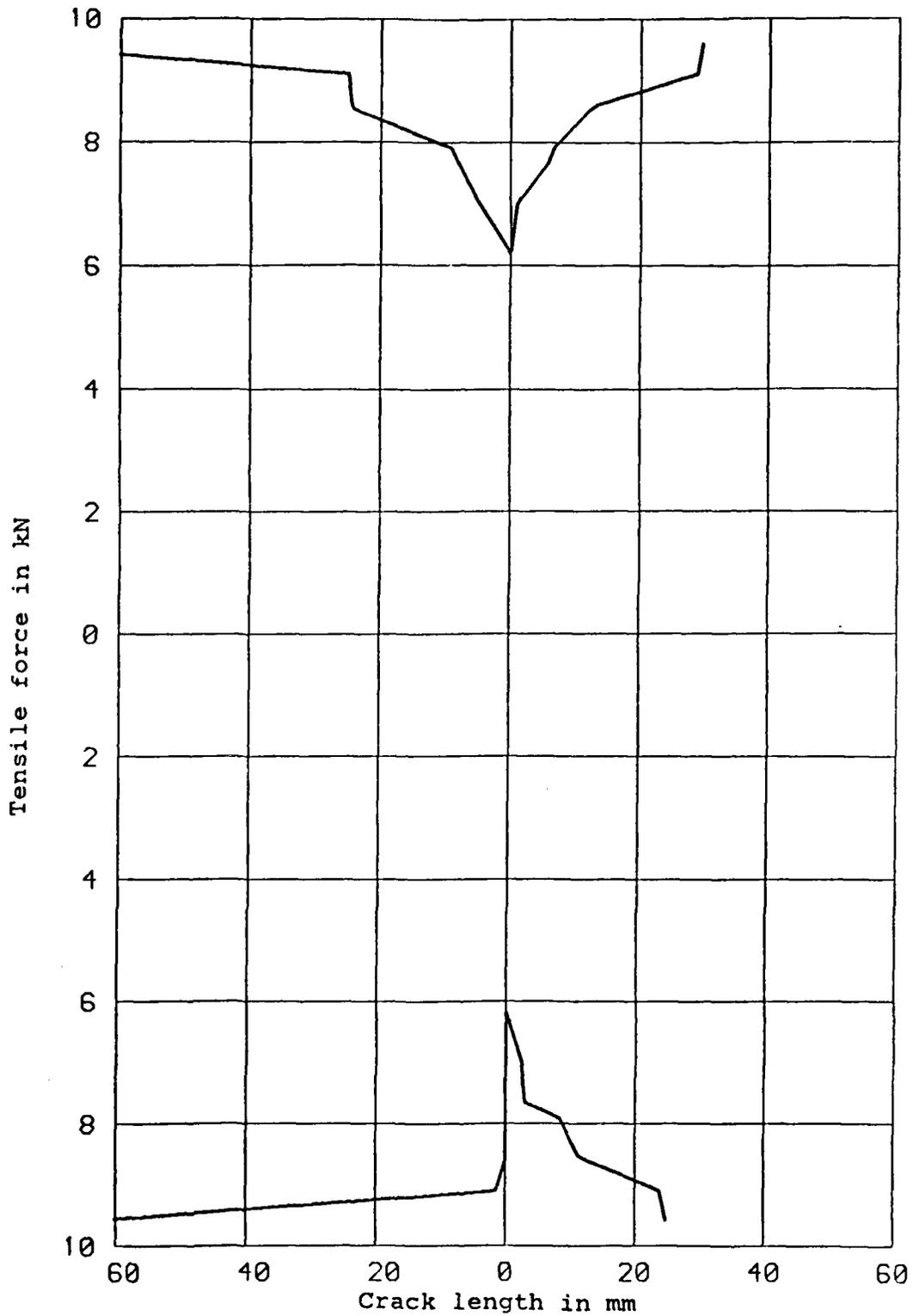


Figure 9 Measured crack length under static load.

Test specimen no. 781/2

Specimen width 50 mm

Material T300/914C

Stacking sequence $[0^\circ]_8$

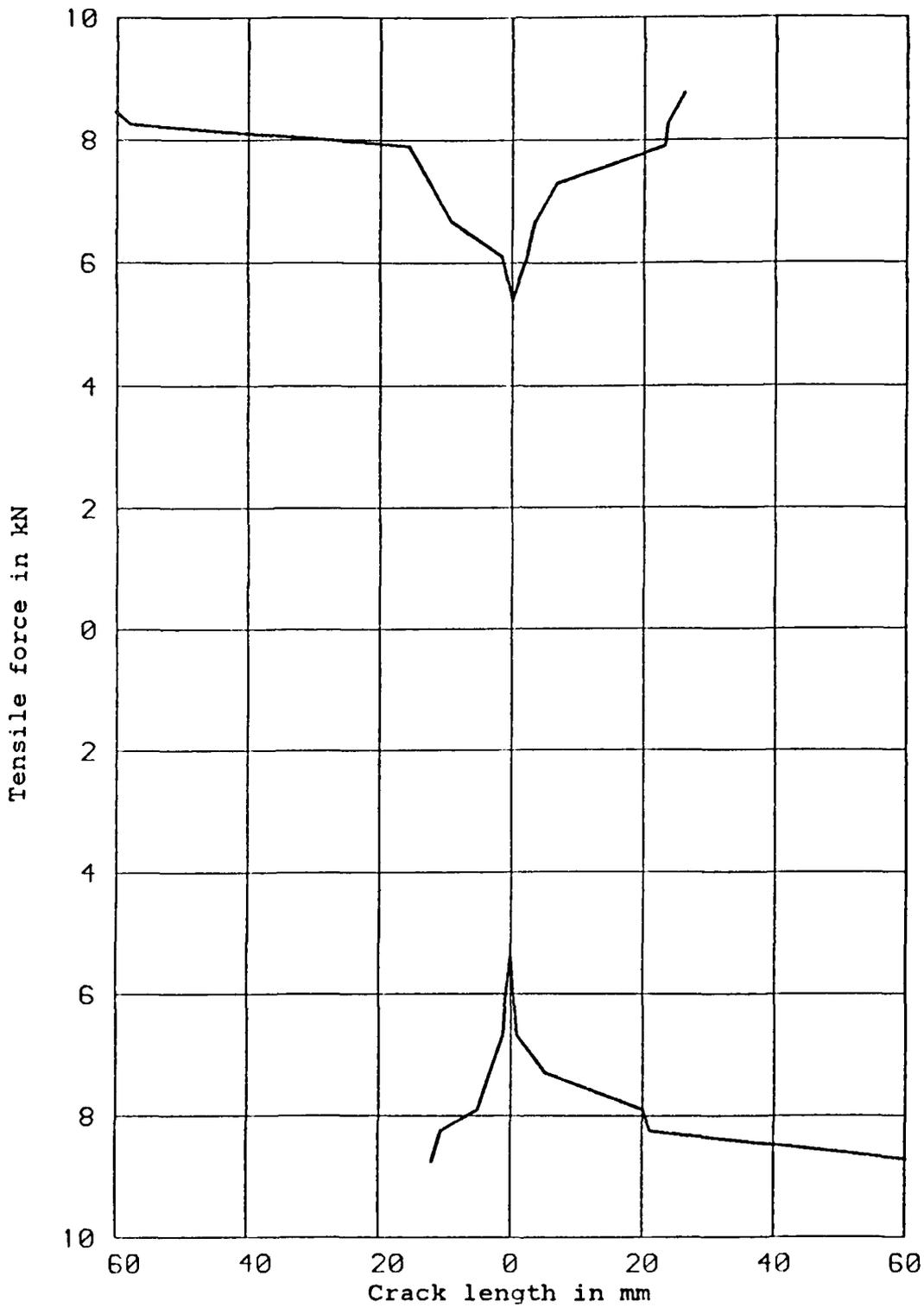


Figure 10 Measured crack length under static load.

Test specimen no. 781/4

Specimen width 50 mm

Material T300/914C

Stacking sequence $[0^\circ]_8$

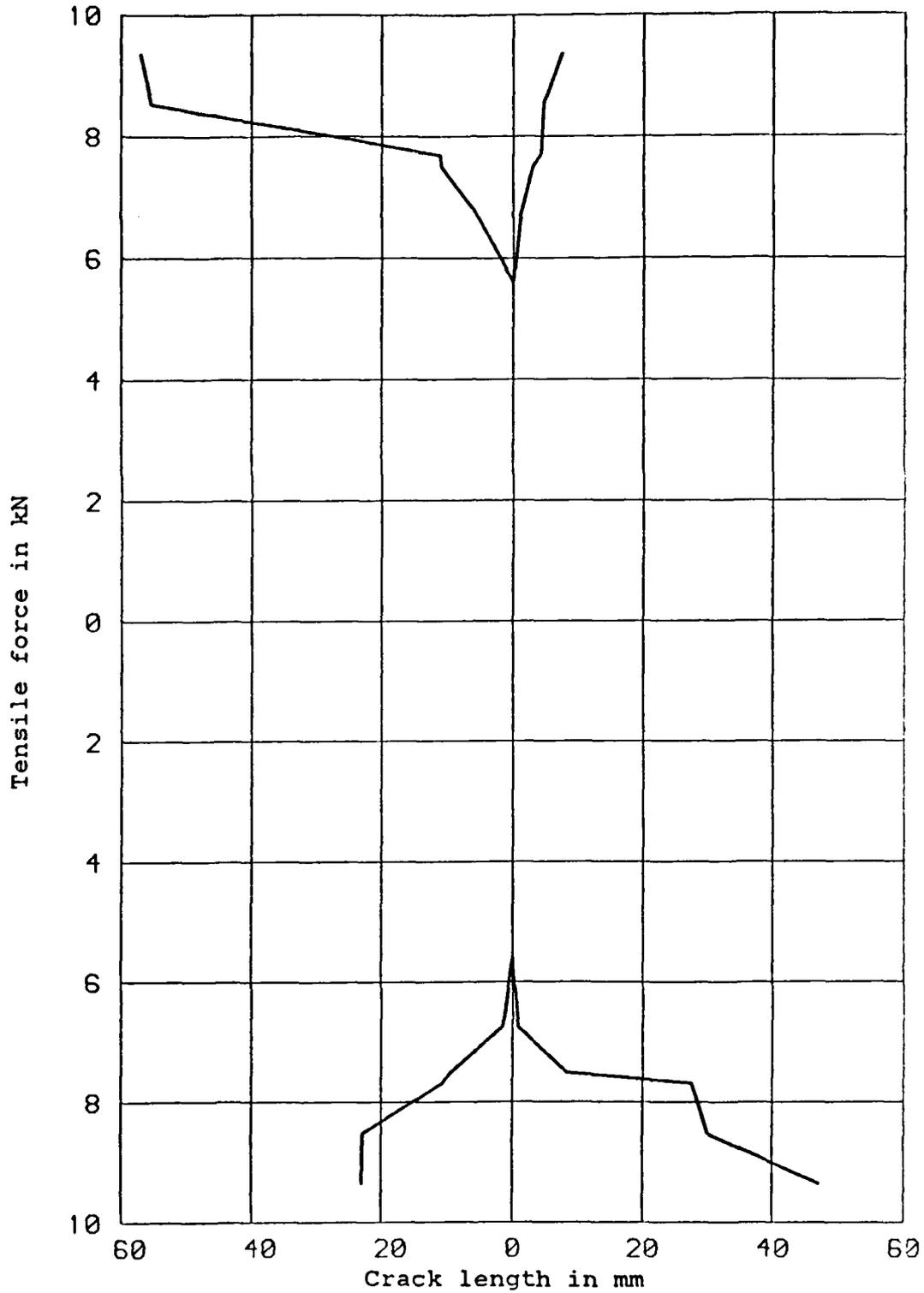


Figure 11 Measured crack length under static load.
 Test specimen no. 781/5
 Specimen width 50 mm
 Material T300/914C
 Stacking sequence $[0^\circ]_8$

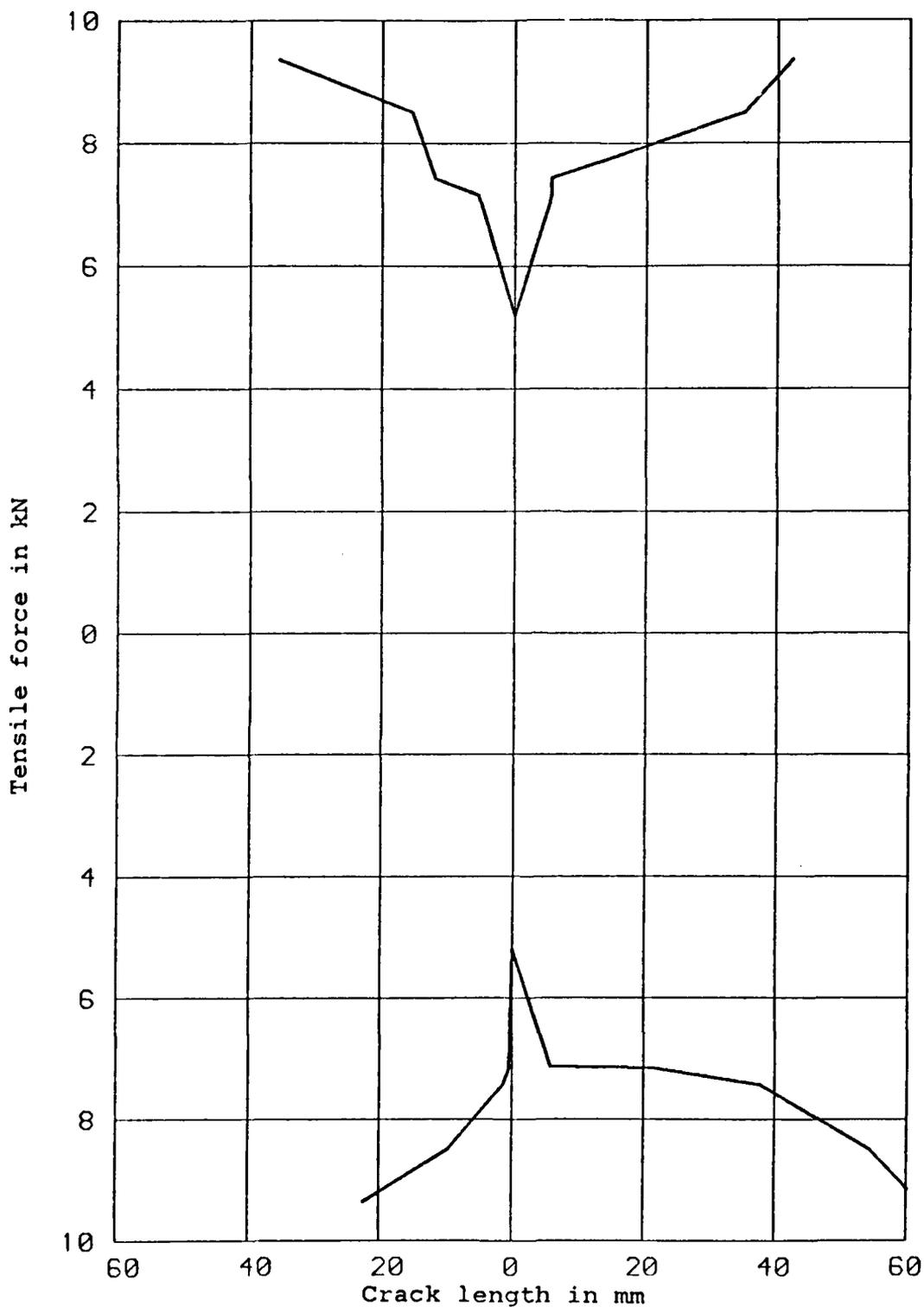


Figure 12 Measured crack length under static load.

Test specimen no. 781/6

Specimen width 50 mm

Material T300/914C

Stacking sequence $[0^\circ]_8$

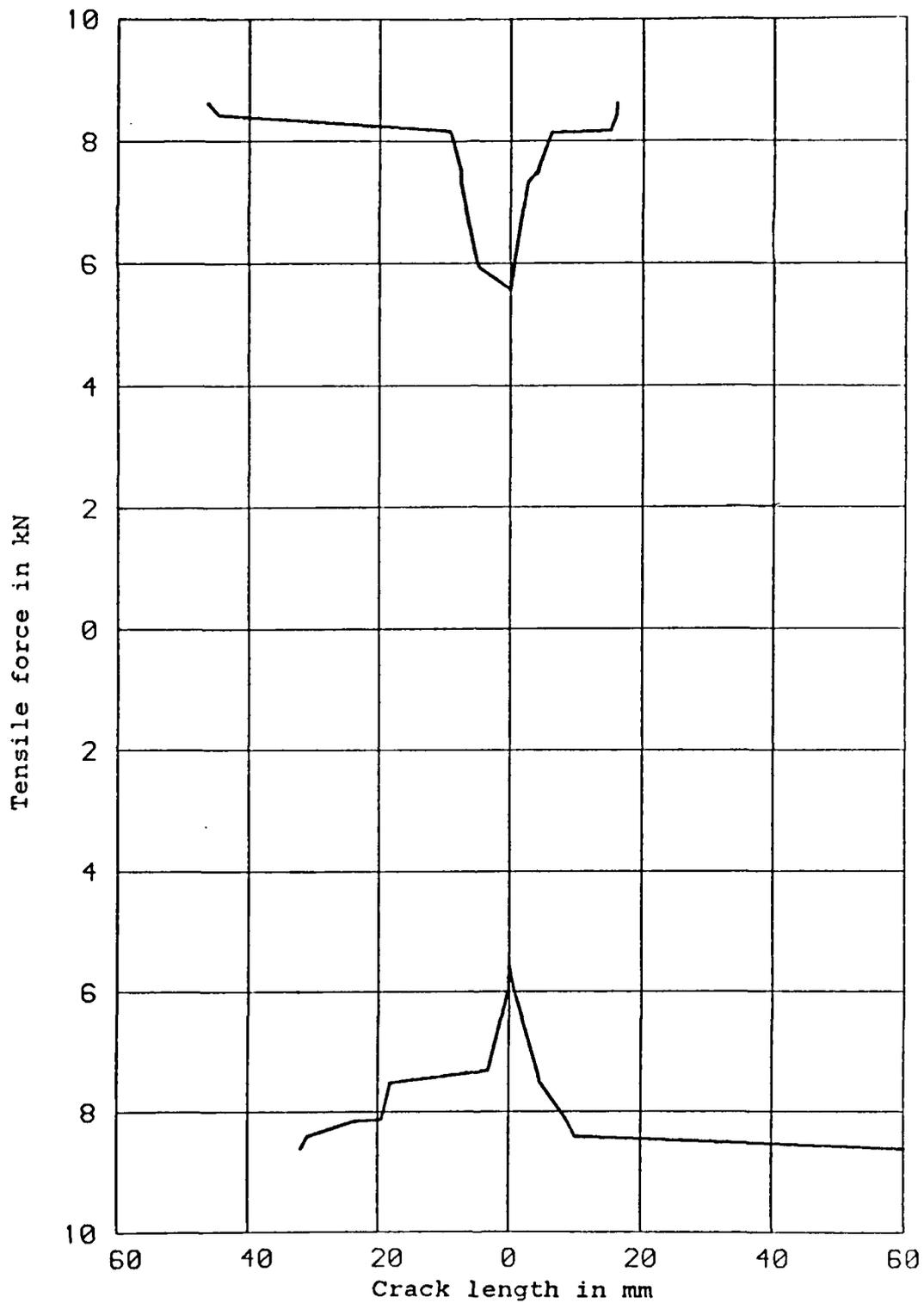


Figure 13 Measured crack length under static load.
 Test specimen no. 781/7
 Specimen width 50 mm
 Material T300/914C
 Stacking sequence $[0^\circ]_8$

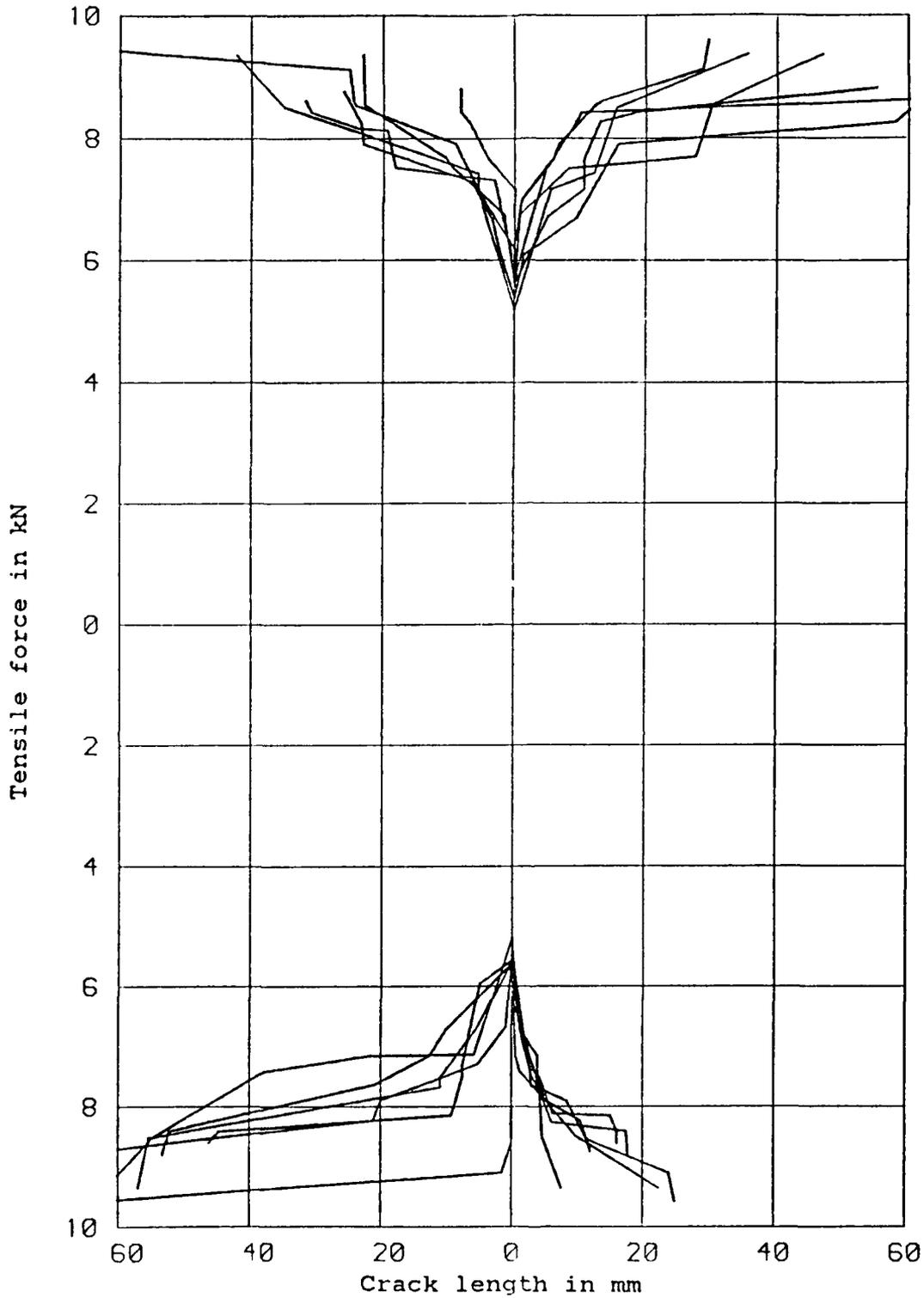


Figure 14 Measured crack length under static load.
Test specimen no. 781/1,2,4-7
Specimen width 50 mm
Material T300/914C
Stacking sequence $[0^\circ]_8$

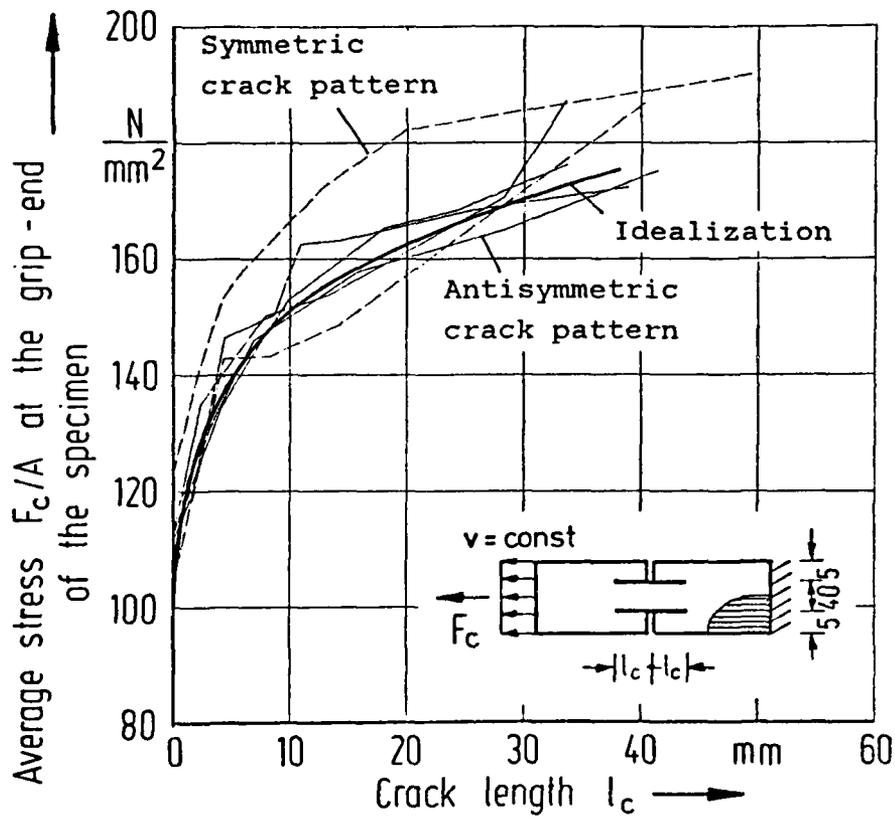


Figure 15 Measured average crack length l_c for symmetric crack pattern.
 Test specimen n. 781/1,2,4-7
 Specimen width 50 mm
 Material T300-914C
 Stacking sequence $[0^\circ]_8$

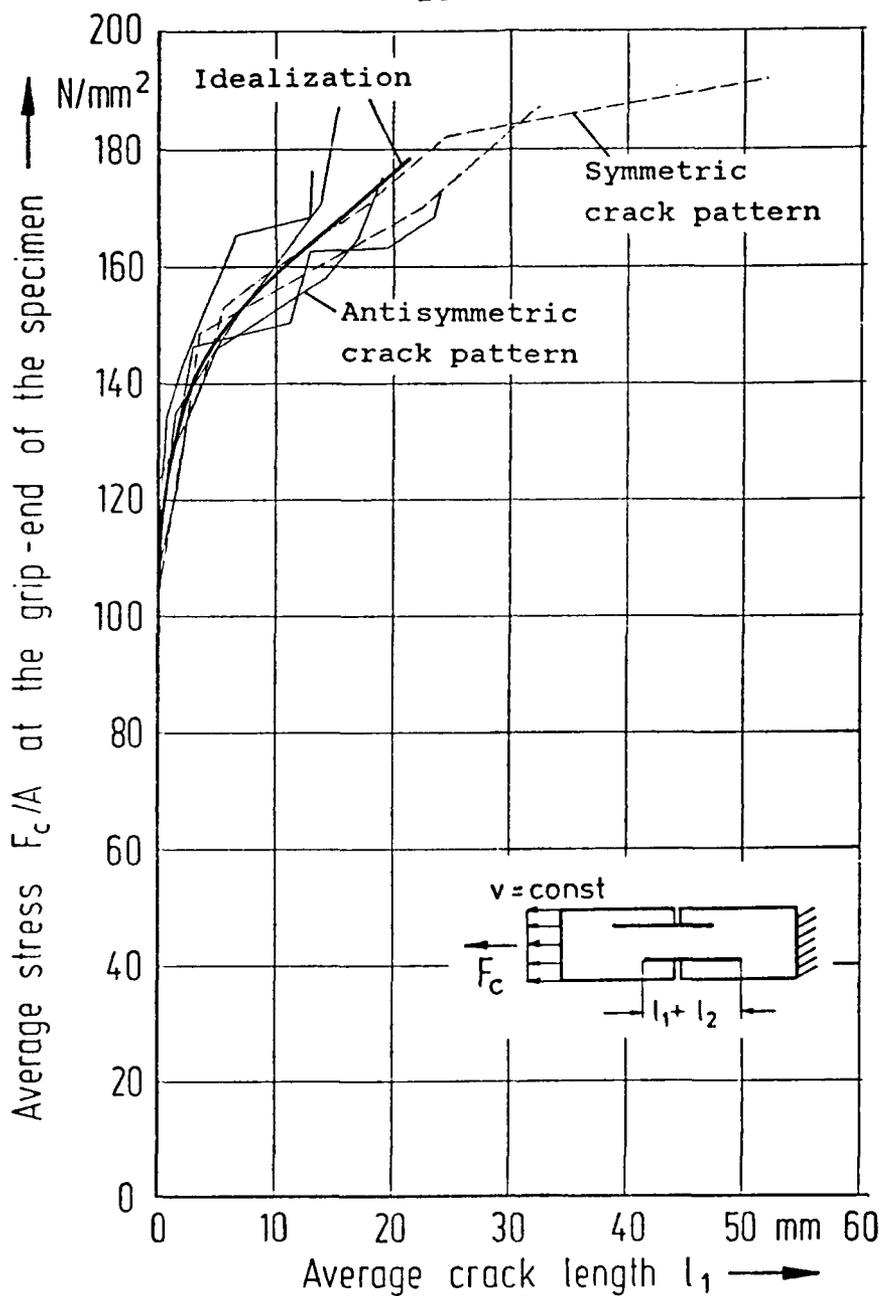


Figure 16 Measured average crack length l_1 for antisymmetric crack pattern.
 Test specimen no. 781/1,2,4-7
 Specimen width 50 mm
 Material T300-914C
 Stacking sequence $[0^\circ]_8$

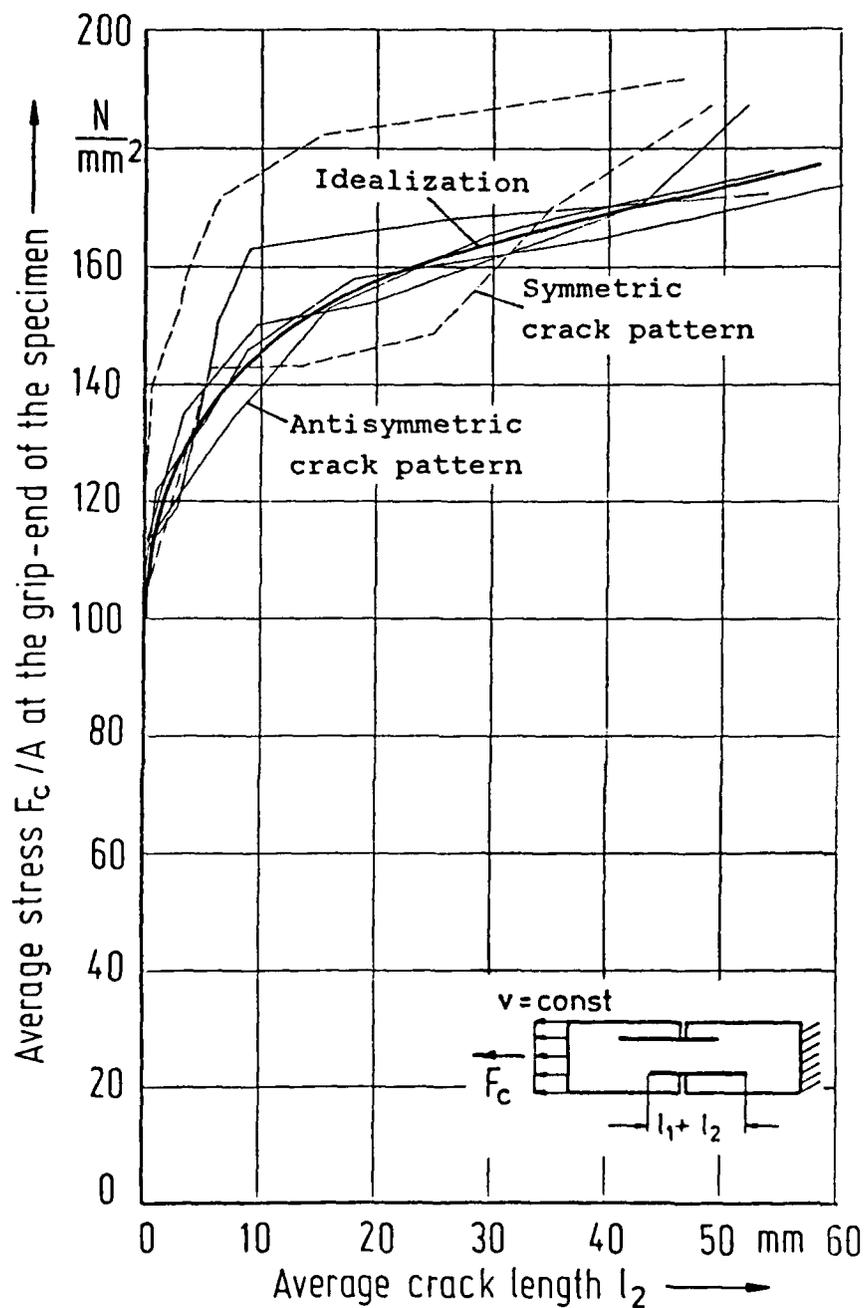


Figure 17 Measured average crack length l_2 for antisymmetric crack pattern.
 Test specimen no. 781/1,2,4-7
 Specimen width 50 mm
 Material T300-914C
 Stacking sequence $[0^\circ]_8$

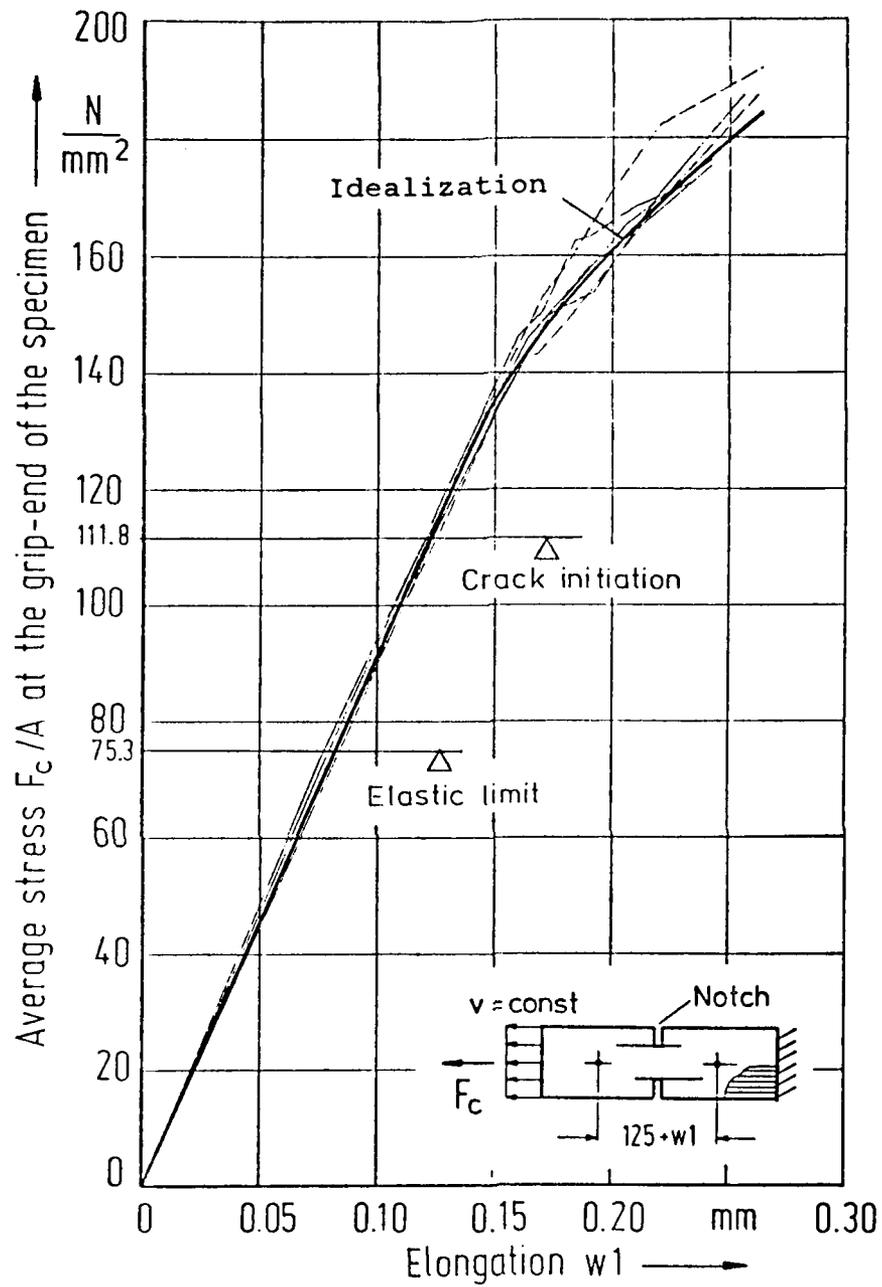


Figure 18 Measured elongation of the specimen.
 Test specimen no. 781/1,2,4-7
 Specimen width 50 mm
 Material T300-914C
 Stacking sequence $[0^\circ]_8$

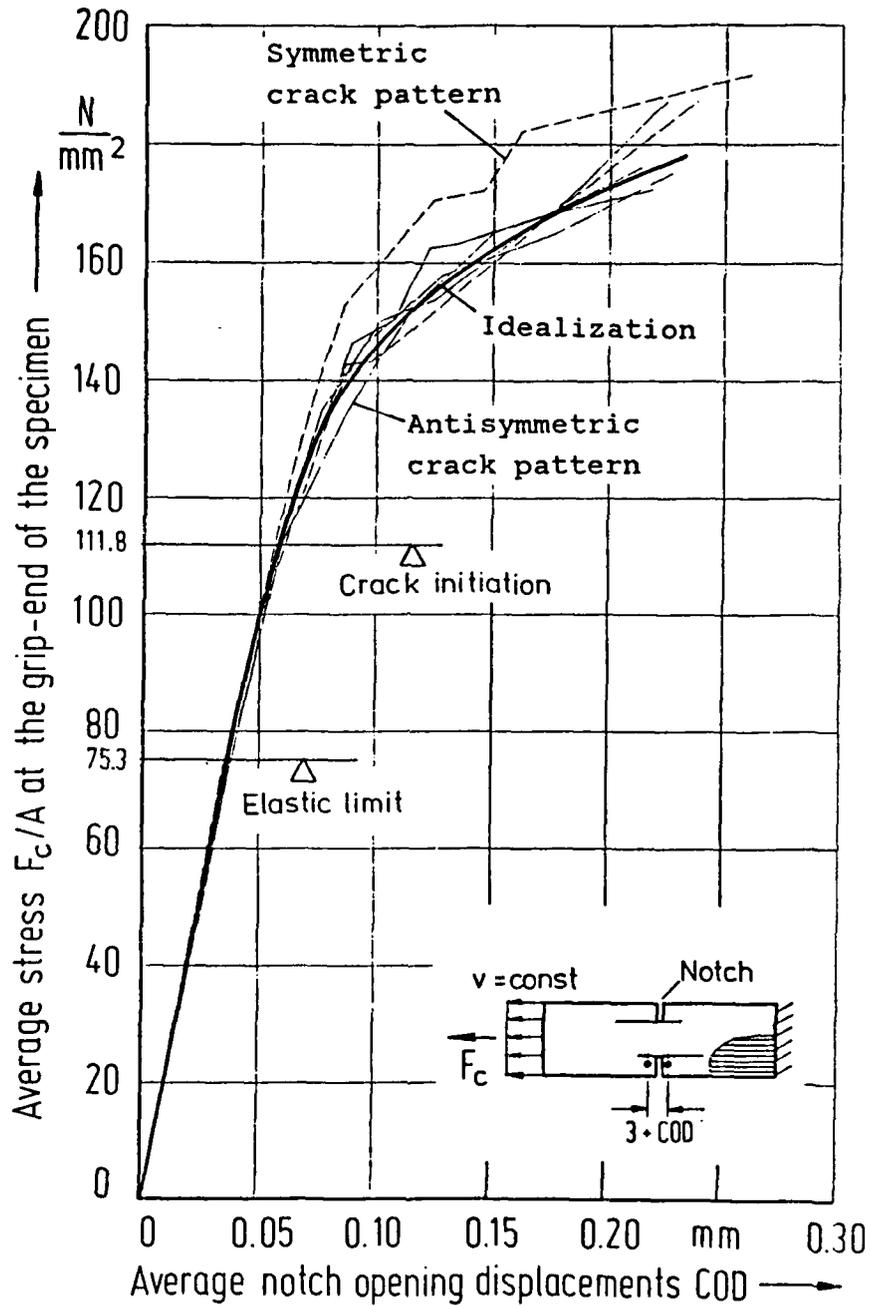


Figure 19 Measured average notch opening displacements.
 Test specimen no. 781/1,2,4-7
 Specimen width 50 mm
 Material T300-914C
 Stacking sequence $[0^\circ]_8$

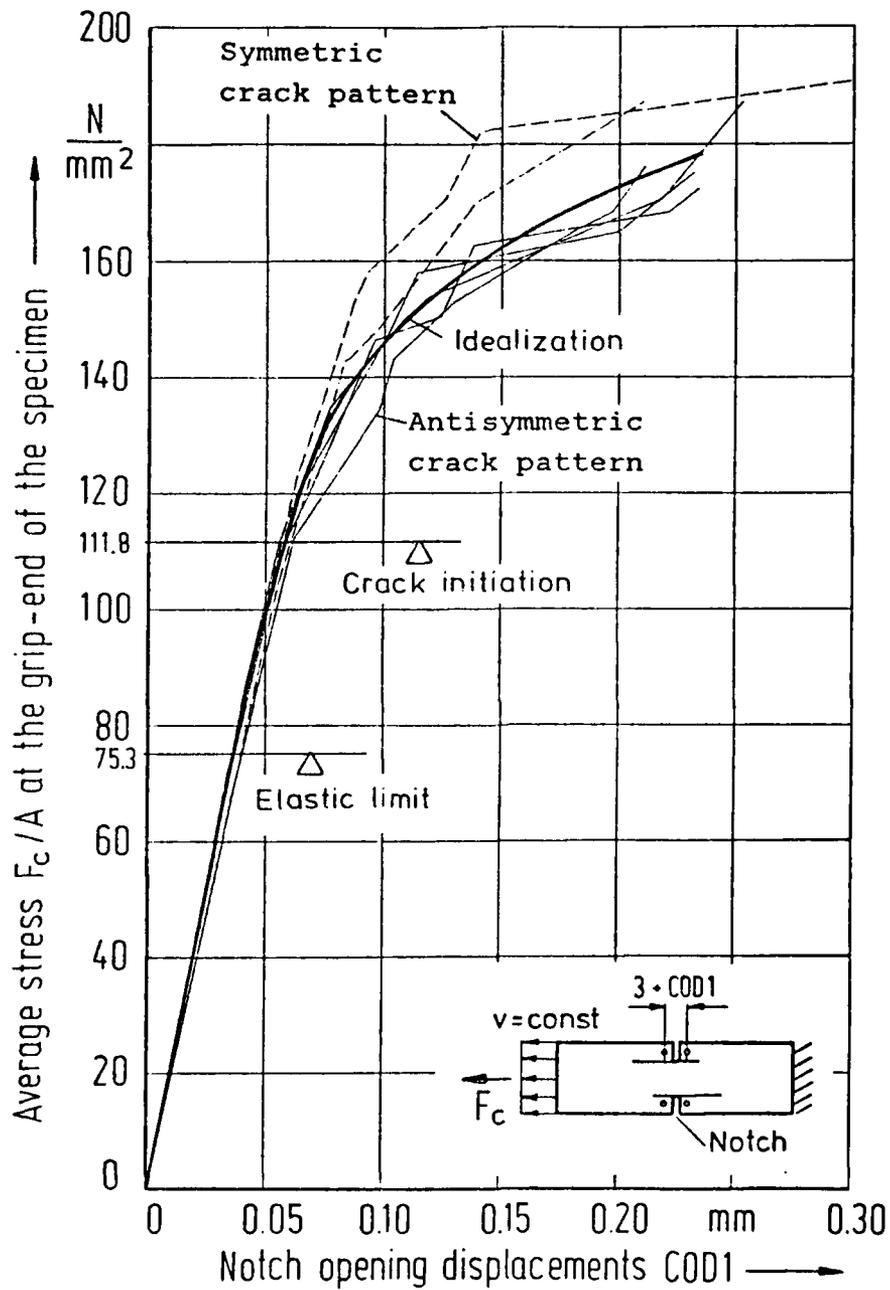


Figure 20 Measured notch opening displacements COD1.
 Test specimen no. 781/1,2,4-7
 Specimen width 50 mm
 Material T300-914C
 Stacking sequence $[0^\circ]_8$

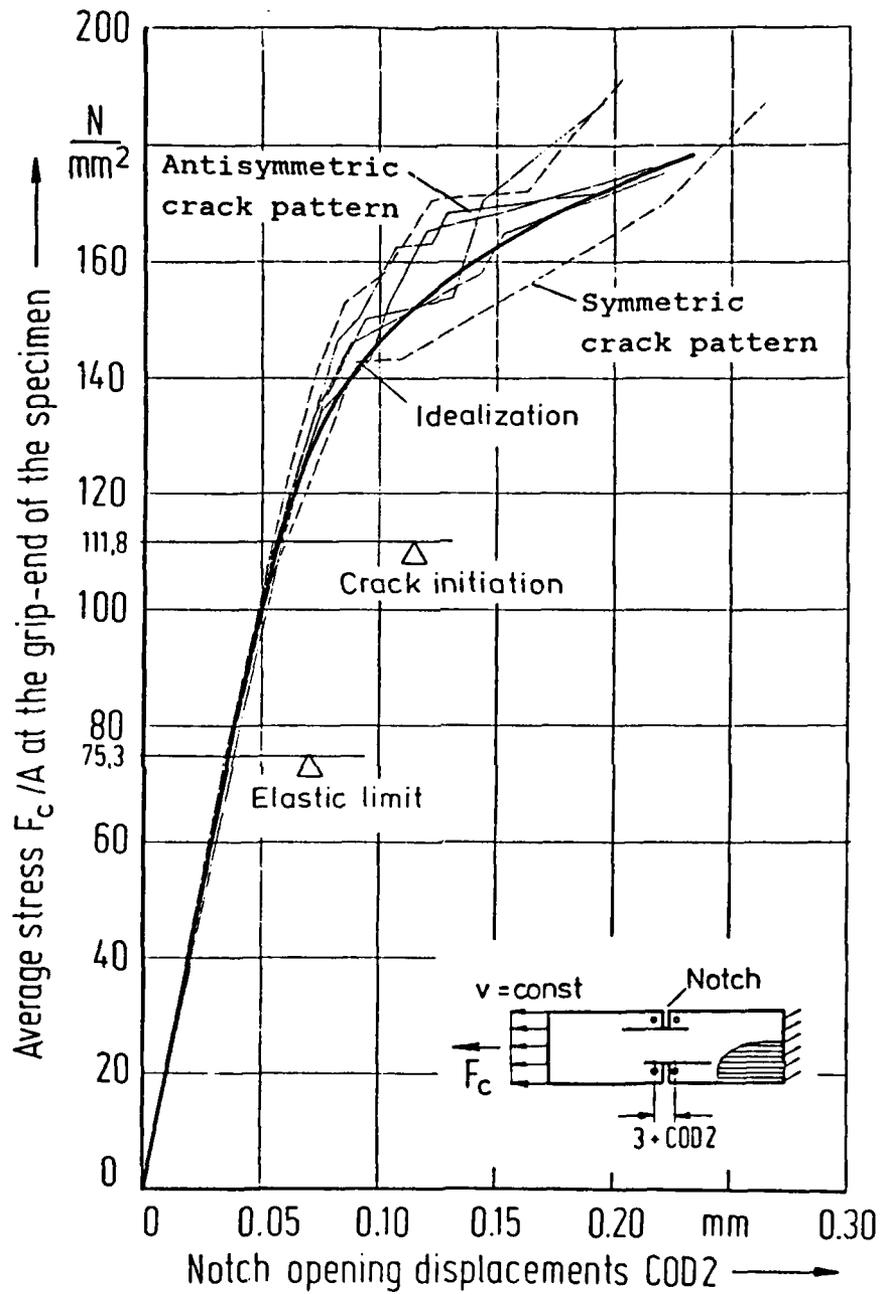


Figure 21 Measured notch opening displacements COD2.
 Test specimen no. 781/1,2,4-7
 Specimen width 50 mm
 Material T300-914C
 Stacking sequence $[0^\circ]_8$

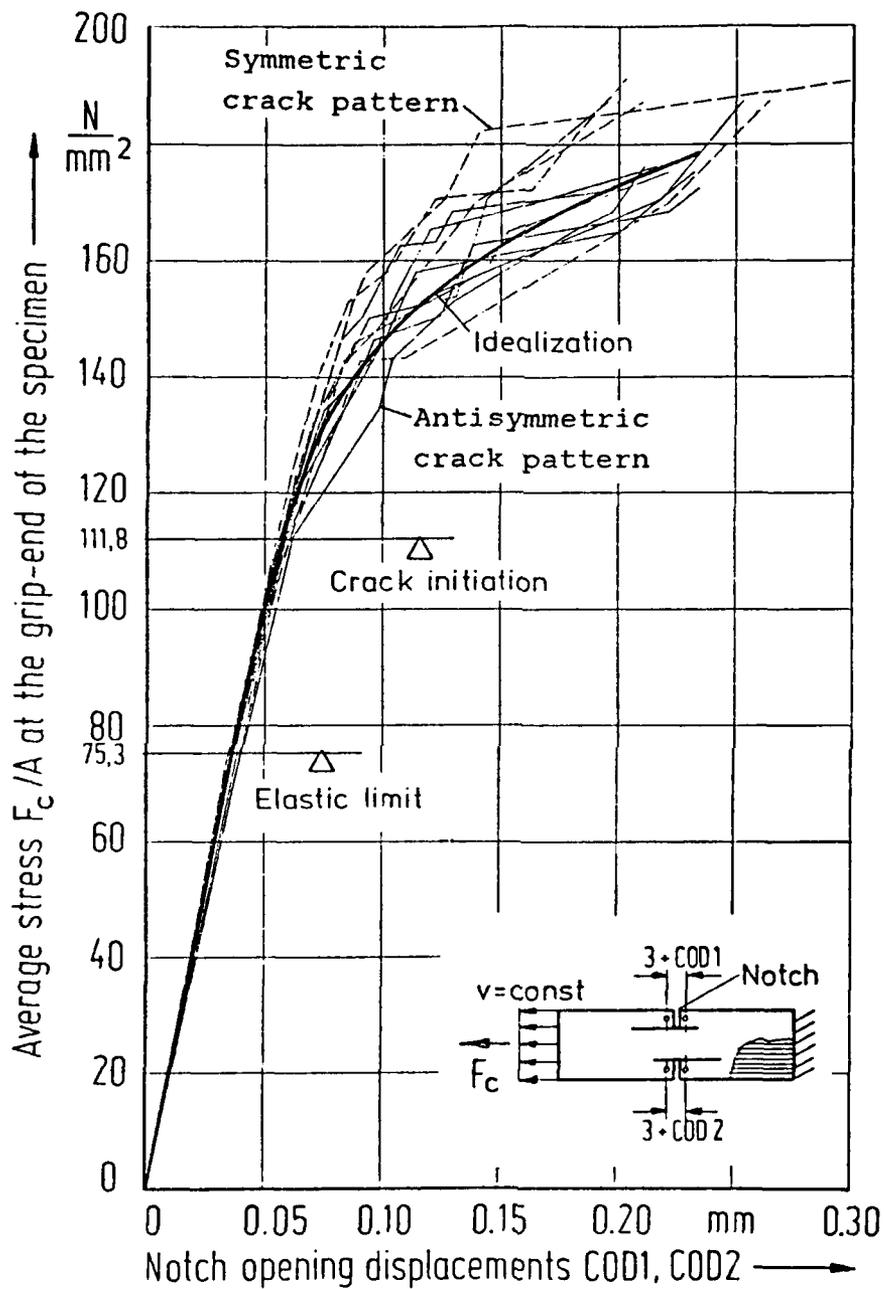


Figure 22 Measured notch opening displacements for both notches.

Test specimen no. 781/1,2,4-7

Specimen width 50 mm

Material T300-914C

Stacking sequence $[0^\circ]_8$

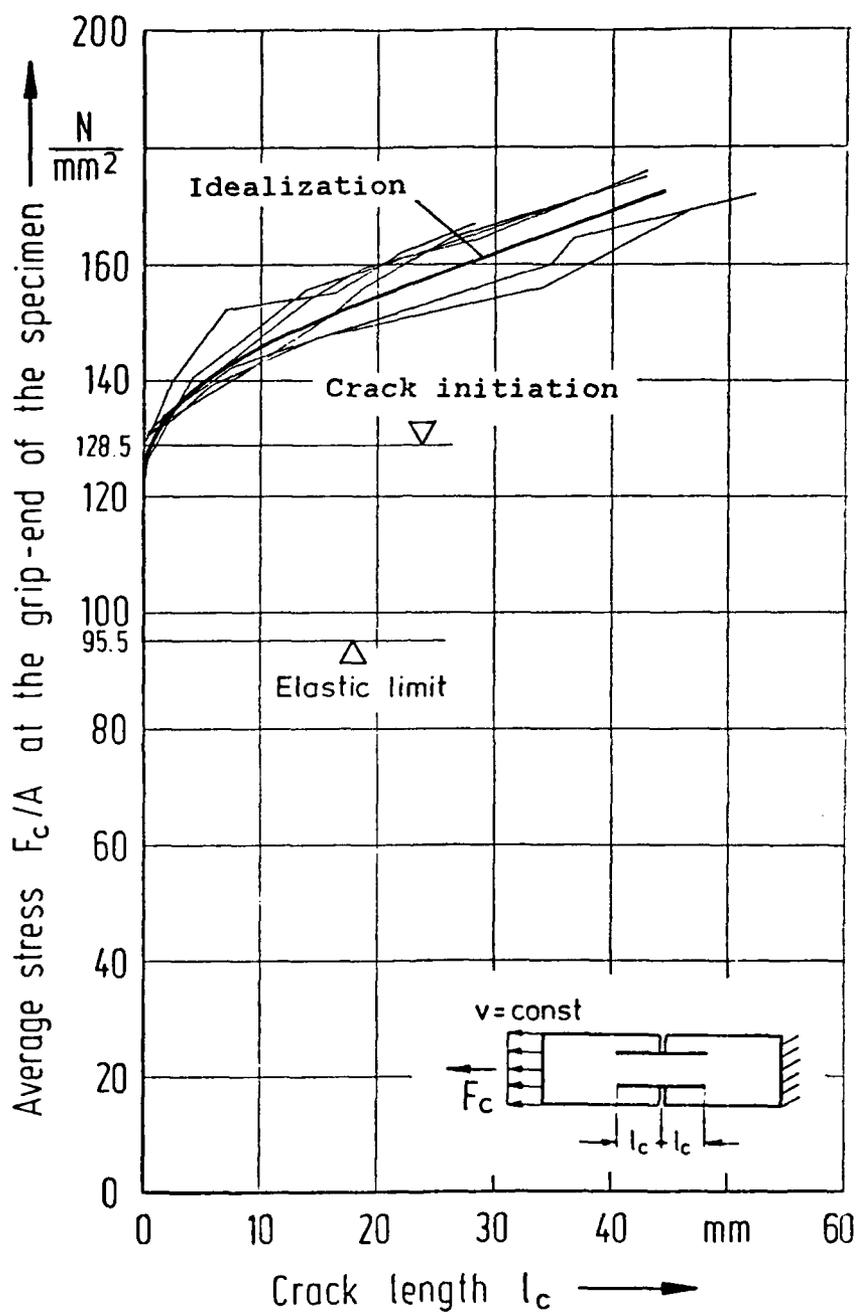


Figure 23 Measured average crack length l_c
for symmetric crack pattern.
Test specimen no. 778/2-7
Specimen width 50 mm
Material T300-914C
Stacking sequence $[0^\circ]_{16}$

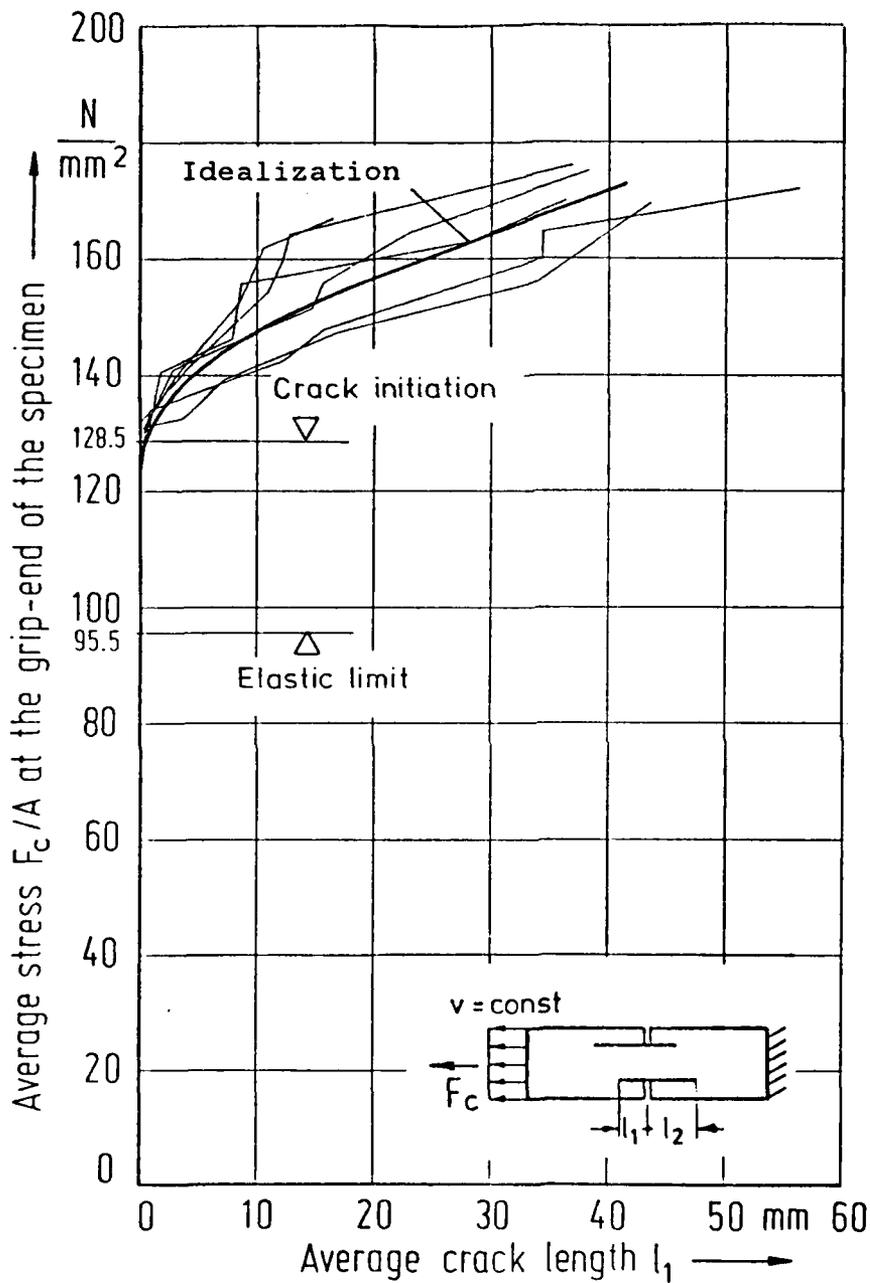


Figure 24 Measured average crack length l_1 for antisymmetric crack pattern.
 Test specimen no. 778/2-7
 Specimen width 50 mm
 Material T300-914C
 Stacking sequence $[0^\circ]_{16}$

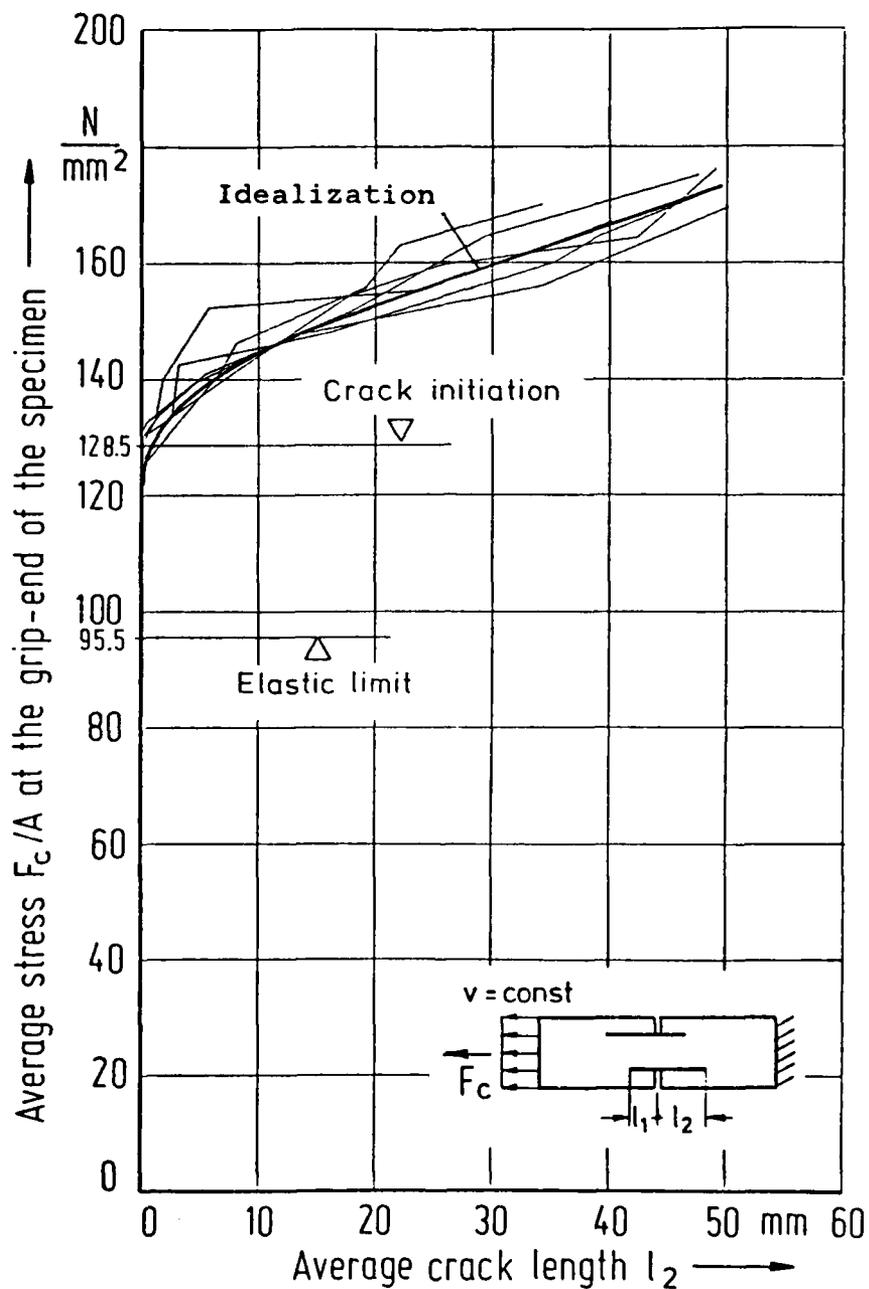


Figure 25 Measured average crack length l_2 for antisymmetric crack pattern.
 Test specimen no. 778/2-7
 Specimen width 50 mm
 Material T300-914C
 Stacking sequence $\{0^\circ\}_{16}$

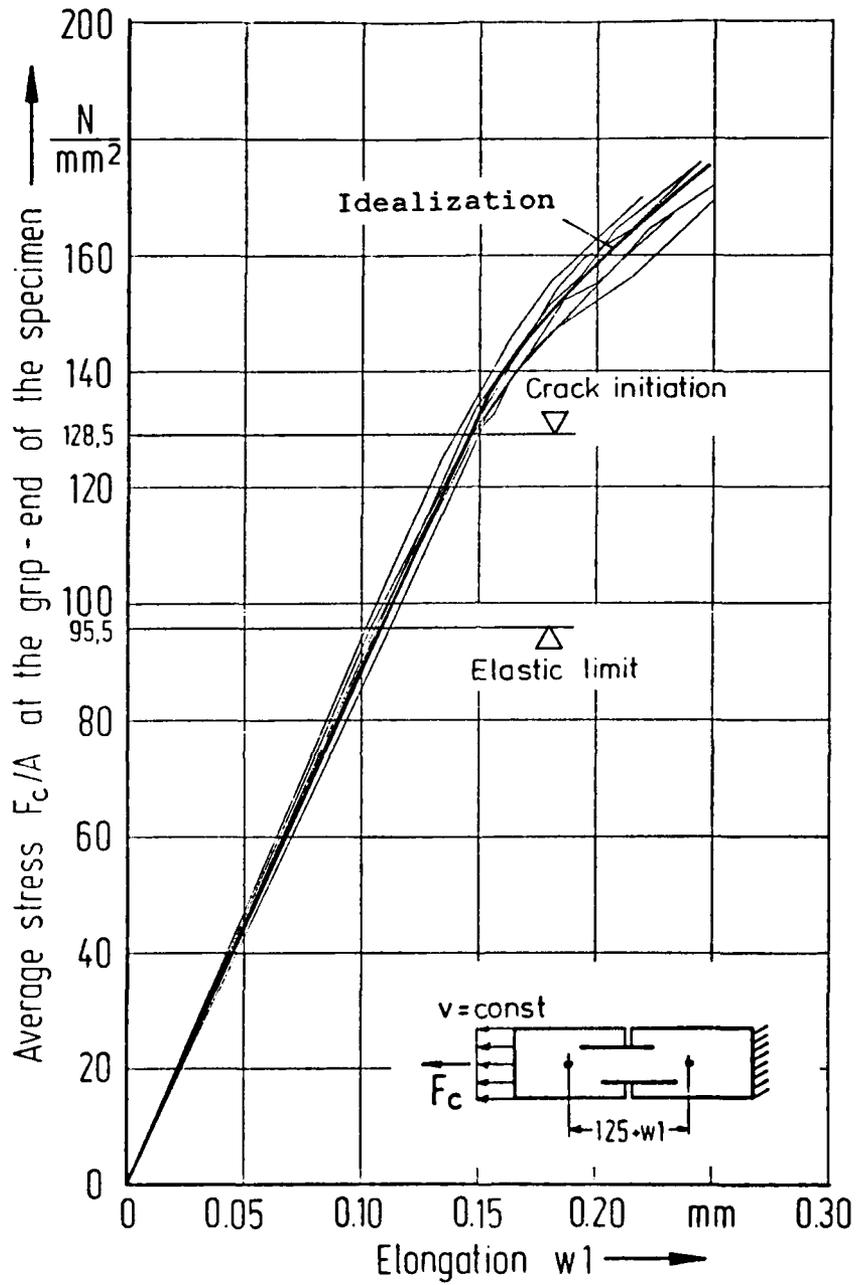


Figure 26 Measured elongation of the specimen.
 Test specimen no. 778/2-7
 Specimen width 50 mm
 Material T300-914C
 Stacking sequence $[0^\circ]_{16}$

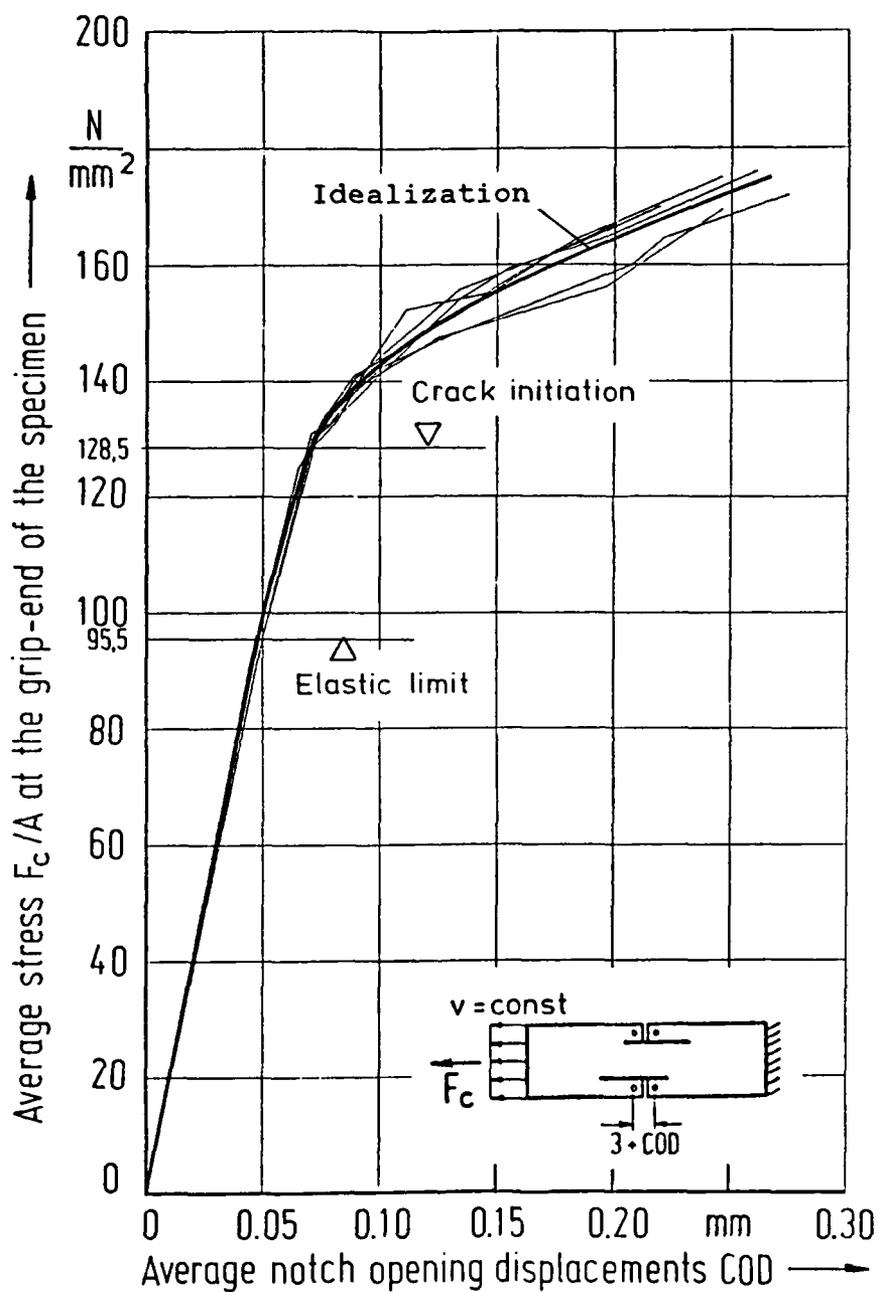


Figure 27 Measured average notch opening displacements.
 Test specimen no. 778/2-7
 Specimen width 50 mm
 Material T300-914C
 Stacking sequence $[0^\circ]_{16}$

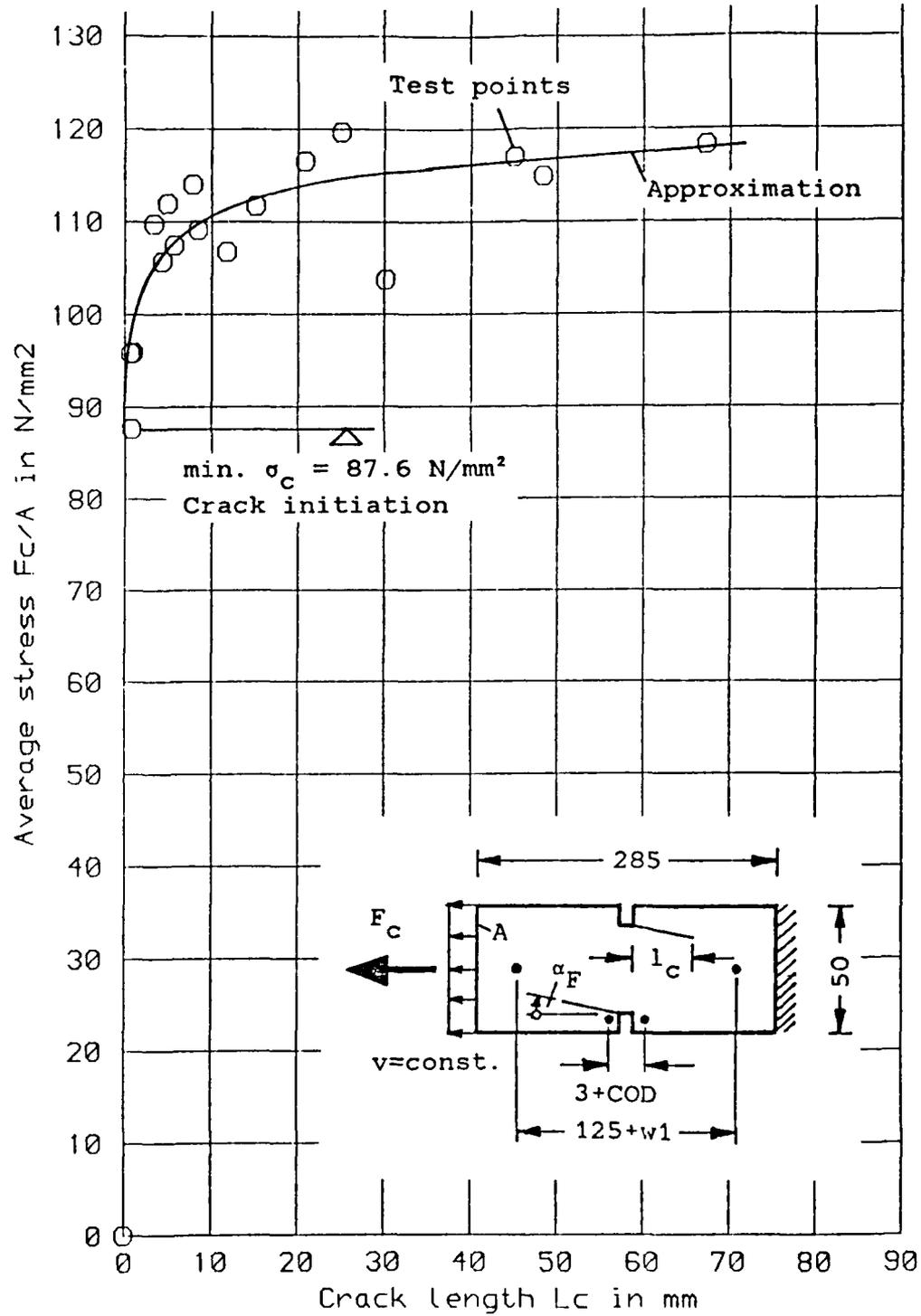


Figure 28 Measured average crack length l_c for antisymmetric crack pattern.
 Test specimen no. 891/1-4
 Specimen width 50 mm
 Material T300-914C
 Stacking sequence $[5^\circ]_8$

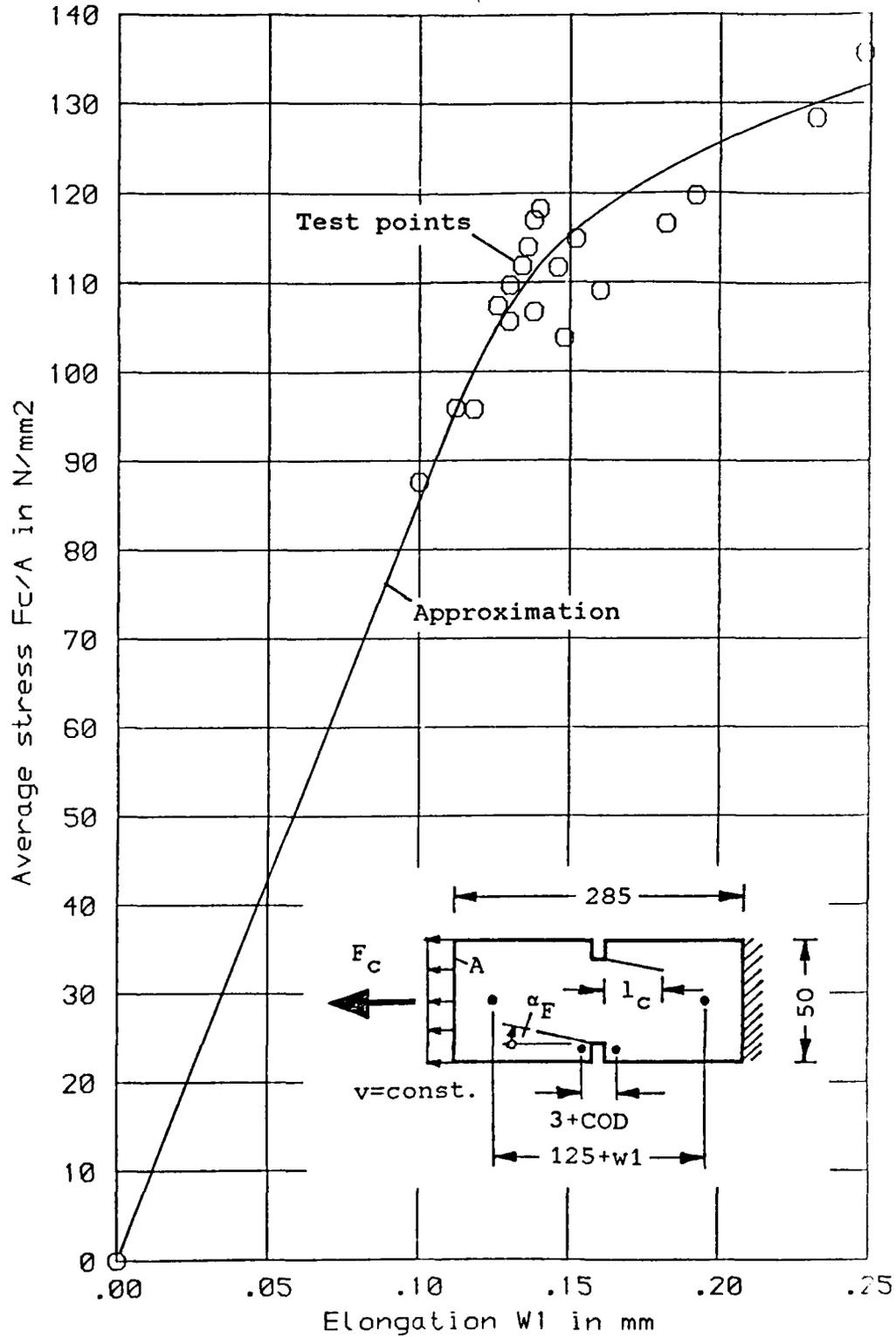


Figure 29 Measured elongation of the specimen.
 Test specimen no. 891/1-4
 Specimen width 50 mm
 Material T300-914C
 Stacking sequence $[5^\circ]_8$

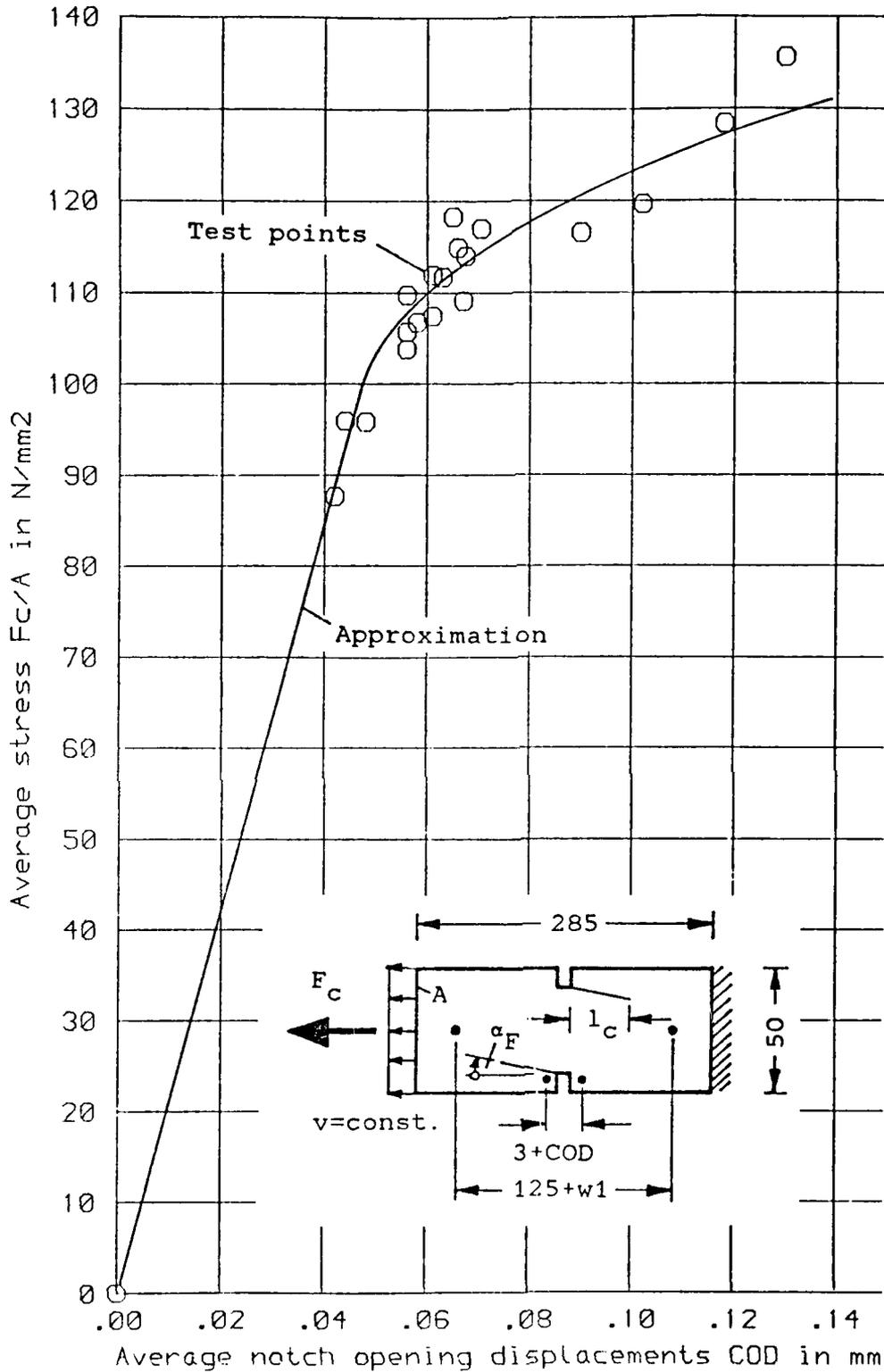


Figure 30 Measured average notch opening displacements.
 Test specimen no. 891/1-4
 Specimen width 50 mm
 Material T300-914C
 Stacking sequence $[5^\circ]_8$

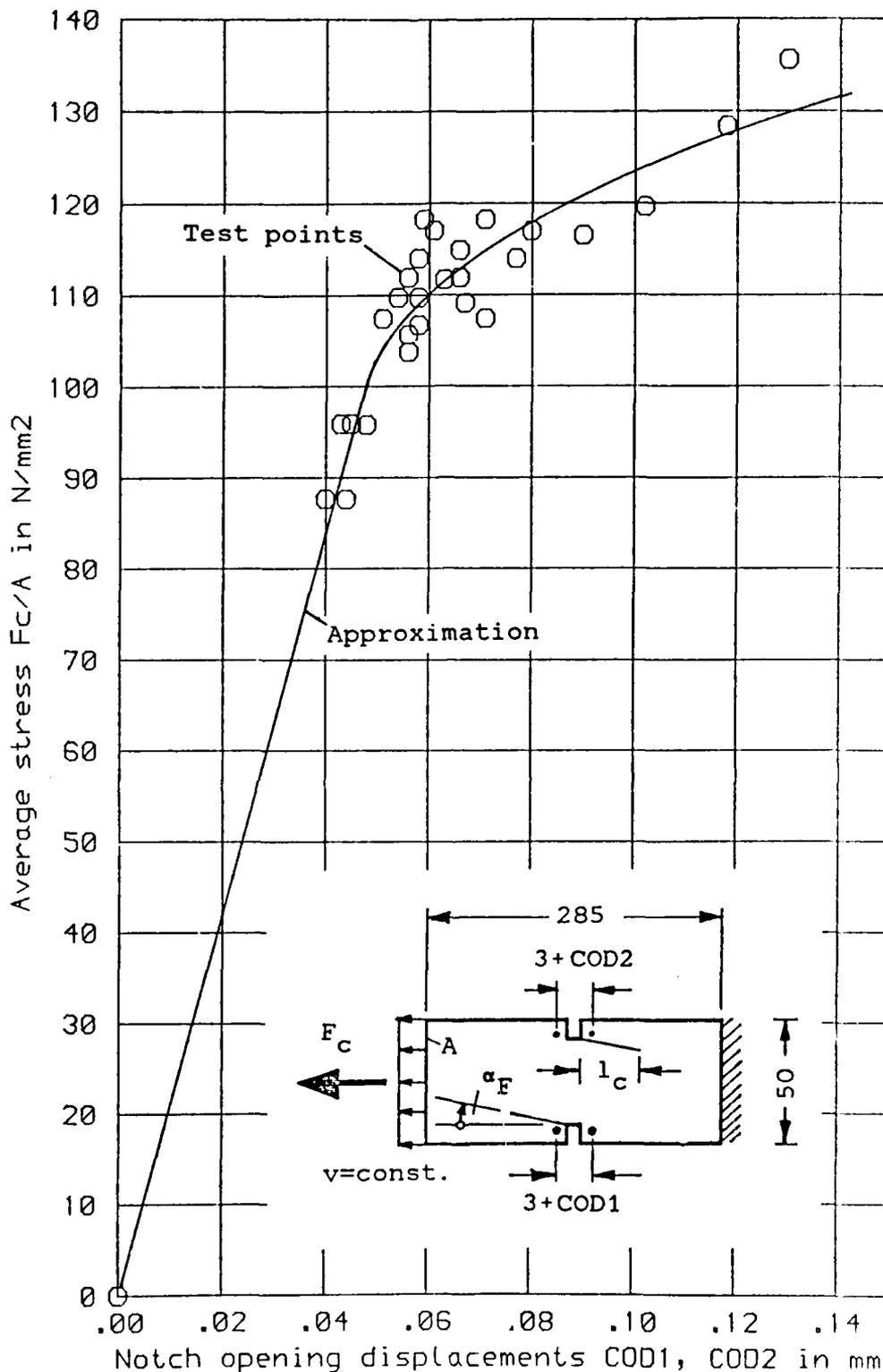


Figure 31 Measured notch opening displacements for both notches.

Test specimen no. 891/1-4

Specimen width 50 mm

Material T300-914C

Stacking sequence $[5^\circ]_8$

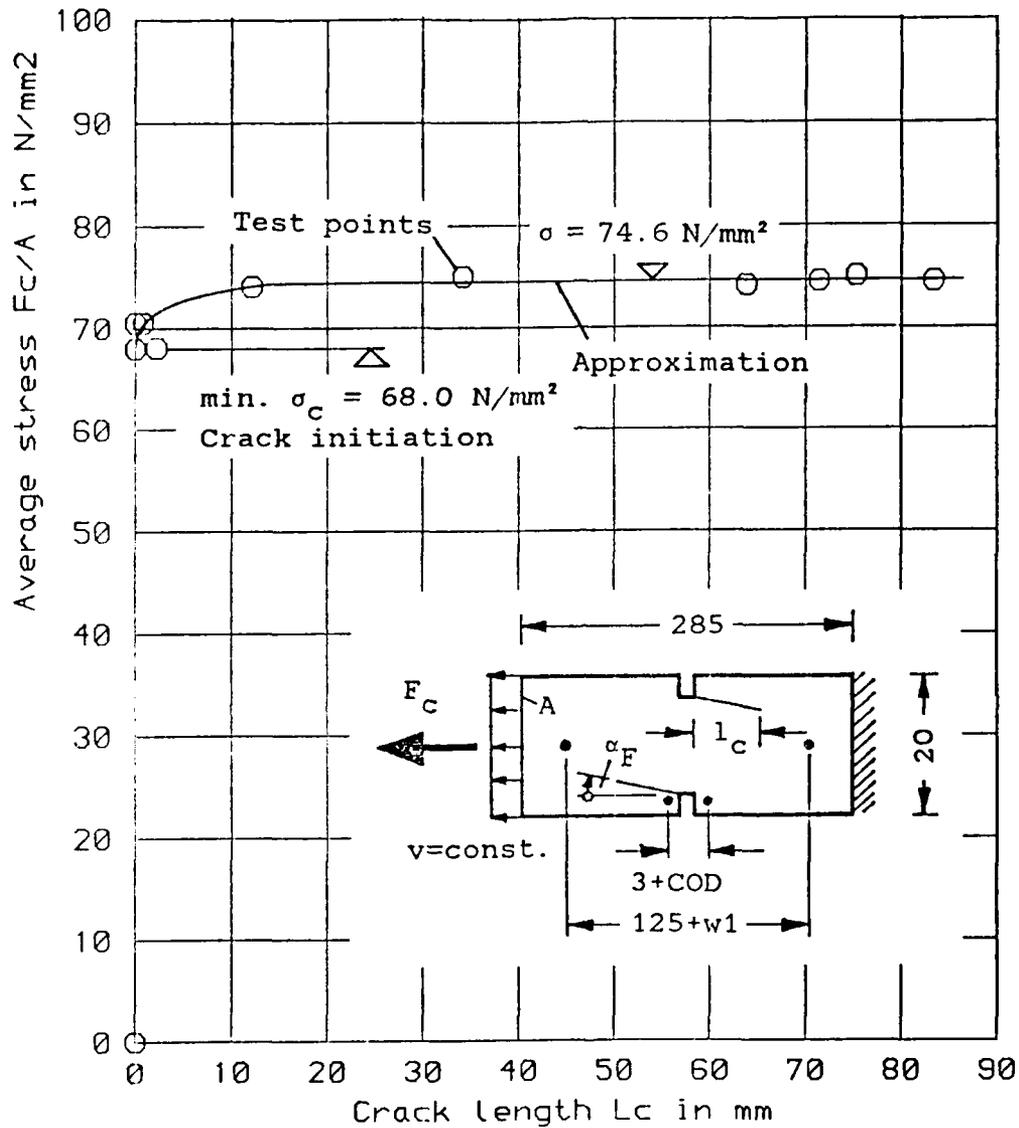


Figure 32 Measured average crack length l_c
for antisymmetric crack pattern.
Test specimen no. 891/1-4
Specimen width 20 mm
Material T300-914C
Stacking sequence $[5^\circ]_8$

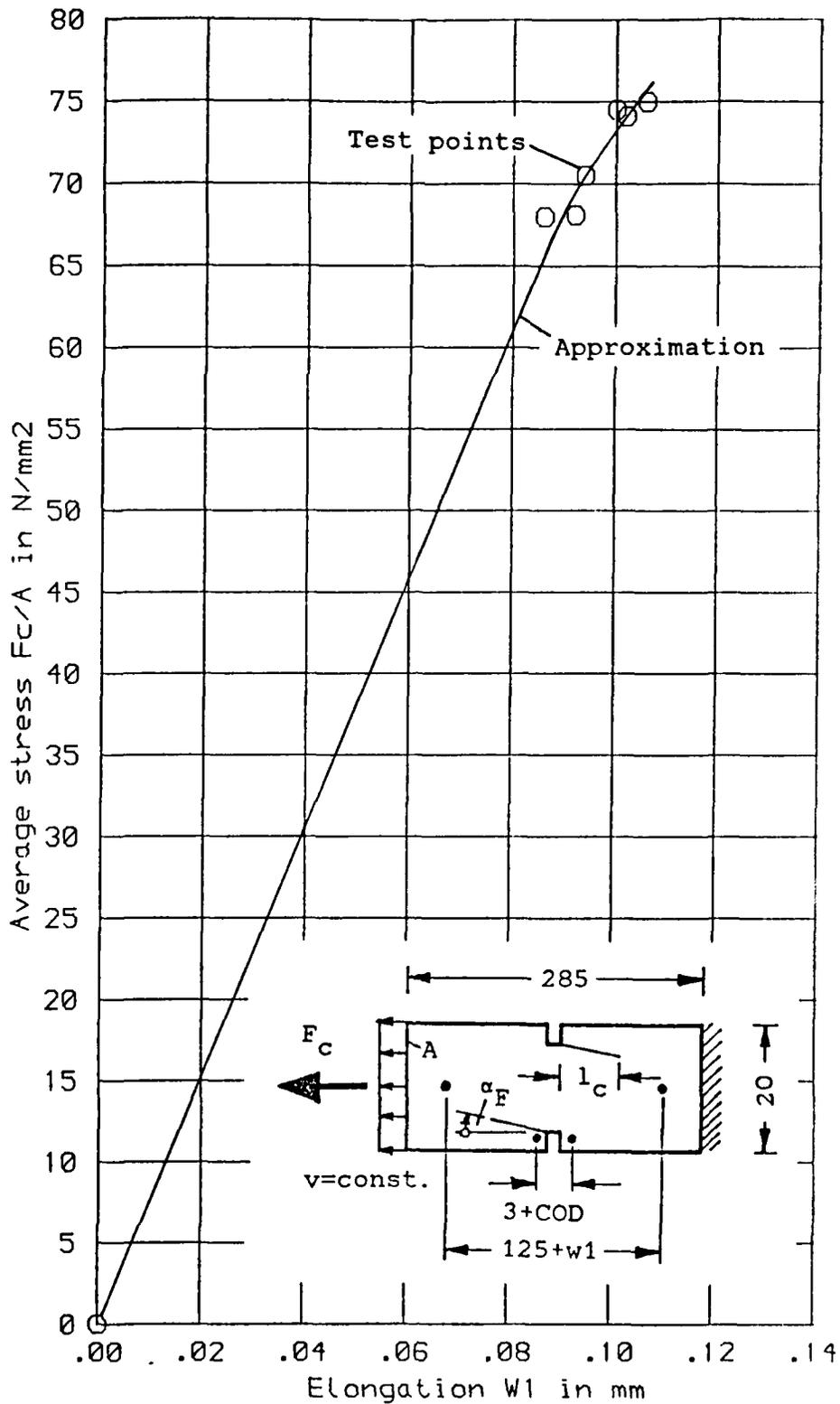


Figure 33 Measured elongation of the specimen.
 Test specimen no. 891/1-4
 Specimen width 20 mm
 Material T300-914C
 Stacking sequence $[5^\circ]_8$

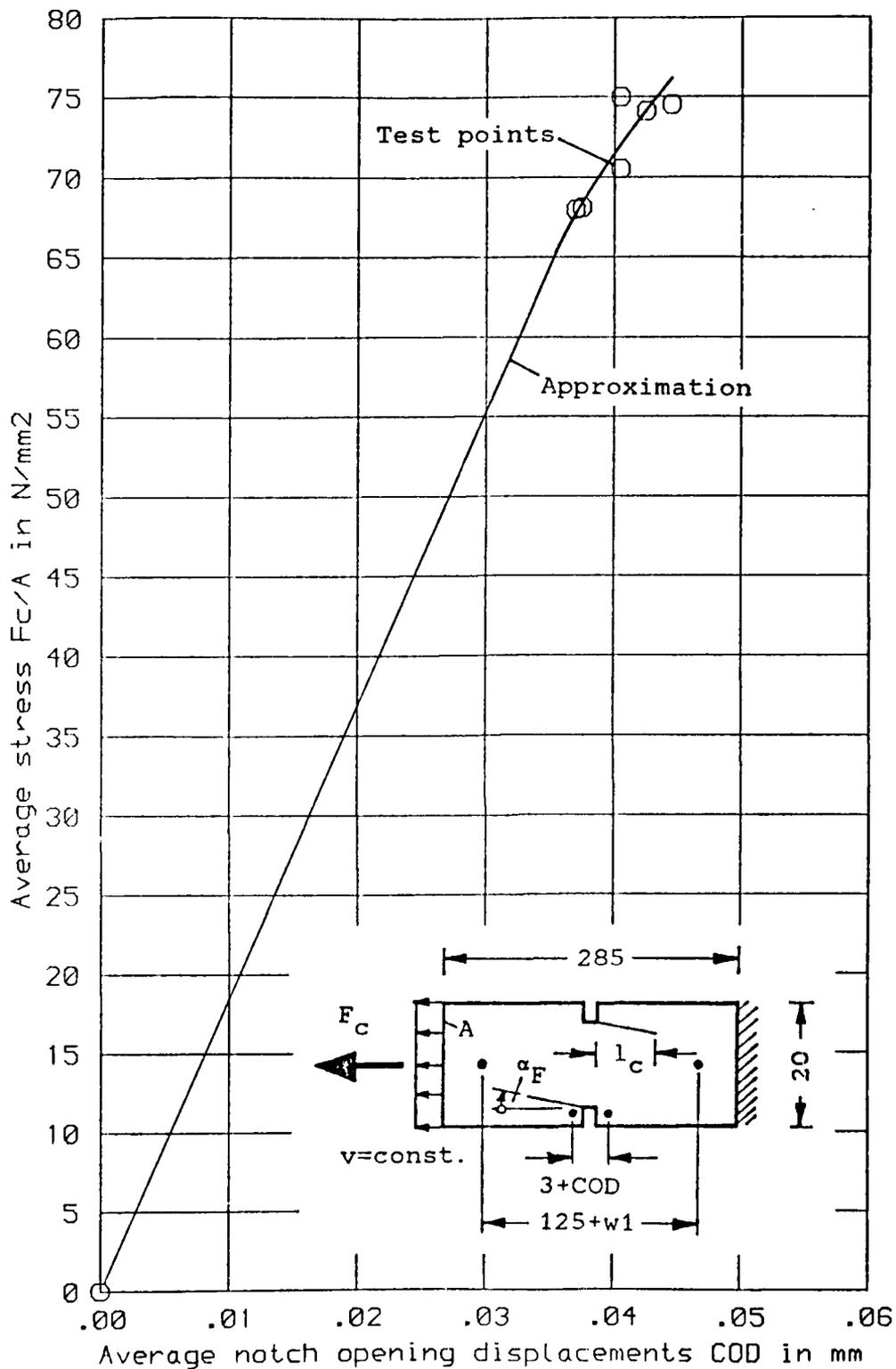


Figure 34 Measured average notch opening displacements.
 Test specimen no. 891/1-4
 Specimen width 20 mm
 Material T300-914C
 Stacking sequence $[5^\circ]_8$

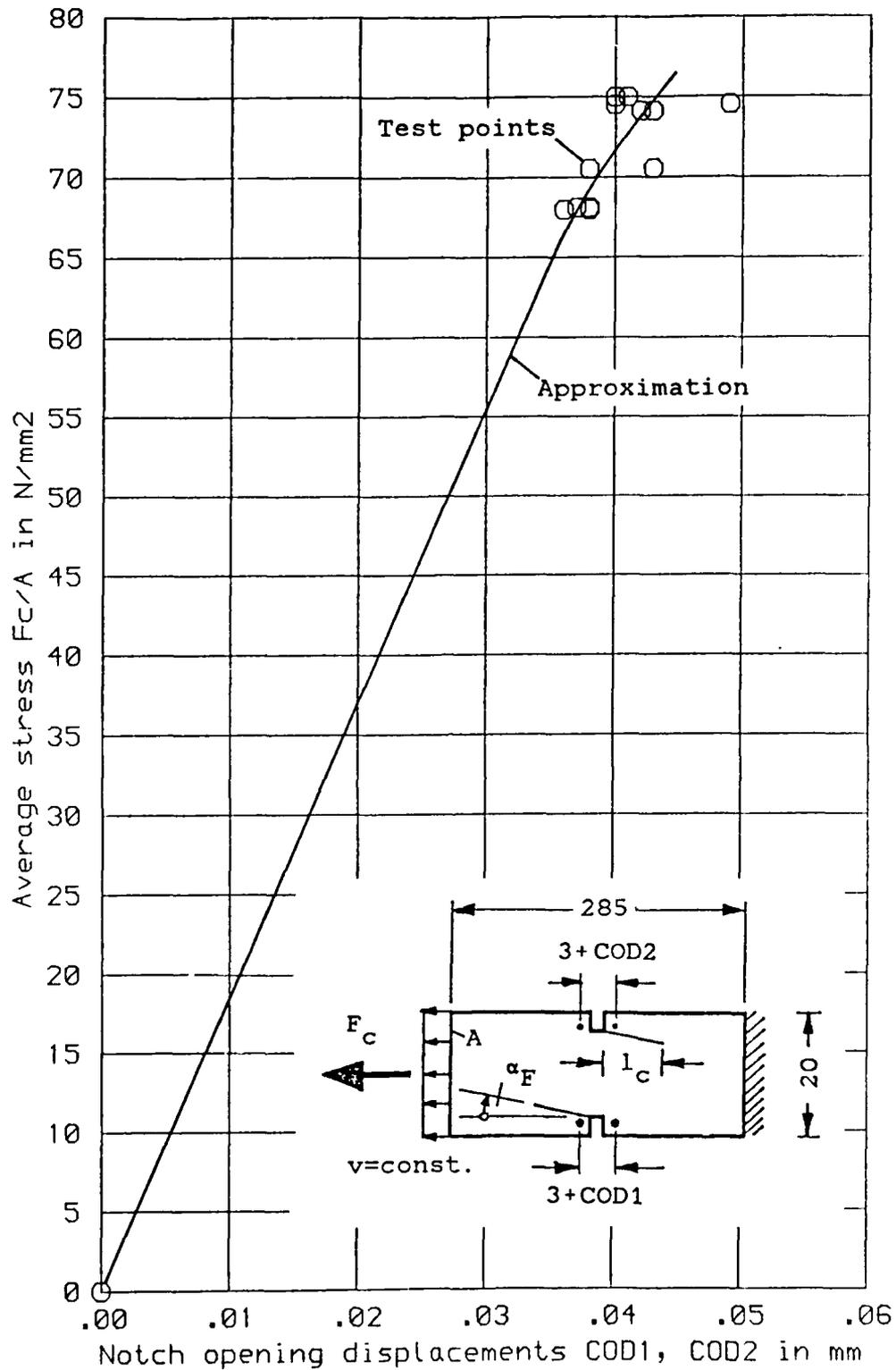


Figure 35 Measured notch opening displacements for both notches.

Test specimen no. 891/1-4

Specimen width 20 mm

Material T300-914C

Stacking sequence $[5^\circ]_8$

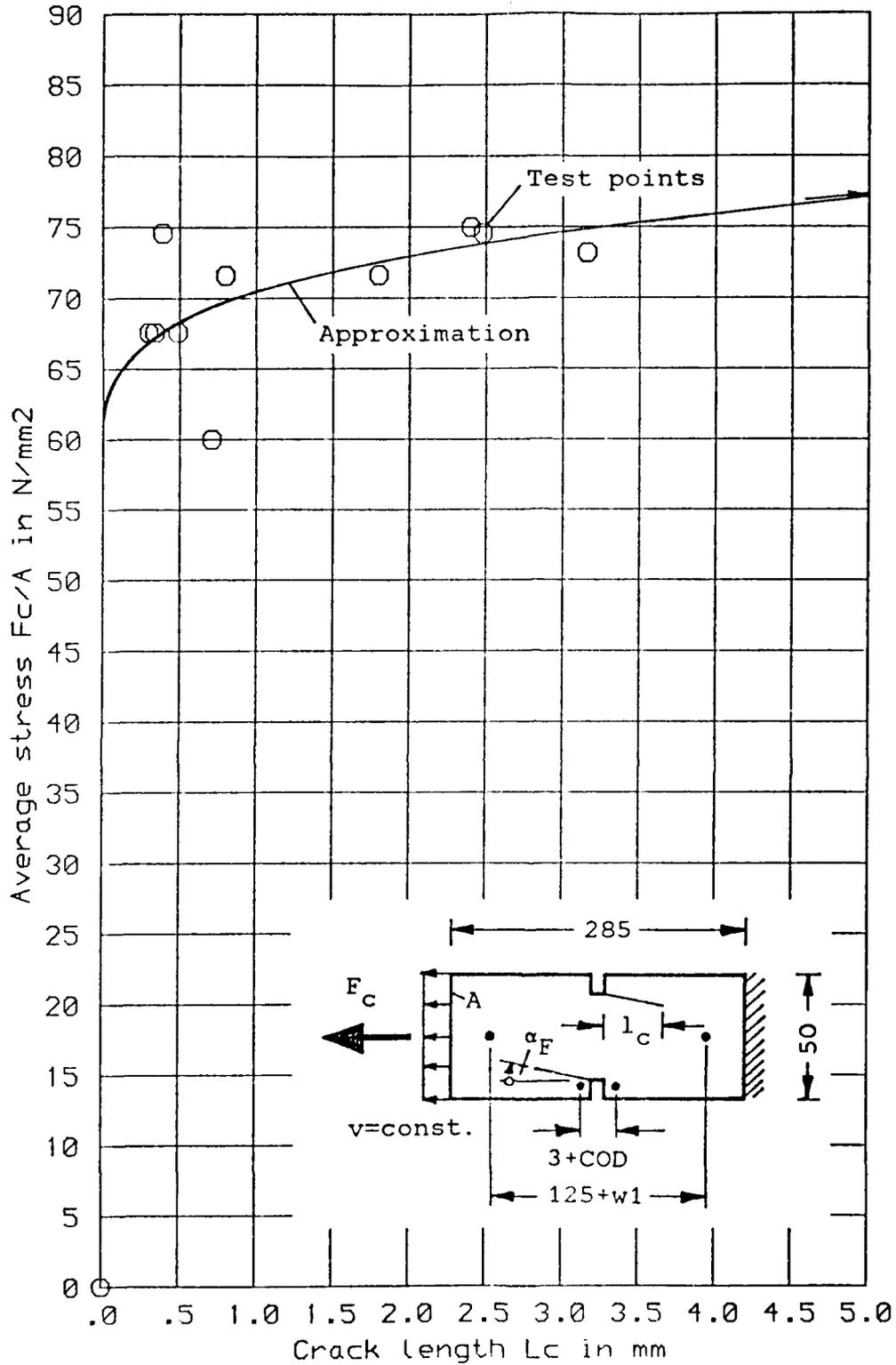


Figure 36 Measured average crack length l_c
for antisymmetric crack pattern.
Test specimen no. 890/1-4
Specimen width 50 mm
Material T300-914C
Stacking sequence $[10^\circ]_8$

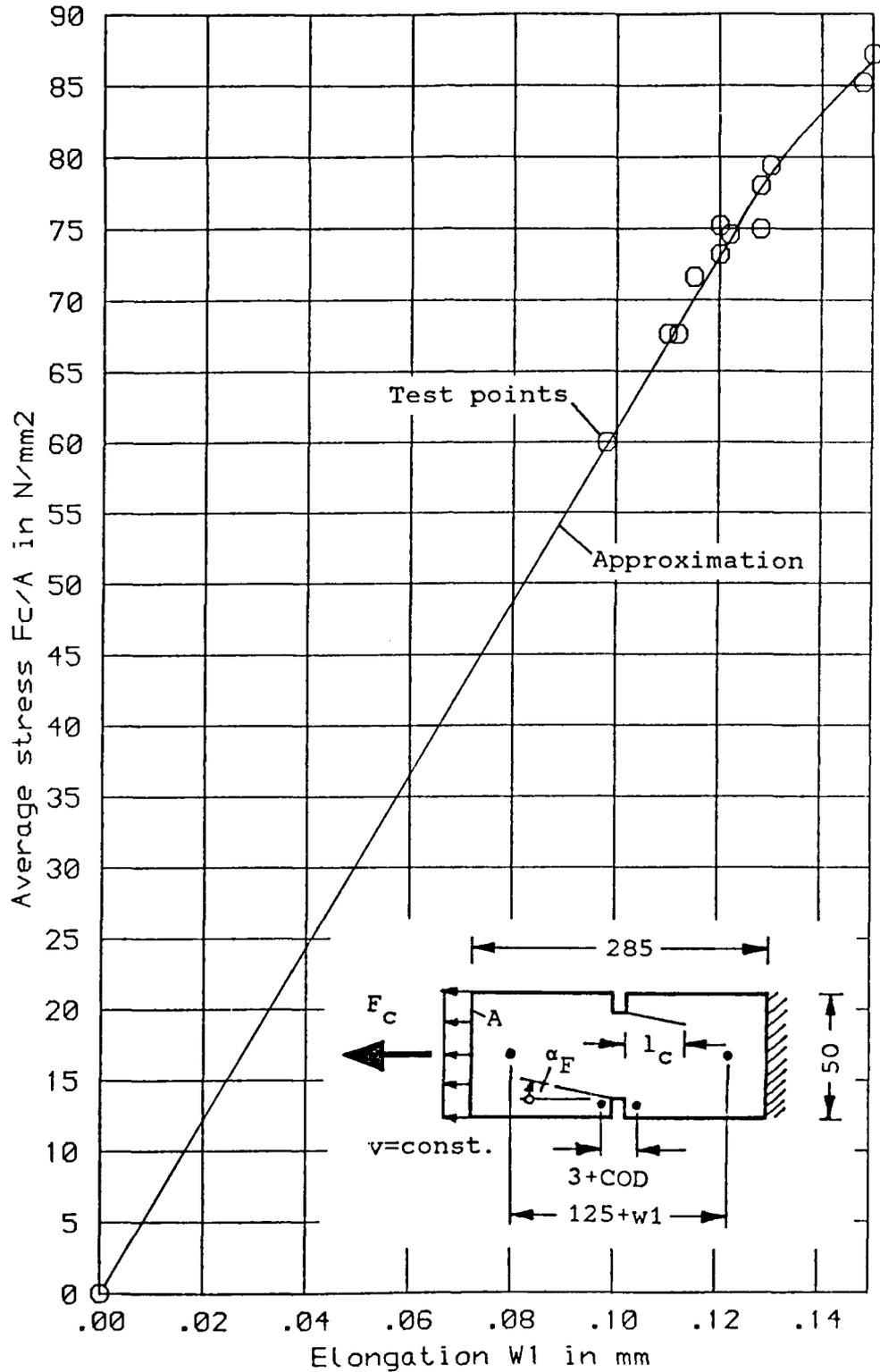


Figure 37 Measured elongation of the specimen.
 Test specimen no. 890/1-4
 Specimen width 50 mm
 Material T300-914C
 Stacking sequence $[10^\circ]_8$

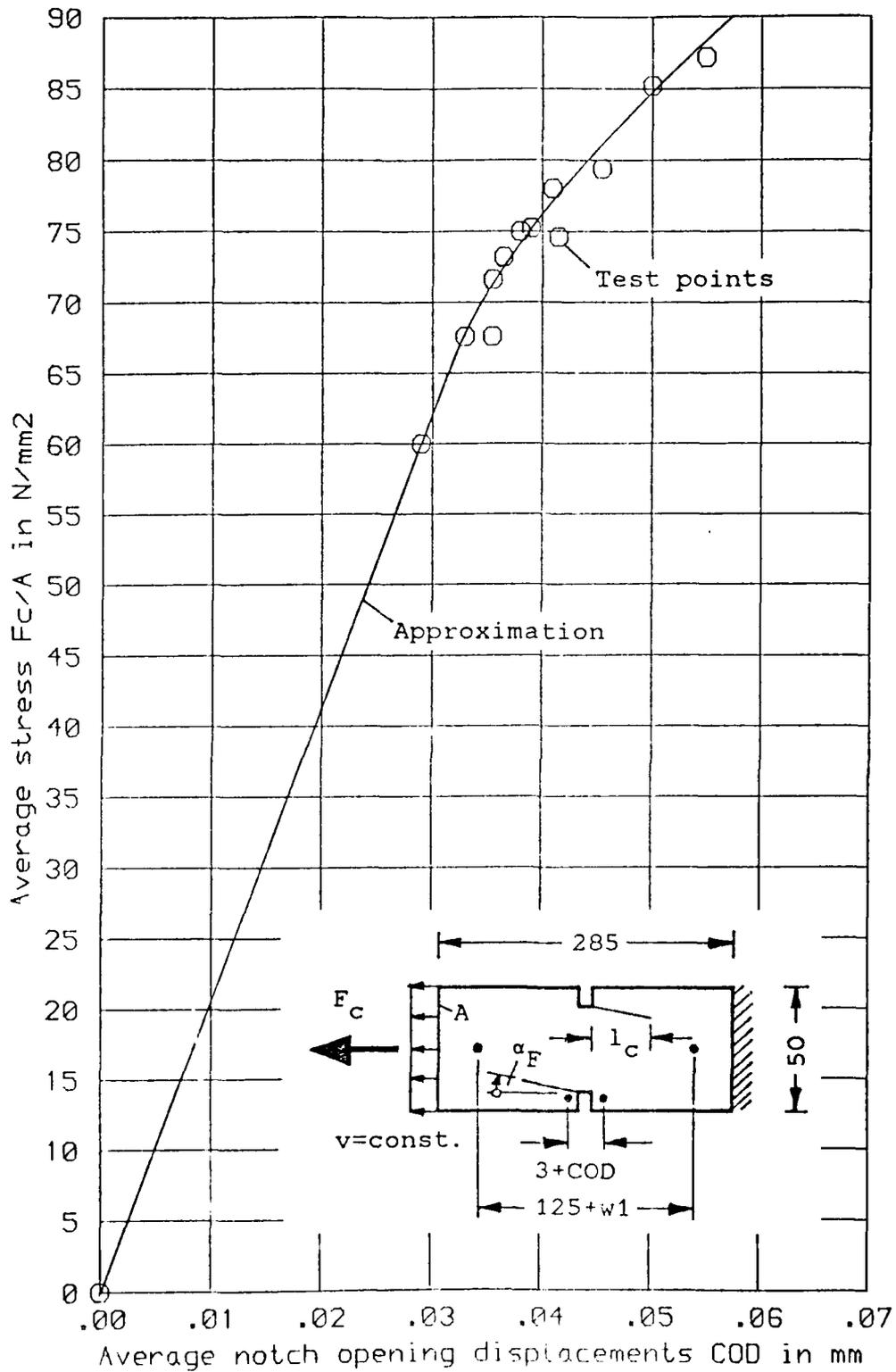


Figure 38 Measured average notch opening displacements.

Test specimen no. 890/1-4

Specimen width 50 mm

Material T300-914C

Stacking sequence $[10^\circ]_8$

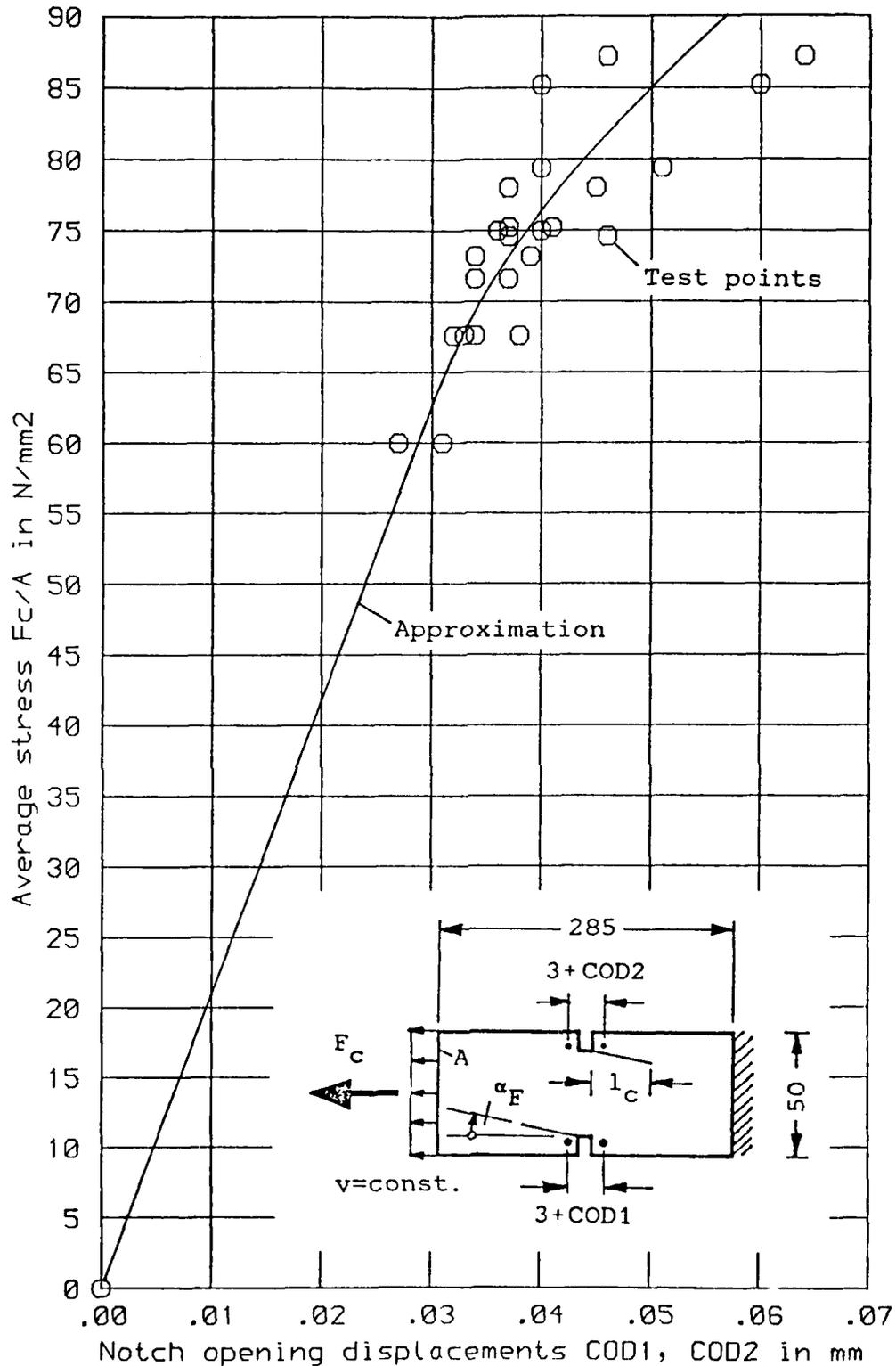


Figure 39 Measured notch opening displacements for both notches.

Test specimen no. 890/1-4

Specimen width 50 mm

Material T300-914C

Stacking sequence $[10^\circ]_8$

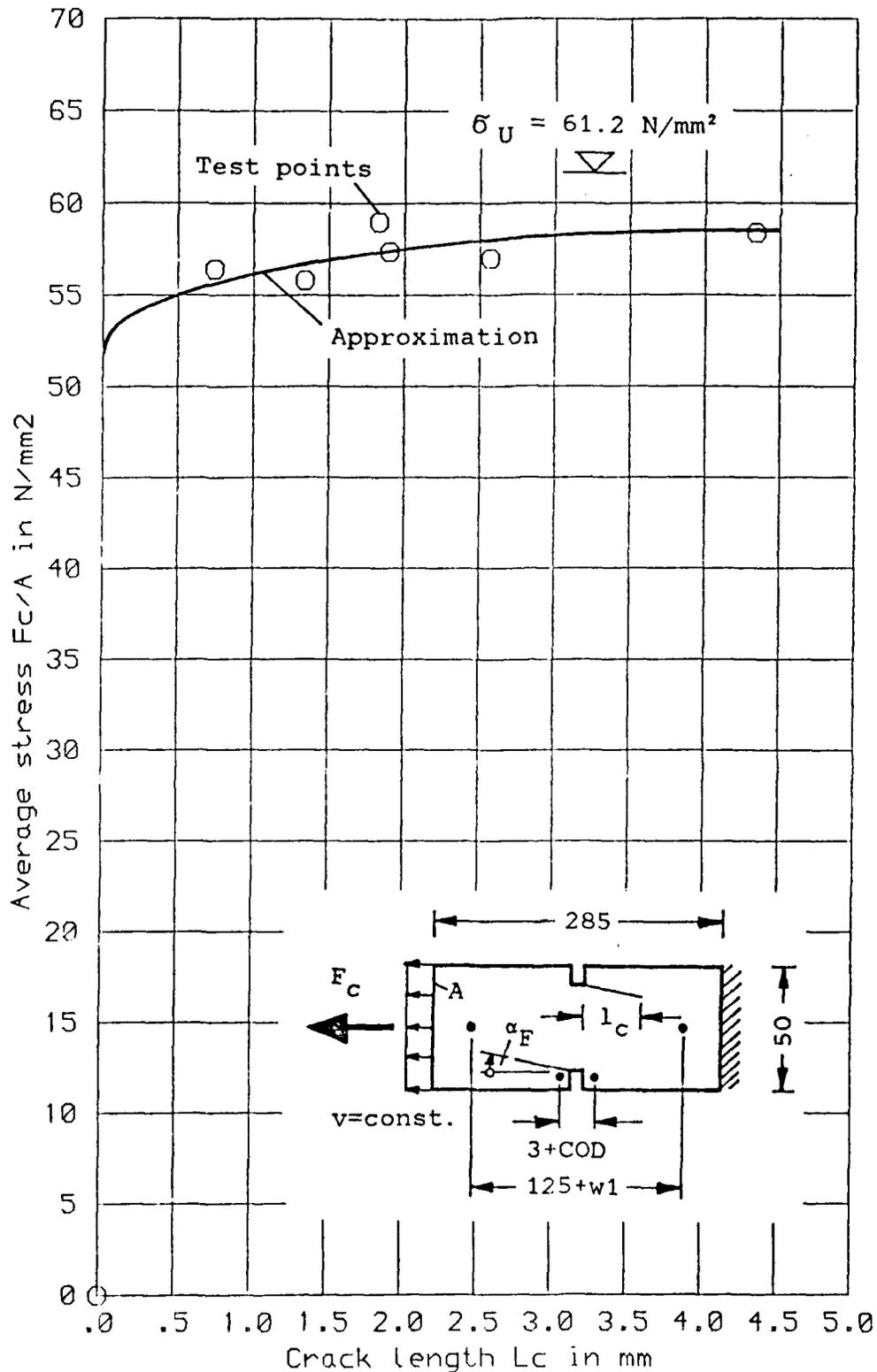


Figure 40 Measured average crack length l_c
for antisymmetric crack pattern.
Test specimen no. 888/1-4
Specimen width 50 mm
Material T300-914C
Stacking sequence $[15^\circ]_8$

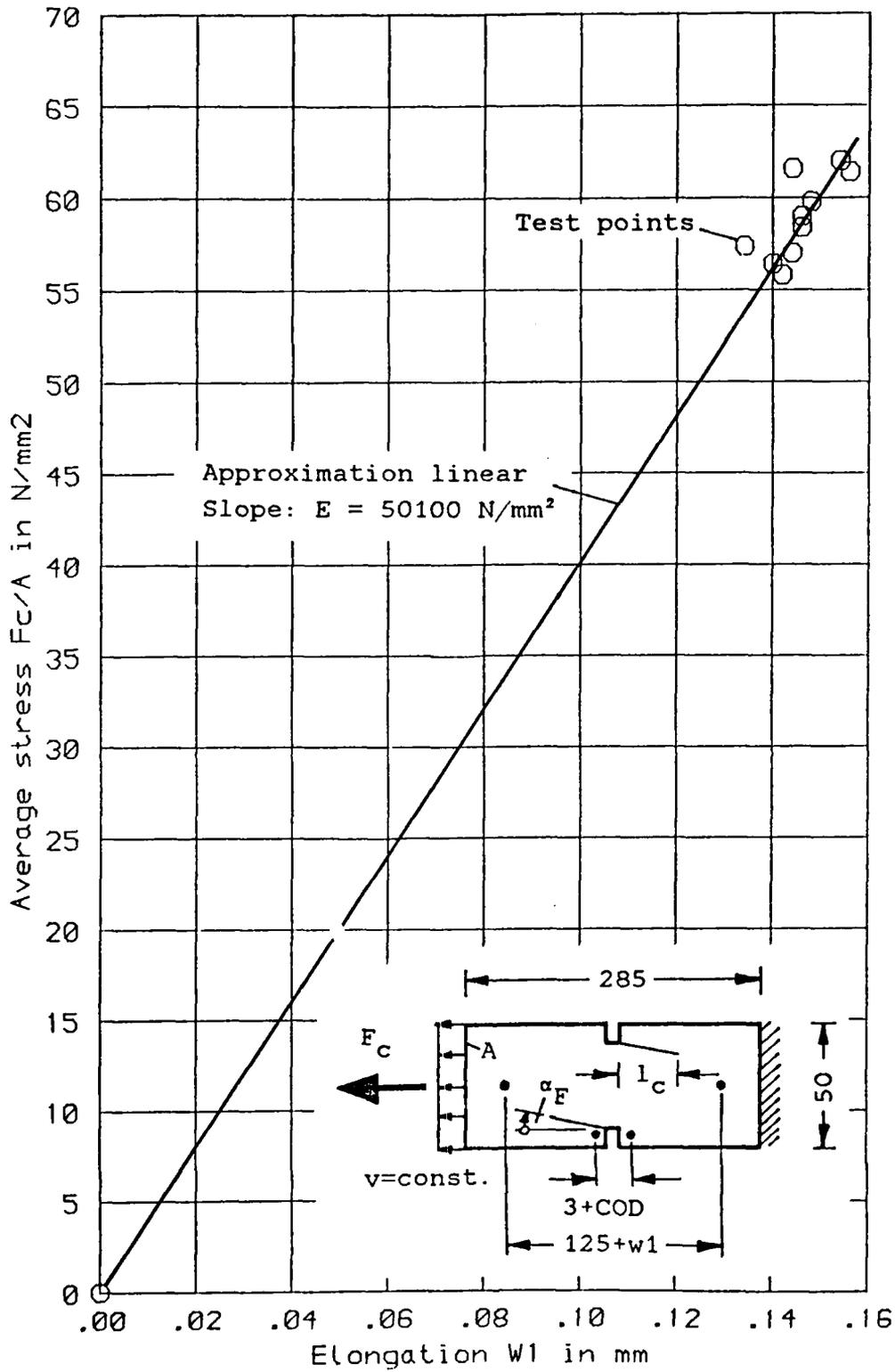


Figure 41 Measured elongation of the specimen.
 Test specimen no. 888/1-4
 Specimen width 50 mm
 Material T300-914C
 Stacking sequence $[15^\circ]_8$

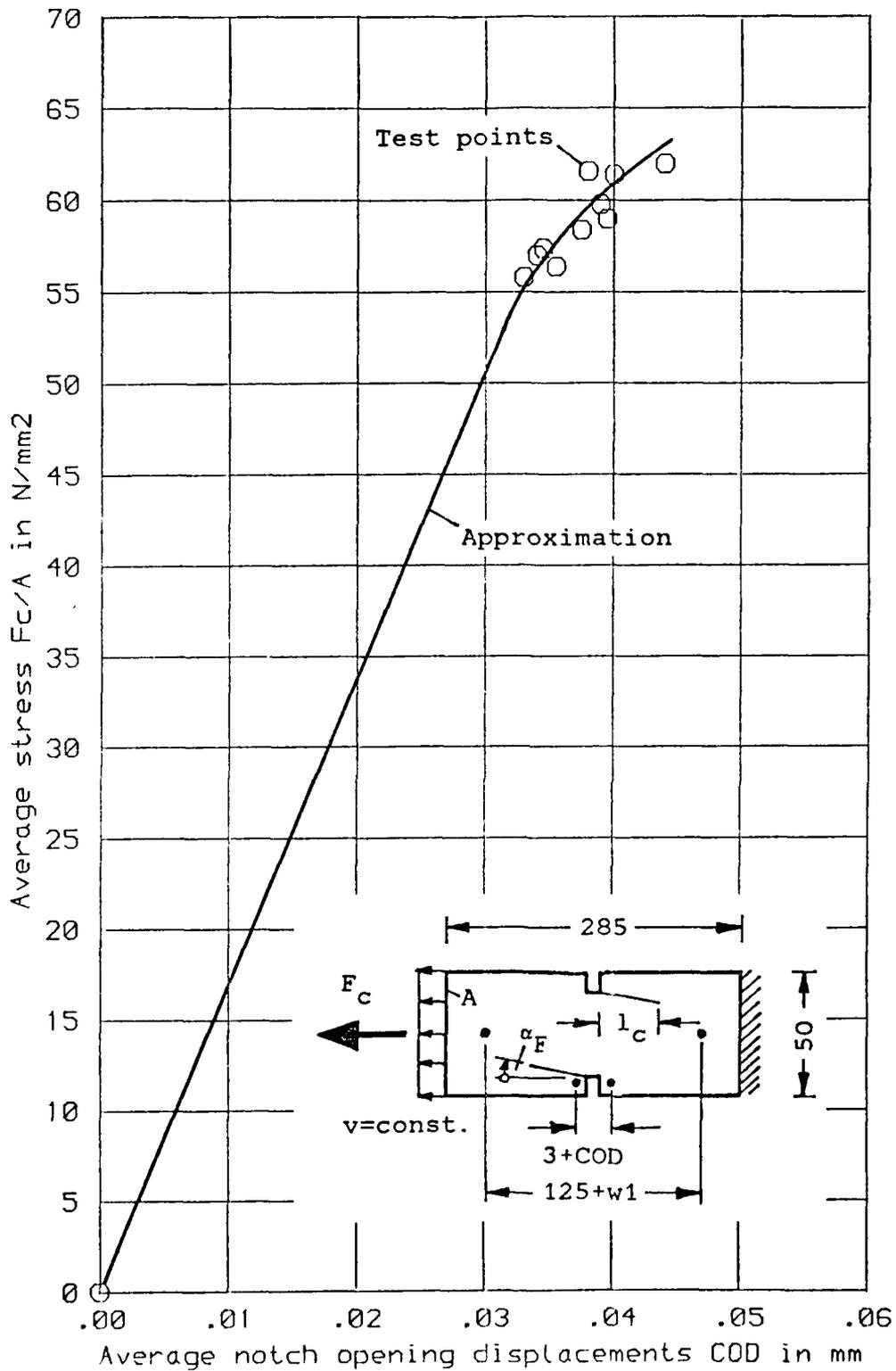


Figure 42 Measured average notch opening displacements.
 Test specimen no. 888/1-4
 Specimen width 50 mm
 Material T300-914C
 Stacking sequence $[15^\circ]_8$

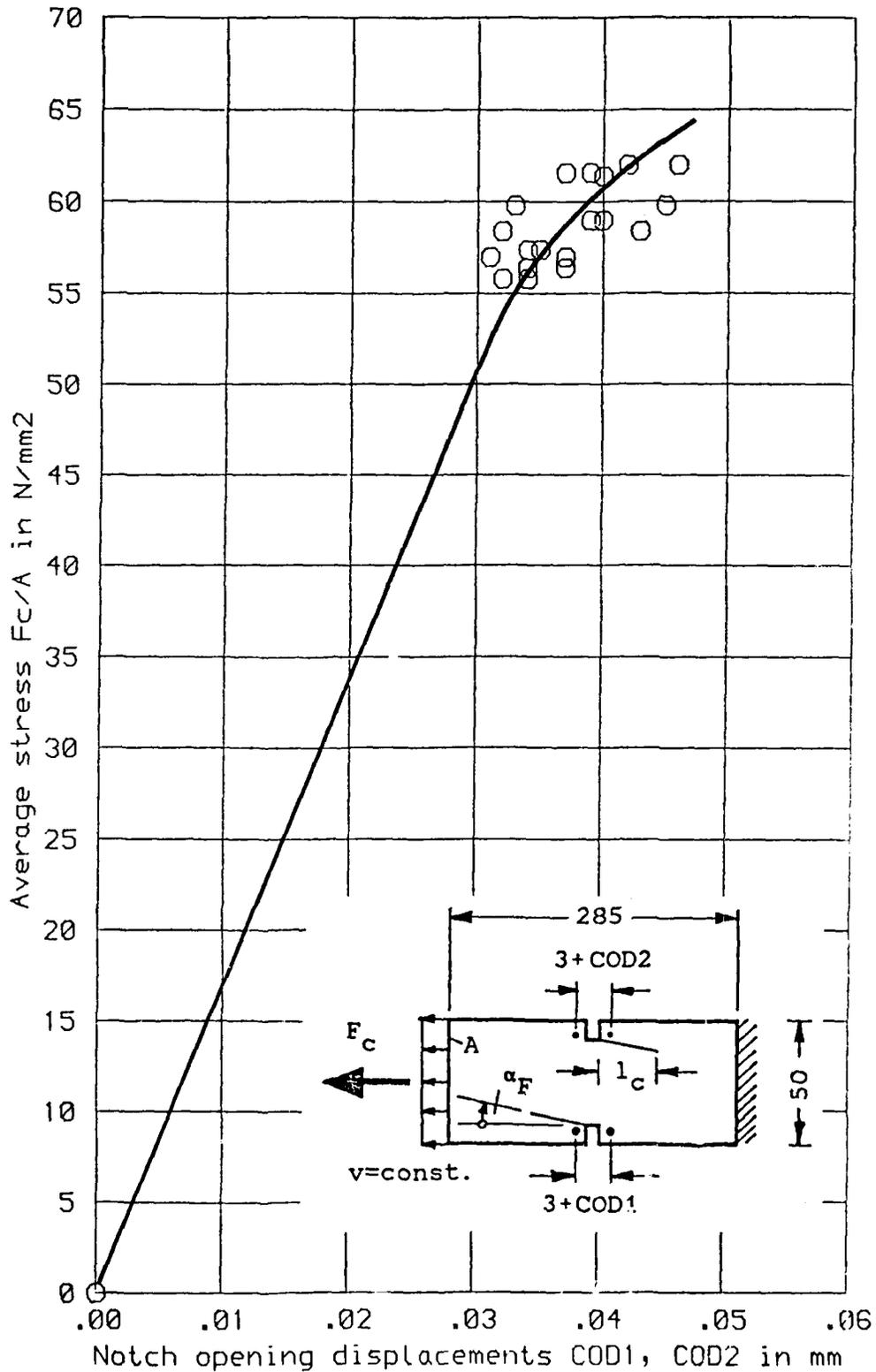


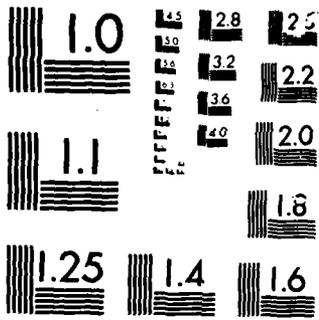
Figure 43 Measured notch opening displacements for both notches.

Test specimen no. 888/1-4

Specimen width 50 mm

Material T300-914C

Stacking sequence $[15^\circ]_8$



MICROCOPY

CHART

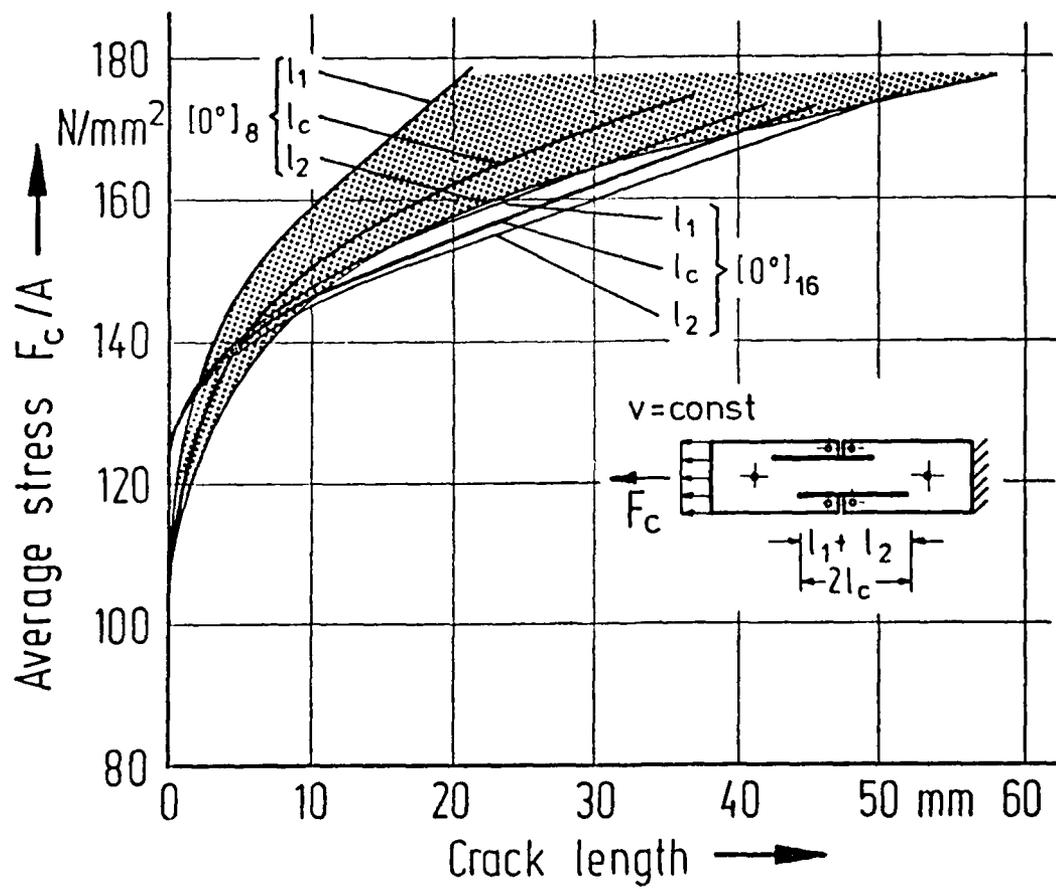


Figure 44 Comparison of crack lengths for $[0^\circ]_8$ - and $[0^\circ]_{16}$ -laminates. Material T300-914C

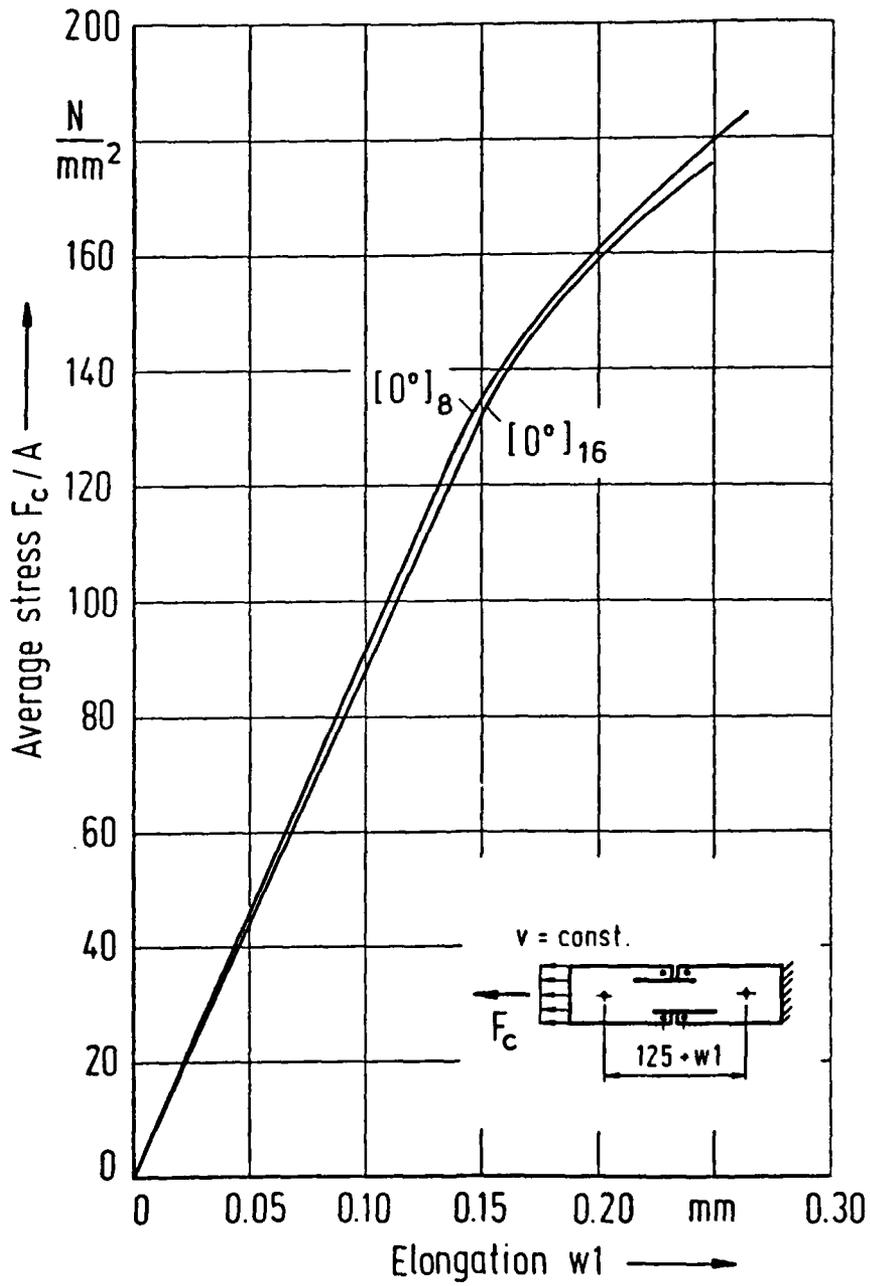


Figure 45 Comparison of elongations for $[0^\circ]_8$ - and $[0^\circ]_{16}$ -laminates. Material T300-914C

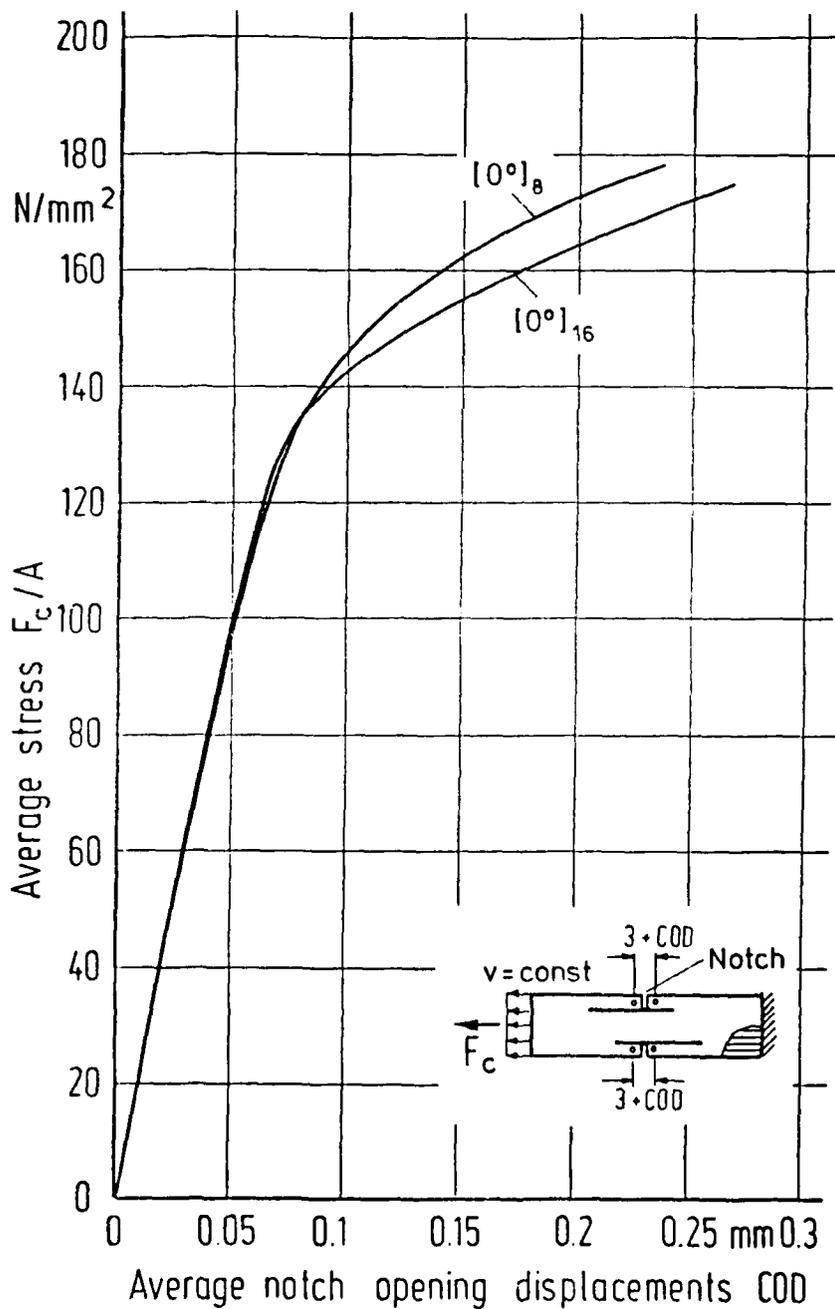


Figure 46 Comparison of notch opening displacements for $[0^\circ]_8$ - and $[0^\circ]_{16}$ -laminates. Material T300-914C

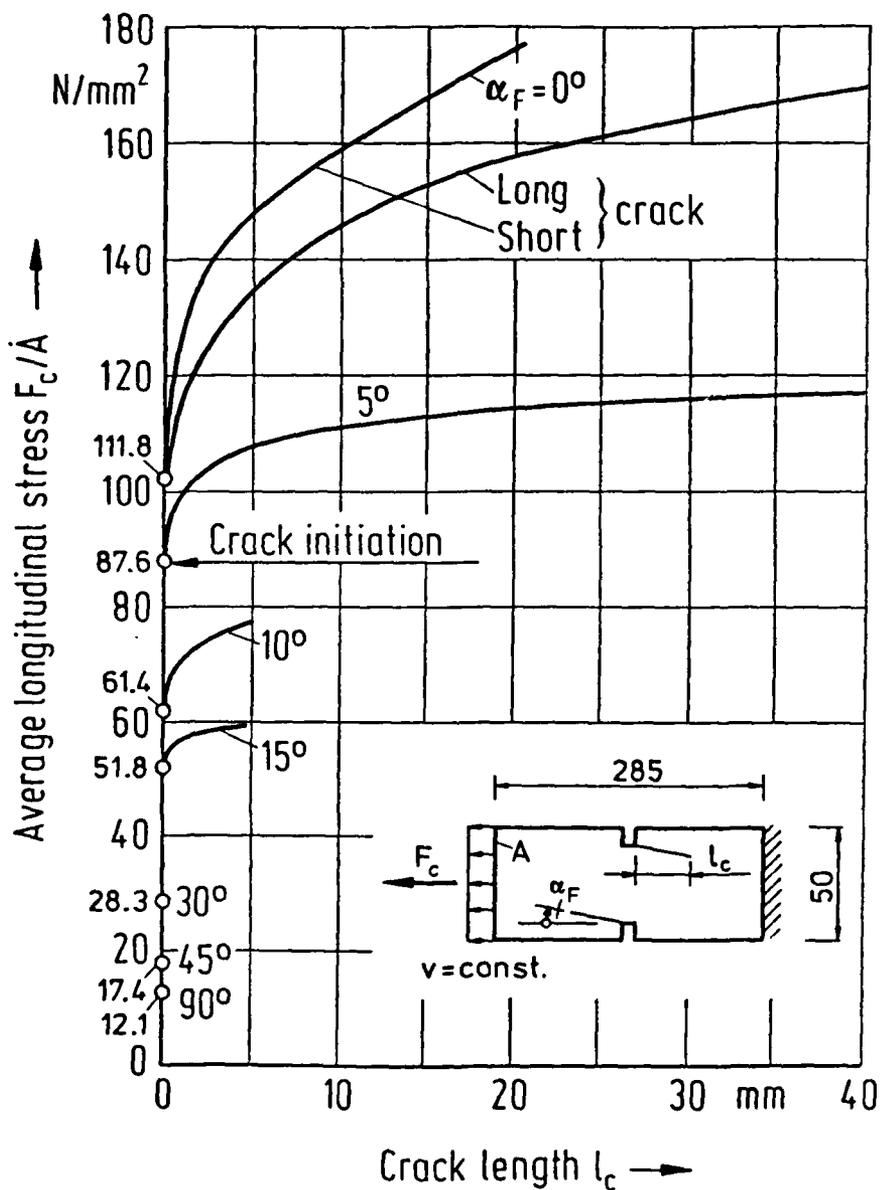


Figure 47 Load-crack lengths curves for $[\alpha_F]_8$ -laminates with sharp notches.
Material T300-914C

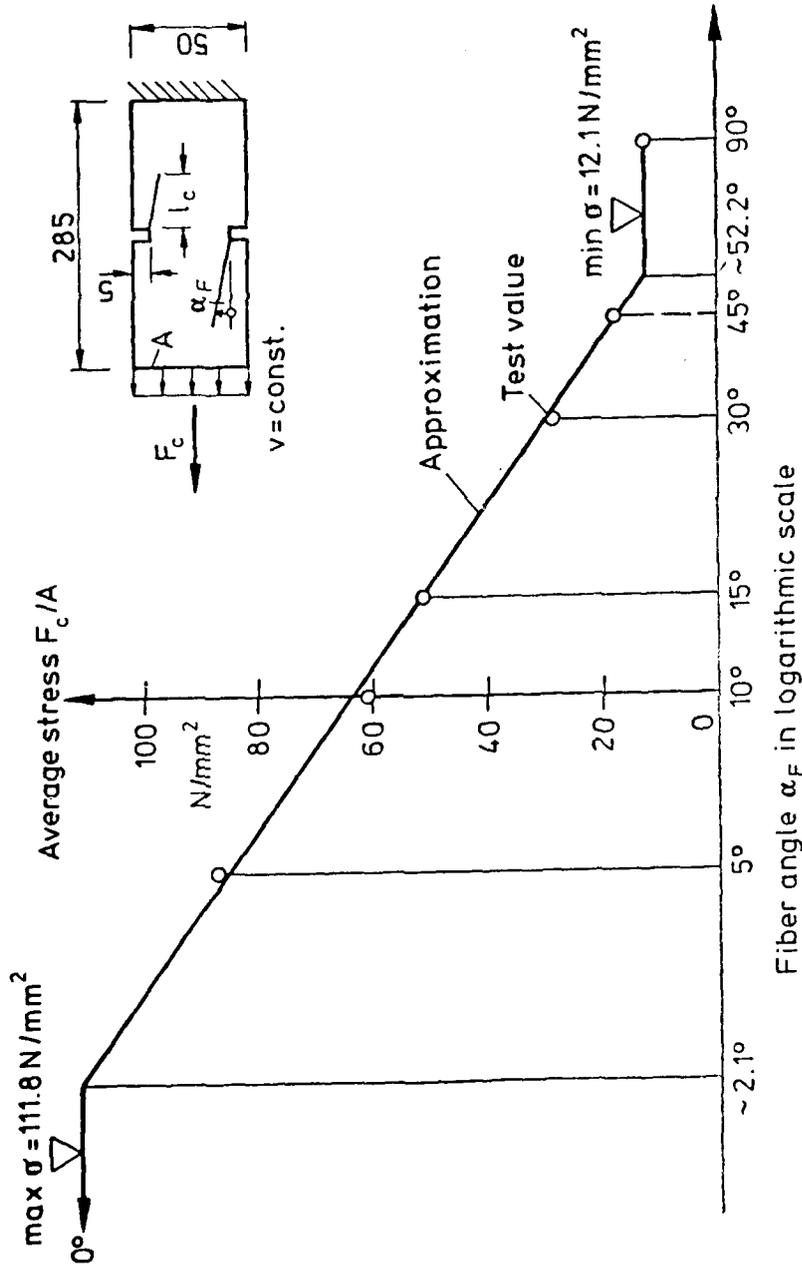


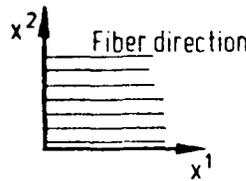
Figure 48 Crack initiation in a sharp-notched [α_F] g -laminate.
Material T300-914C

7. TABLES

Stacking sequence	Specimen width in mm					
	50			20		
	Notch from					
	A	B	C	U	A	U
	No. of tests					
$[0^\circ]_8$	6					
$[0^\circ]_{16}$	6					
$[5^\circ]_8$	4			1	3	1
$[10^\circ]_8$	4			1		1
$[15^\circ]_8$	4			1	4	
$[30^\circ]_8$	4			1	4	1
$[45^\circ]_8$	5			2		
$[45^\circ]_{16}$	5			1		
$[90^\circ]_8$	2	3	1			
$[90^\circ]_{16}$	3			3		

Notch form:

Table 1 Test program for side notched specimen under quasi-static tensile load.
Material T300-914C



Fiber direction

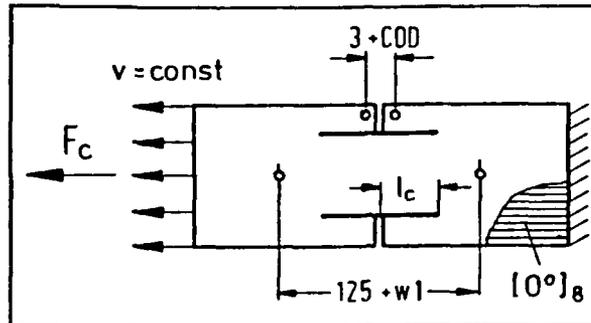
Cartesian coordinates

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ 2\epsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & & \text{Sym.} \\ -\nu_{21} & \frac{1}{E_2} & \\ 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma^{11} \\ \sigma^{22} \\ \sigma^{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot T$$

Constitutive equations

T	23		Temperature in °C
M	0	50	Moisture in %
σ_z^{11}	1784	1889	Ultimate stresses in N/mm ² () _z : Tension () ₀ : Compression
σ_0^{11}	- 1086	- 1090	
σ_z^{22}	64.8	55.6	
σ_0^{22}	- 215	- 212	
σ_{12}^U	92.4	94.4	
E ₁	143 242	150 782	
ν_{21}	0.317	0.325	
E ₂	10 165	9 987	
G	6 239	5 859	
T _G	190°		Glas transition point in °C, Temperatur expan= sion coefficient in °C ⁻¹
α_{11}	- 0.8 · 10 ⁻⁶		
α_{22}	28.8 · 10 ⁻⁶		

Table 2 Material constants for UD-laminates of T300/914C.



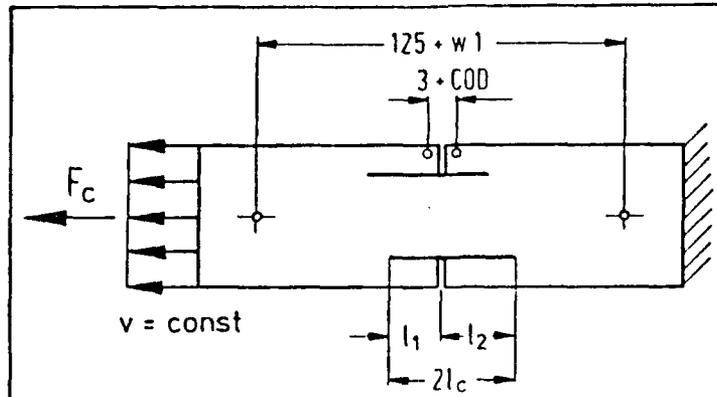
l_c mm	F_c/A N/mm ²	w_1 mm	COD mm
0	110,0	0,120	0,057
1,25	122,0	0,134	0,066
2,50	132,0	0,145	0,076
3,75	138,0	0,153	0,084
5,0	142,5	0,161	0,092
7,5	148,0	0,171	0,104
10,0	152,5	0,180	0,116
12,5	156,0	0,188	0,126
15,0	159,0	0,195	0,136
17,5	161,5	0,201	0,145
20,0	164,0	0,207	0,155
25,0	168,0	0,217	0,174
30,0	171,0	0,226	0,190
40,0	176,0	0,239	0,218

Table 3 Mean test values for $[0^\circ]_8$ -laminates under static load with symmetric crack pattern.

Test specimen no. 781/1,2,4-7

Specimen width 50 mm

Material T300/914C



F_c/A N/mm ²	l_1 mm	l_2 mm	$w1$ mm	COD mm	l_c mm
100	0	0	0,110	0,051	0
110	0	0,5	0,120	0,057	0,3
120	0,5	1,6	0,131	0,065	1,1
130	1,4	3,6	0,143	0,075	2,5
140	2,8	7,2	0,156	0,087	4,9
145	4,1	9,6	0,166	0,096	7,0
150	5,7	12,5	0,175	0,109	9,4
155	8,0	17,0	0,186	0,123	12,6
160	10,6	23,0	0,197	0,140	16,7
165	13,4	31,5	0,210	0,158	22,7
170	16,4	42,0	0,223	0,183	29,5
175	19,2	52,5	0,237	0,212	36,9

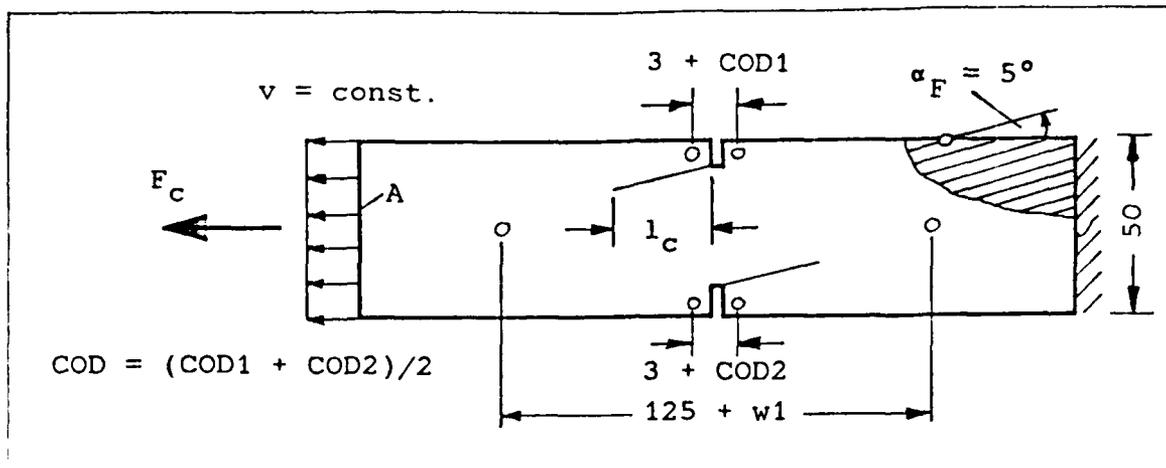
Antisymmetric Symmetric
crack pattern

Table 4 Mean test values for $[0^\circ]_8$ -laminates under static load.

Test specimen no. 781/1,2,4-7

Specimen width 50 mm

Material T300/914C



Specimen no.	Width mm	l_c mm	F_c/A N/mm ²	$w1$ mm	COD mm
891/1-4	50	0.	87.6	0.103	0.041
		1.25	100.4	0.118	0.048
		2.5	103.9	0.123	0.050
		3.75	106.2	0.127	0.053
		5.	107.5	0.129	0.055
		7.5	109.3	0.131	0.058
		10.	110.6	0.136	0.061
		15.	112.4	0.141	0.065
		20.	113.9	0.144	0.069
		25.	114.7	0.147	0.071
		30.	115.5	0.149	0.073
		40.	116.1	0.153	0.075
		50.	116.7	0.155	0.077
		60.	117.3	0.157	0.079
70.	117.9	0.160	0.081		

Notch: Ultrasonic knife cut,

5mm deep, 0.6 mm wide, 0.1 mm tip radius

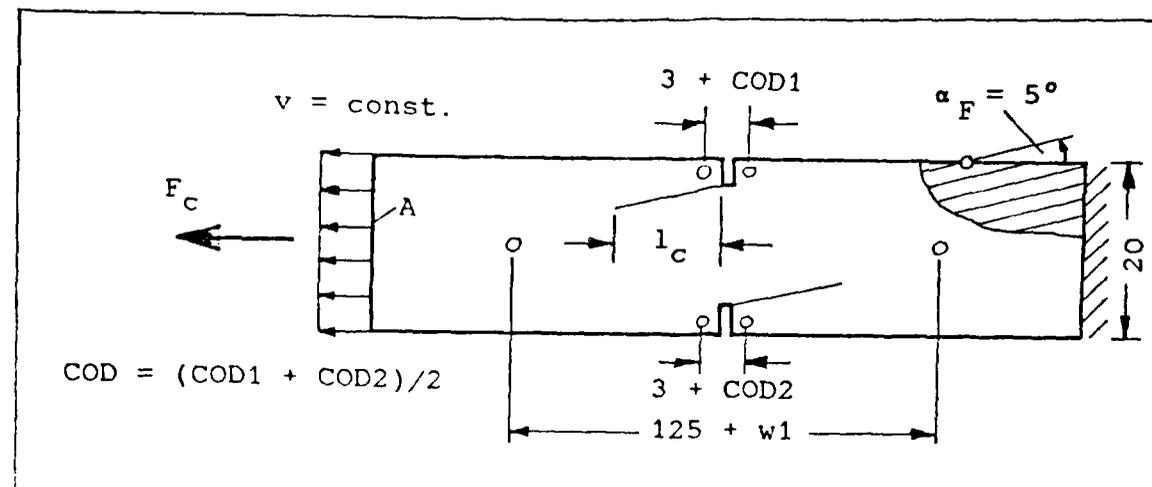
Young's Modulus in load direction: $E = 111000 \text{ N/mm}^2$

Table 5 Mean test values for $[5^\circ]_g$ -laminates under static load with antisymmetric crack pattern.

Test specimen no. 891/1-4

Specimen width 50 mm

Material T300/914C



Specimen no.	Width mm	l_c mm	F_c/A N/mm ²	$w1$ mm	COD mm
891/1-4	20	0.	68.0	0.089	0.0372
		1.25	70.1	0.094	0.0389
		2.5	71.6	0.096	0.0402
		3.75	72.3	0.098	0.0407
		5.	72.7	0.099	0.0411
		7.5	73.4	0.100	0.0417
		10.	73.9	0.101	0.0421
		15.	74.3	0.102	0.0426
		$\geq 20.$	74.6	0.103	0.0430

Notch: Ultrasonic knife cut,

5mm deep, 0.6 mm wide, 0.1 mm tip radius

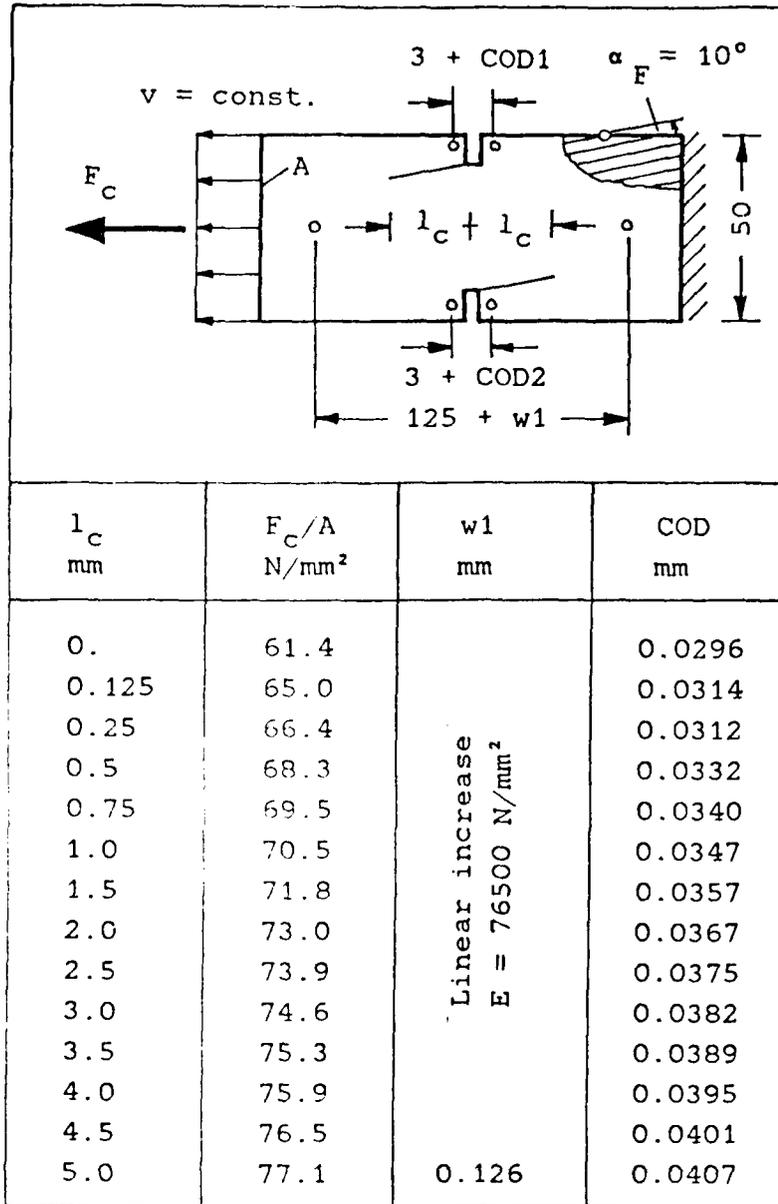
Young's Modulus in load direction: $E = 108000 \text{ N/mm}^2$

Table 6 Mean test values for $[5^\circ]_8$ -laminates under static load with antisymmetric crack pattern.

Test specimen no. 891/1-4

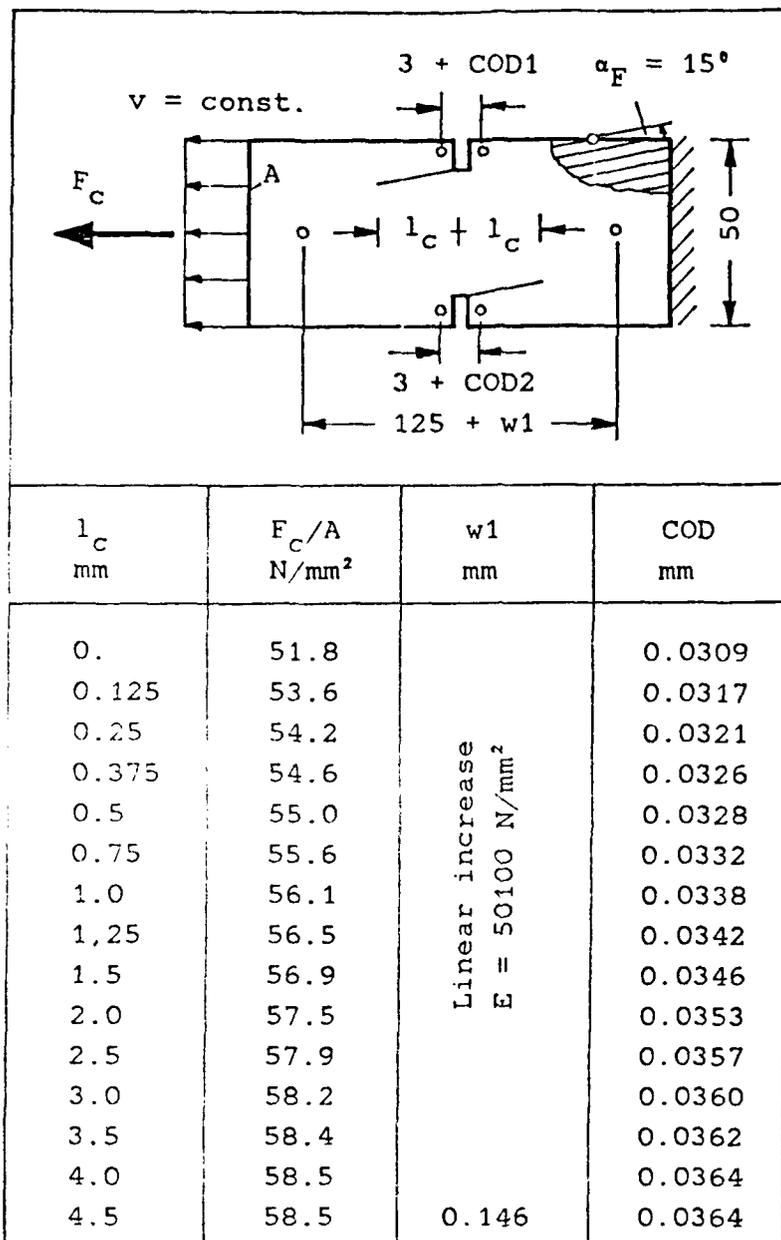
Specimen width 20 mm

Material T300/914C



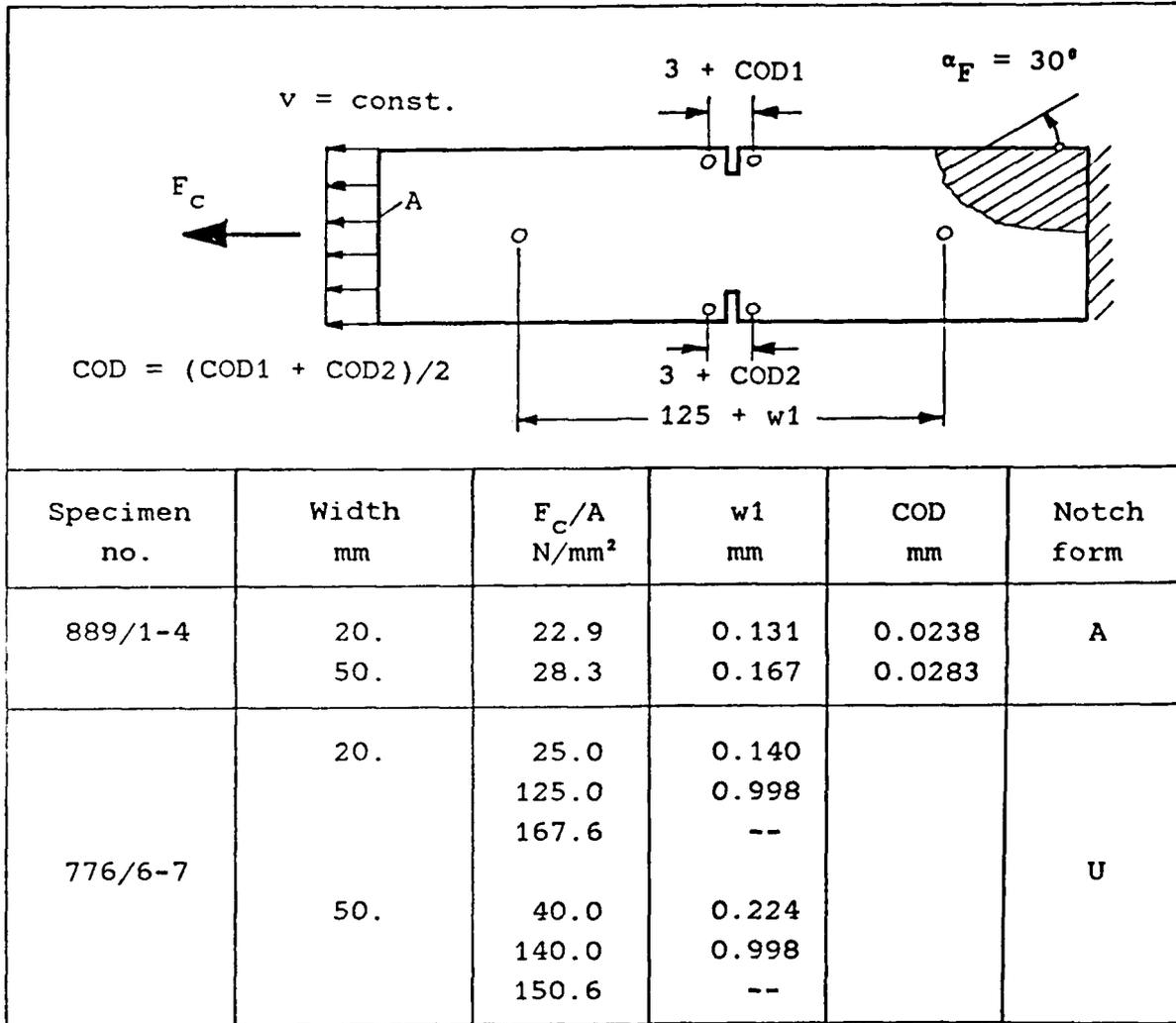
$$COD = (COD1 + COD2)/2$$

Table 7 Mean test values for $[10^\circ]_g$ -laminates under static load with antisymmetric crack pattern.
 Test specimen no. 890/1-4
 Specimen width 50 mm
 Material T300/914C



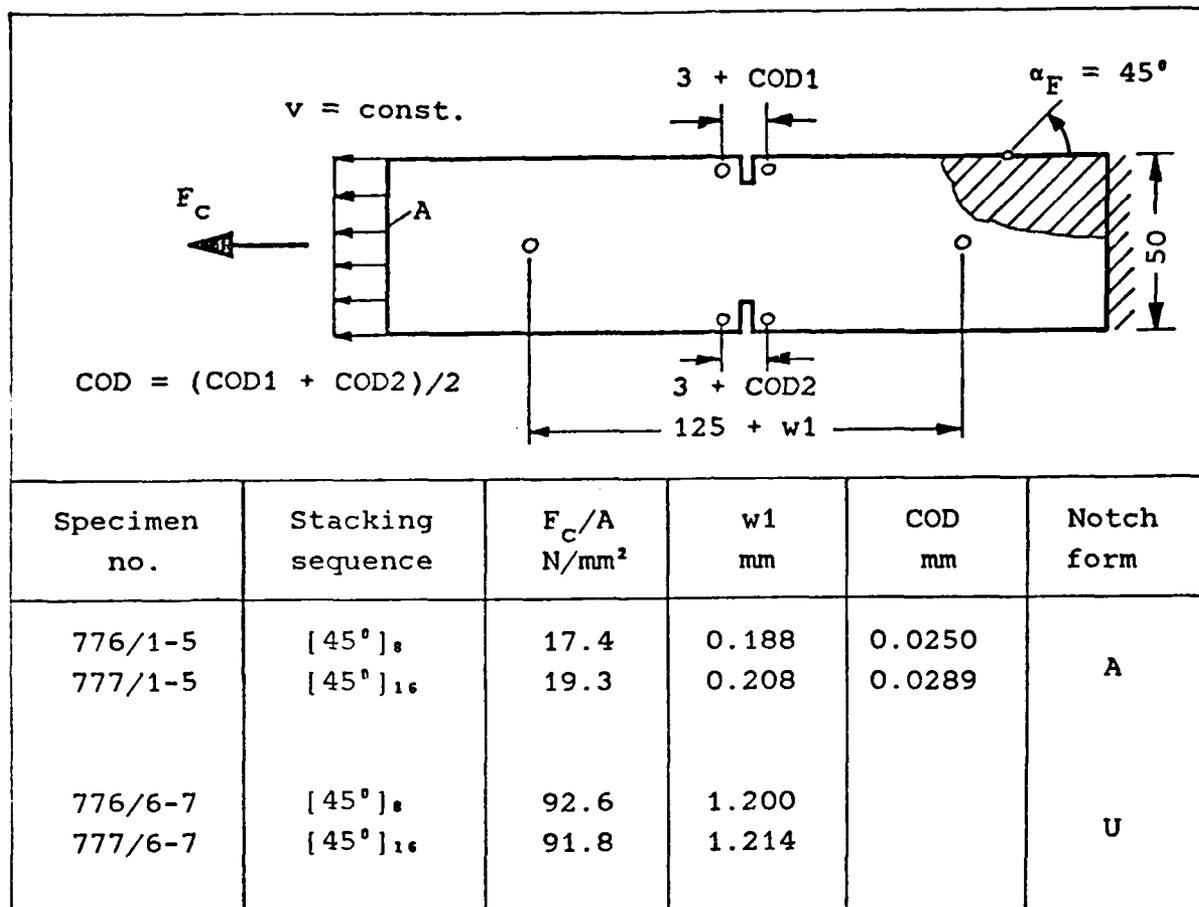
Noth: Ultrasonic knife cut,
5mm deep, 0.6 mm wide, 0.1 mm tip radius
COD = (COD1 + COD2)/2

Table 8 Mean test values for $[15^\circ]_g$ -laminates under static load with antisymmetric crack pattern.
Test specimen no. 888/1-4
Specimen width 50 mm
Material T300/914C



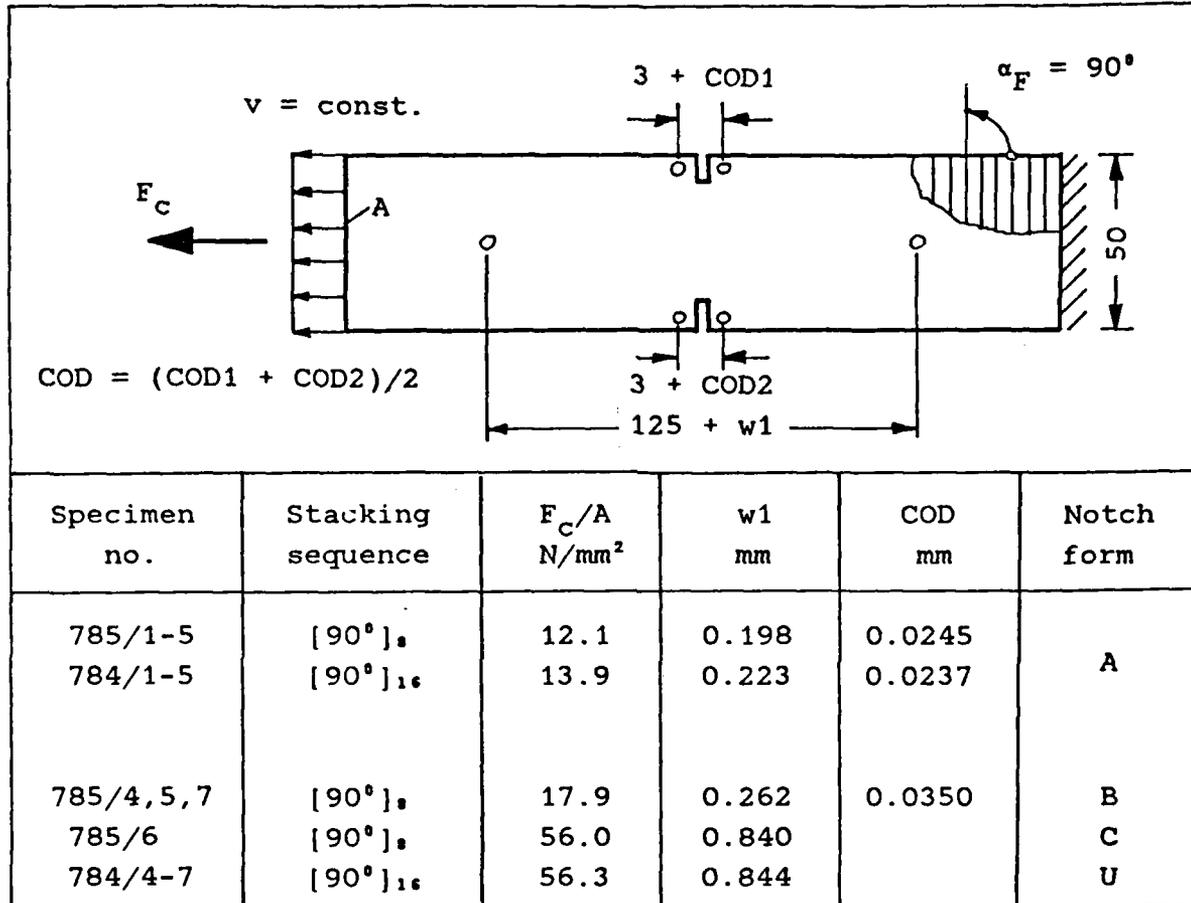
Notch A: Ultrasonic knife cut,
5 mm deep, 0.6 mm wide, 0.1 mm tip radius
U: Unnotched

Table 9 Mean test values for $[30^\circ]_8$ -laminates under ultimate static load.
Material T300/914C



Notch A: Ultrasonic knife cut,
5 mm deep, 0.6 mm wide, 0.1 mm tip radius
U: Unnotched

Table 10 Mean test values for $[45^\circ]_n$ -laminates
under ultimate static load.
Material T300/914C



Notch A: Ultrasonic knife cut,

5 mm deep, 0.6 mm wide, 0.1 mm tip radius

B: Blunt saw cut, 5 mm deep, 0.35 mm wide

C: One-sided blunt saw cut, 0.1 mm deep, 0.35 mm wide

U: Unnotched

Table 11 Mean test values for $[90^\circ]_n$ -laminates
under ultimate static load.

Material T300/914C

APPENDIX E

Einfluß von Temperatur und Feuchte auf
die Schwingfestigkeit ungekerbter CFK -
Lamine

von

H. C. Goetting und W. Ganz

DFVLR - Institut für Strukturmechanik

DEUTSCHE FORSCHUNGS- UND VERSUCHSANSTALT
FÜR LUFT- UND RAUMFAHRT E.V.
INSTITUT FÜR STRUKTURMECHANIK

Interner Bericht
IB 131-84/52

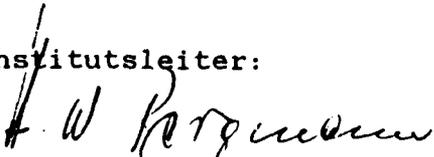
Einfluß von Temperatur und Feuchte auf
die Schwingfestigkeit ungekerbter CFK -
Lamine

Braunschweig, Dezember 1984

Dieser Bericht umfaßt:

60 Seiten mit
48 Bildern

Institutsleiter:


(Dr.-Ing. H.W. Bergmann)

Die Bearbeiter:


(Dipl.-Phys. H.C. Goetting)


(Ing. W. Ganz)

1. EINLEITUNG

Im Rahmen des ESA-Auftrags "Development of Fracture Mechanisms Maps for Composite Materials" wurde zur Untersuchung des Einflusses von Temperatur und Feuchtigkeit auf das Schwingfestigkeitsverhalten sowie der Art und Ausbreitung verschiedener Schädigungsmechanismen unter Schwingbelastung ein sehr umfangreiches Testprogramm an ungekerbten Flachprobestäben mit ausgewählten Lagenaufbauten durchgeführt.

Folgende Laminataufbauten wurden nach Maßgabe von Table A des ESA-Proposals ausgewählt:

- Unidirektional, on-axis, 0° 8 Lagen
- Unidirektional, off-axis, 5° 8 Lagen
- Unidirektional, off-axis, 15° 8 Lagen
- Unidirektional, off-axis, 45° 8 Lagen
- Multidirektional, $[0_2^\circ/+45^\circ/0_2^\circ/-45^\circ/0^\circ/90^\circ]_S$ 16 Lagen
- Multidirektional, $[0^\circ/+45^\circ/-45^\circ/\overline{90^\circ}]_S$ 7 Lagen
- Angle-ply, $\pm 15^\circ$ 8 Lagen
- Angle-ply, $\pm 30^\circ$ 8 Lagen
- Angle-ply, $\pm 45^\circ$ 8 Lagen

Die Proben bestanden, wie alle im Rahmen des ESA-Auftrags untersuchten, aus T300/914 C Prepregs, die in einem rechnergesteuerten Autoklaven unter stets gleich gehaltenen Bedingungen verarbeitet wurden.

2. PROBENVORBEREITUNG UND VERSUCHSDURCHFÜHRUNG

Mit zwei verschiedenen Temperaturen und zwei verschiedenen Feuchtgraden wurden vier unterschiedliche Klimazustände in folgender Kombination simuliert:

- Normaltemperatur - trocken (ad)
- Hohe Temperatur (80°) - trocken (hd)
- Normaltemperatur - feucht (95% RH) (aw)
- Hohe Temperatur - feucht (hw)

Diese Klimazustände wurden mit selbstentwickelten kleinen Klimakammern erzeugt, wobei sich nur die Probenmeßlänge von 140 mm in der Kammer befand, um einen Einfluß auf die Tragfähigkeit der Probenarmierung zu vermeiden und die zu klimatisierende Masse möglichst klein zu halten.

Für die Untersuchungen unter 95% RH wurden die Proben in einer speziellen Klimakammer mit ihren Meßlängen bei 80° C und 95% RH solange ausgelagert, bis nach vorliegenden Referenzkurven mit einem Sicherheitsfaktor von 1.5 die Sättigungsaufnahme erreicht war. Die trockenen Proben wurden vor dem Test 6 Wochen in der Prüfhalle bei konstanter relativer Luftfeuchte von 40% und konstanter Temperatur von 22° C gelagert.

Da sich bei Normaltemperatur und 95% RH durch den Wasserdampf die Temperatur in der Kammer auf 28°C erhöhte, ergaben sich folgende Eckwerte für die vier Klimazustände, die während des Versuchs konstant gehalten wurden:

- ad: 22°C - 40% RH
- hd: 80°C - 5% RH
- aw: 28°C - 95% RH
- hw: 80°C - 95% RH

Die Schwingfestigkeitsversuche wurden durchweg im Zugschwellbereich bei einem Verhältnis von Unterlast zu Oberlast von $R=0.1$ durchgeführt. Die Belastungsvorgabe erfolgte überwiegend durch programmierbare mikroprozessorgesteuerte Funktionsgeber und durch Prozeßrechner (PDP 11), wobei eine einheitliche Belastungsfrequenz von 5 Hz eingehalten wurde. Bei ca. 70% aller Schwingfestigkeitsversuche wurde ständig die Probendehnung mitgemessen, um die Steifigkeitsabnahme bei konstant gehaltener Last bis zum Bruch verfolgen zu können.

Die Ermittlung der Lebensdauerlinien (Wöhlerkurven) erfolgte auf die Weise, daß auf drei oder vier Spannungshorizonten die Bruchlastspielzahlen mit jeweils 4 bis 6 Proben gemessen und statistisch ausgewertet wurden, wobei die Linien für 10%, 50% und 90% Überlebenswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von den Logarithmen der Lastspielzahlen berechnet wurden.

Weitere statistische Auswertungen wurden mit der Ermittlung der Summenhäufigkeitsverteilungen im Weibull-Netz einschließlich der Vertrauensbereiche durchgeführt. Statistische Signifikanztests wurden immer dann angewendet, wenn durch teilweise sehr große Streuungen die Erkennung signifikanter Unterschiede der Mittelwerte eines Spannungsniveaus nicht möglich war.

Zur Charakterisierung typischer Bruchbilder in Abhängigkeit von Laminataufbau und Umgebungsbedingungen wurden lichtmikroskopische Aufnahmen und rasterelektronische Detailaufnahmen von ausgewählten Proben an bestimmten Stellen angefertigt.

Im gesamten Testprogramm zur Untersuchung des Einflusses von Temperatur und Feuchtigkeit auf schwingbeanspruchte CFK-Lamine wurden ca. 600 Proben getestet, wovon 420 im Zugschwellversuch bis zum Versagen beansprucht wurden, ca. 150 mit NDT-Methoden auf den Schädigungszustand untersucht wurden, und ca. 30 in statischen Vorversuchen gemessen wurden. In Tabelle I ist die Zahl der untersuchten Proben für jeden Laminataufbau aufgelistet.

Insgesamt sind es ca. 130 Proben mehr als im ESA-Proposal vorgeschlagen wurden, da sich die Notwendigkeit ergab, auf Grund der zwischenzeitlich gewonnenen Erkenntnisse und Ergebnisse vor allem unter normalen Umgebungsbedingungen größere Probenumfänge zu untersuchen, da sonst eine sinnvolle statistische Auswertung in Frage gestellt war.

3. VERSUCHSERGEBNISSE

3.1 Versuche bei normalen Umgebungsbedingungen (ad)

Obwohl in der Literatur schon umfangreiche Ergebnisse von Schwingfestigkeitsuntersuchungen an ungekerbten CFK-Laminaten mit verschiedenen Schichtfolgen vorliegen [1], [2], [3], wurden diese Versuche in dem oben beschriebenen Umfang durchgeführt, um einen Vergleich zwischen Proben, die unter absolut gleichen Bedingungen hergestellt wurden, zu ermöglichen, da erfahrungsgemäß der Einfluß des Herstellungsprozesses nicht unerheblich ist.

Bezüglich des Einflusses der Orientierung der Einzellagen und des Laminataufbaus auf die Schwingfestigkeit bzw. die Lebensdauer wurde hierbei gute Übereinstimmung mit an anderer Stelle erzielten Ergebnissen festgestellt.

Wie empfindlich die Schwingfestigkeit im Zugbereich schon durch wenige Grad "off-axis-Orientierung" der Lagen beeinflusst wird, ist bei dem Vergleich zwischen den on-axis 0°-Proben und den off-axis-Proben mit 5°, 15° und 45° Winkel zur Belastungsrichtung zu erkennen, Bild 1. In diesem Bild sind nur die Lebensdauerlinien für 50% Überlebenswahrscheinlichkeit aufgetragen, um die Darstellung nicht zu unübersichtlich zu machen. Die Streubreiten und

die Linien für 10% und 90% Überlebenswahrscheinlichkeit sind jeweils aus den einzelnen Diagrammen zu entnehmen, in diesem Fall den Bildern 6, 9, 10 und 14.

In ähnlicher Weise fällt der Vergleich der Schwingfestigkeiten für die drei untersuchten angle-ply-Lamine aus, der in Bild 2 dargestellt ist. Auch hier fällt die Schwingfestigkeit vom mehr faserkontrollierten $\pm 15^\circ$ -Laminat zum mehr matrixkontrollierten $\pm 45^\circ$ -Laminat erheblich ab, wobei jedoch auffällt, daß die Neigung der Wöhlerlinie des $\pm 15^\circ$ -Laminats etwas größer ist als bei den anderen. Auch hier sind aus Gründen der Übersichtlichkeit die Streubreiten und 10%- bzw. 90%-Linien weggelassen, diese sind wieder in den Einzeldarstellungen in den Bildern 15, 19 und 23 enthalten.

3.2 Einfluß von Temperatur und Feuchte auf unidirektionale Lamine

Die Auswirkung von Temperatur und Feuchte auf unidirektionale 0° -Lamine ist in Bild 3 aufgetragen. Der Übersichtlichkeit halber sind auch hier nur die 50%-Lebensdauerlinien eingezeichnet. Man erkennt, daß die Temperatur offenbar auf die Neigung der Wöhlerlinie einen Einfluß hat, wohingegen die Feuchtigkeit sogar zu einer günstigen Verschiebung der Mittelwerte führt. Dieses ist sicher auf den Ausgleich der durch den Curing-Prozess eingebrachten Vorspannungen zurückzuführen. Allerdings ist auch die Streuung der Bruchlastspielzahlen bei Feuchtigkeit erheblich höher, sodaß vermutlich noch mehr Versuche durchgeführt werden müssen, um zu eindeutigen und statistisch hinreichend gesicherten Aussagen zu gelangen.

Besser als bei der Darstellung der Lebensdauerlinien wird deutlich, wie unterschiedlich Mittelwertverschiebung und Streuung auftreten, wenn z.B. beim Vergleich zwischen normaler und höherer Temperatur die Auswertung der einzelnen Spannungshorizonte im Wahrscheinlichkeitsnetz der zwei-parametrischen Weibull-Verteilung aufgetragen ist. Diese ist für die Spannungen 1200 N/mm^2 , 1100 N/mm^2 und 1000 N/mm^2 in den Bildern 35, 36 und 37 dargestellt. Noch deutlicher wird dieses bei Hinzunahme der Feuchtigkeit, wie für 1200 N/mm^2 in Bild 38 zu sehen ist. Hieraus

ergibt sich, daß für eine vernünftige statistische Aussage bei vorliegenden beträchtlichen Streuungen mehr Versuche pro Spannungsniveau durchgeführt werden müssen. Dieses führt dann zu einer Darstellung im Weibull-Netz mit Angabe des Vertrauensbereichs für die jeweils erforderliche Vertrauenswahrscheinlichkeit, wie an dem Beispiel in Bild 39 gesehen werden kann.

Eine Auswertung der Lebensdauerlinien für 0°-Lamine bei Temperatur und Feuchte war nicht möglich, da die Bruchlastspielzahlen fast alle über 1200000 lagen. Bei Erreichen dieser Lastspielzahlen wurden bei allen Versuchen die Proben ausgespannt, um die Gesamtversuchszeit nicht unnötig zu vergrößern. Die Ergebnisse zeigen aber, daß Temperatur und Feuchte gemeinsam, ebenfalls wie nur Feuchte allein, einen günstigen Einfluß auf die Schwingfestigkeit ausüben.

Die Auswirkung von Temperatur und Feuchte auf die Schwingfestigkeit unidirektionaler off-axis-Lamine wurde nur an dem 15°-Laminat untersucht. Sowohl Temperatur als auch Feuchte führen zu einer Abminderung der Schwingfestigkeit, wie in Bild 10 und Bild 11 zu erkennen ist. Für das Spannungsniveau 140 N/mm² ist dieses auch sehr gut aus der Auftragung im Weibull-Netz zu sehen, Bild 40. Beide gemeinsam reduzieren beträchtlich die Schwingfestigkeit, bewirken aber auch eine Verringerung der Neigung der Wöhlerlinie, siehe Bild 12.

3.3 Einfluß von Temperatur und Feuchte auf angle-ply-Lamine

Bild 4 zeigt den Vergleich der Wöhlerlinien in Abhängigkeit von den Umgebungsbedingungen für die drei angle-ply-Lamine. Deutlich ist hier für die ±15°- und ±30°- Proben eine signifikante Abminderung der Schwingfestigkeit zu erkennen, die besonders bei gemeinsamer Einwirkung von Temperatur und Feuchtigkeit auftritt. Auch bei diesen Laminen treten auf einzelnen Spannungshorizonten sehr große Unterschiede in den Streuungen auf, wie man in den Bildern 41, 42 und 43 für alle drei Laminattypen am Vergleich der Weibullverteilungen sehen kann.

Ein möglicherweise vorhandener Einfluß der Probenherstellung auf die Streuung ist nicht auszuschließen, da häufig festgestellt

wurde, daß bei Proben gleichen Laminataufbaus, die aus verschiedenen Platten stammten, typische Unterschiede in den Bruchlastspielzahlen auftraten. Um hier mehr Klarheit zu gewinnen, müßten gezielte statistische Untersuchungen mit größeren Stichprobenumfängen durchgeführt werden. Bild 44 und 45 zeigen, daß bei einem Stichprobenumfang von nur 3 oder 4 Proben der Vertrauensbereich für die Verteilung so groß wird, daß eine sinnvolle Interpretation fragwürdig wird.

3.4 Einfluß von Temperatur und Feuchte auf multidirektionale Lamine

In Bild 5 ist die Einwirkung der Umgebungsbedingungen auf die Schwingfestigkeit der beiden multidirektionalen Lamine mit den Laminataufbauten $[0_2^\circ/+45^\circ/0_2^\circ/-45^\circ/0^\circ/90^\circ]_S$ (in den Rechnerplots mit Type 1 bezeichnet) und $[0^\circ/+45^\circ/-45^\circ/90^\circ]_S$ (in den Plots mit Type 3 bezeichnet) durch Vergleich der 50%-Linien aufgetragen. Für 900 N/mm^2 und 800 N/mm^2 bei Typ 1 und für 445 N/mm^2 bei Typ 3 ist zusätzlich der Vergleich der Verteilungen im Weibull-Netz in den Bildern 46, 47 und 48 zu sehen.

Bei beiden Laminattypen ist eine leichte Verbesserung der Schwingfestigkeit durch die Einwirkung der feuchten Umgebung bei Normaltemperatur festzustellen, sowie eine leichte Abminderung bei höherer Temperatur, die bei dem $[0^\circ/+45^\circ/-45^\circ/\overline{90^\circ}]_S$ -Laminat mit nur zwei 0° -Lagen ausgeprägter ist. Bemerkenswert ist, daß bei Temperatur und Feuchtigkeit zusammen bei beiden Laminaten zwar die gemessenen Mittelwerte etwas niedriger liegen und die Streuungen überwiegend größer sind, die flache Neigung der Wöhlerlinien jedoch erhalten bleibt. Man kann daher nicht eine signifikante Degradation der Schwingfestigkeit feststellen.

4. ZUSAMMENFASSUNG

Die zusammenfassende Betrachtung der bisher gewonnenen Ergebnisse führt zu dem Schluß, daß ein Einfluß durch die Umgebungstemperatur und -feuchtigkeit bei allen Laminattypen vorhanden ist, wobei wegen der z.T. großen Streuungen eindeutige Abhängigkeiten und Zusammenhänge nur schwer feststellbar sind. Genauere Aussagen können hier statistische Signifikanztests liefern, die jedoch im Mittel größere Stichprobenumfänge erfordern und daher nur zum Teil durchgeführt werden konnten. Weiteren Aufschluß könnten rasterelektronenmikroskopische Auswertungen bringen, deren bisheriger Stand jedoch noch nicht zu eindeutig verwendbaren Unterscheidungsmerkmalen geführt hat.

Anhand der Lebensdauerlinien und der Betrachtung ihrer Neigung läßt sich jedoch feststellen, daß bei mehr matrixkontrollierten Laminaten wie den angle-ply-Laminaten Temperatur und Feuchte einen abmindernden Einfluß auf die Schwingfestigkeit haben, während bei mehr faserkontrollierten wie den multidirektionalen und den unidirektionalen on-axis-Laminaten die Feuchtigkeit sogar zu einer Verbesserung führen kann. Zur gleichzeitigen Einwirkung von Temperatur und Feuchte ist zu bemerken, daß zwar teilweise eine beachtliche Erhöhung der Streuung auftritt, die flache Neigung der Wöhlerlinien bei mehr faserkontrollierten Laminaten jedoch nur unwesentlich geändert wird.

Das bedeutet, daß auch unter "worst case" Umgebungsbedingungen die Extrapolation der Lebensdauerlinie für 90% Überlebenswahrscheinlichkeit in den Bereich der Dauerfestigkeit im Vergleich zu herkömmlichen metallischen Werkstoffen hervorragende Werte der Zugschwingfestigkeit liefert.

5. SCHRIFTTUM

- [1] Gerharz, J.J., Schütz, D. Schrifttumsrecherche zum Festigkeitsverhalten von Faserverbundwerkstoffen. - Analyse des Standes der Technik - LBF-Report Nr. TB-145 (1979).

- [2] Talreja, R. Fatigue of composite materials: damage mechanisms and fatigue-life diagrams. Proc.R.Soc.Lond. 1981 A 378, pp. 461-475.

- [3] Reifsnider, K.L. Damage in Composite Materials. (Editor) STP 775, American Society for Testing and Materials, 1982.

Laminataufbau	Lagen	Anzahl der Proben
Unidirektional:		
On-axis 0°	8	85
Off-axis 5°	8	30
Off-axis 15°	8	70
Off-axis 45°	8	20
Multidirektional:		
$[0_2^\circ/+45^\circ/0_2^\circ/-45^\circ/0^\circ/90^\circ]_S$	16	105
$[0^\circ/+45^\circ/-45^\circ/90^\circ]_S$	7	90
Angle-ply:		
$[\pm 15^\circ]_8$	8	70
$[\pm 30^\circ]_8$	8	65
$[\pm 45^\circ]_8$	8	70

Tabelle I: Anzahl der untersuchten Proben pro Laminataufbau

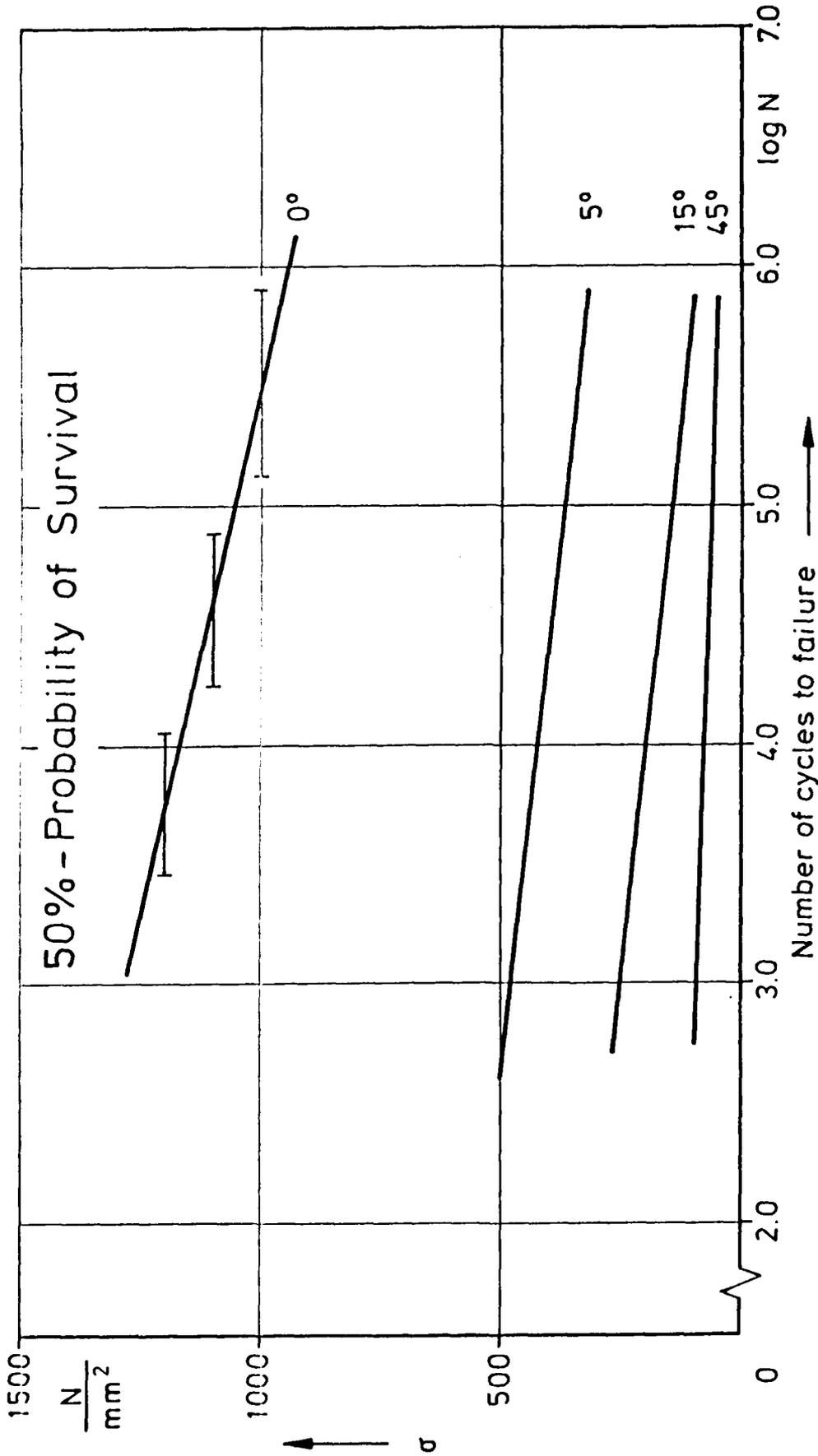


BILD 4. BEZUG DER BEWEHRUNGSSTÄRKE AUF DIE DURCHSCHNITTSDAUER
keit unidirektionaler Laminate



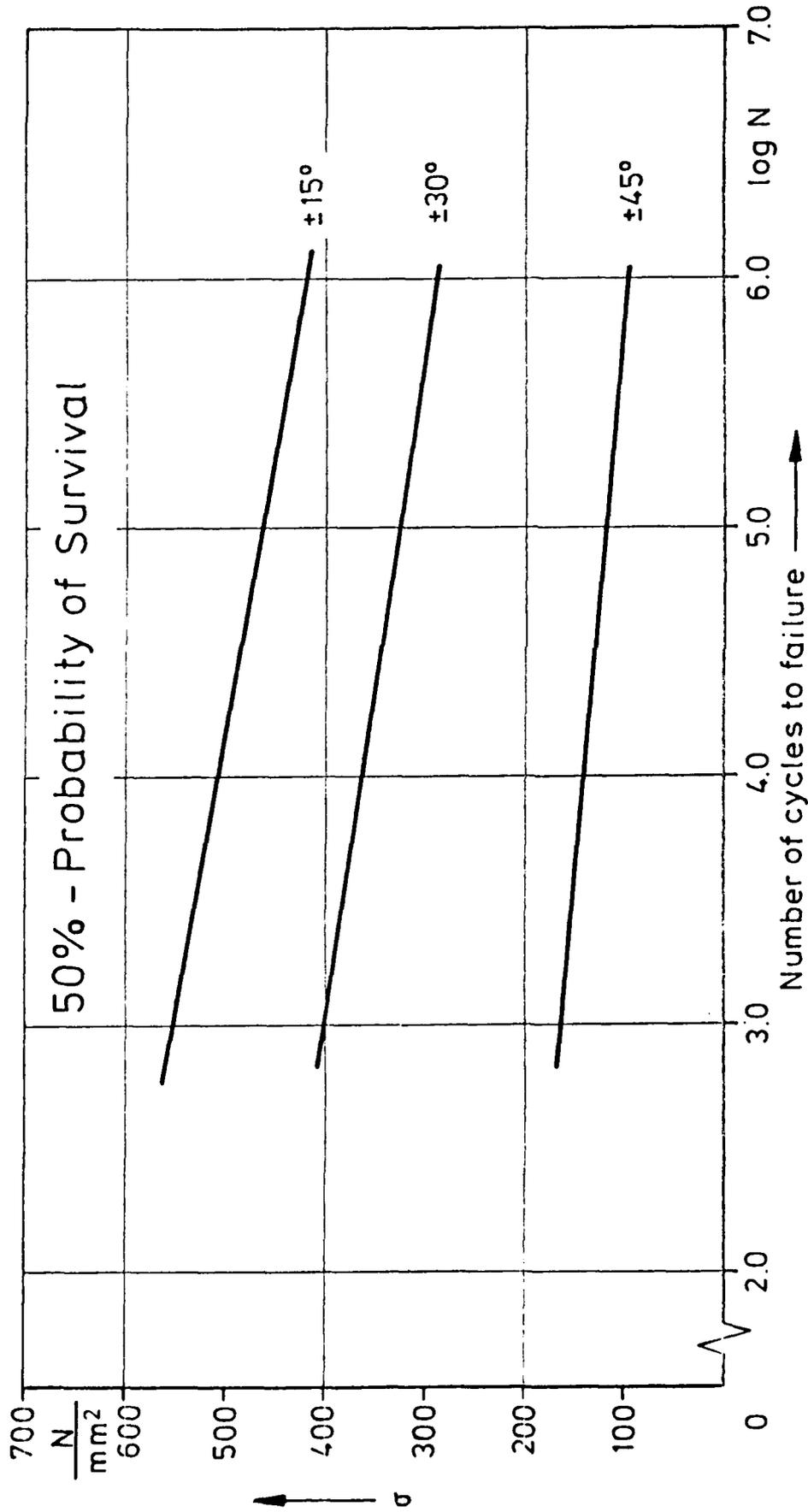
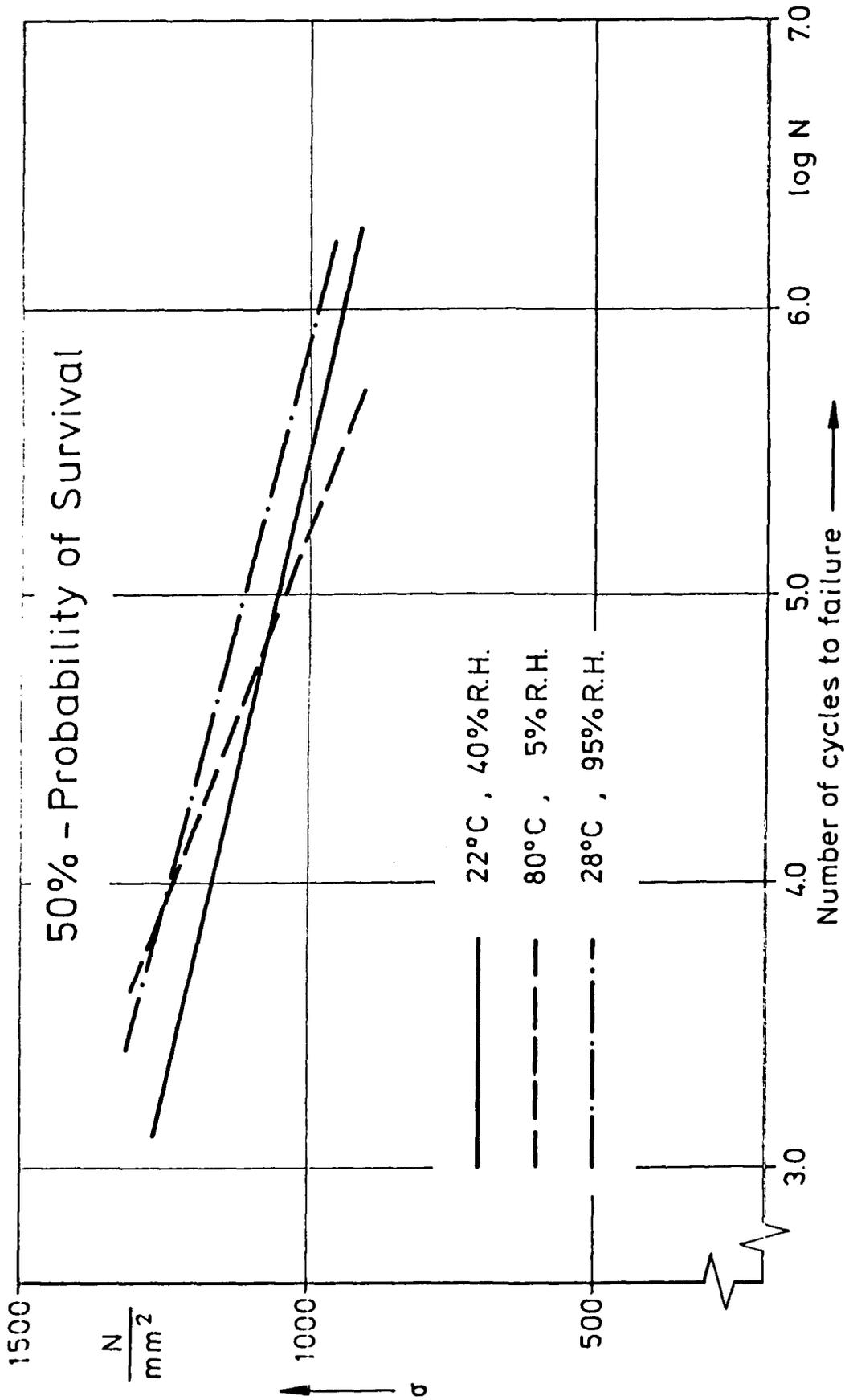


Bild 2: Einfluß der Faserorientierung auf die Schwingfestigkeit von angle-ply-Laminaten



Graph showing the relationship between the strength and the number of cycles to failure for unidirectional 0°-laminates at three different temperatures and relative humidities.



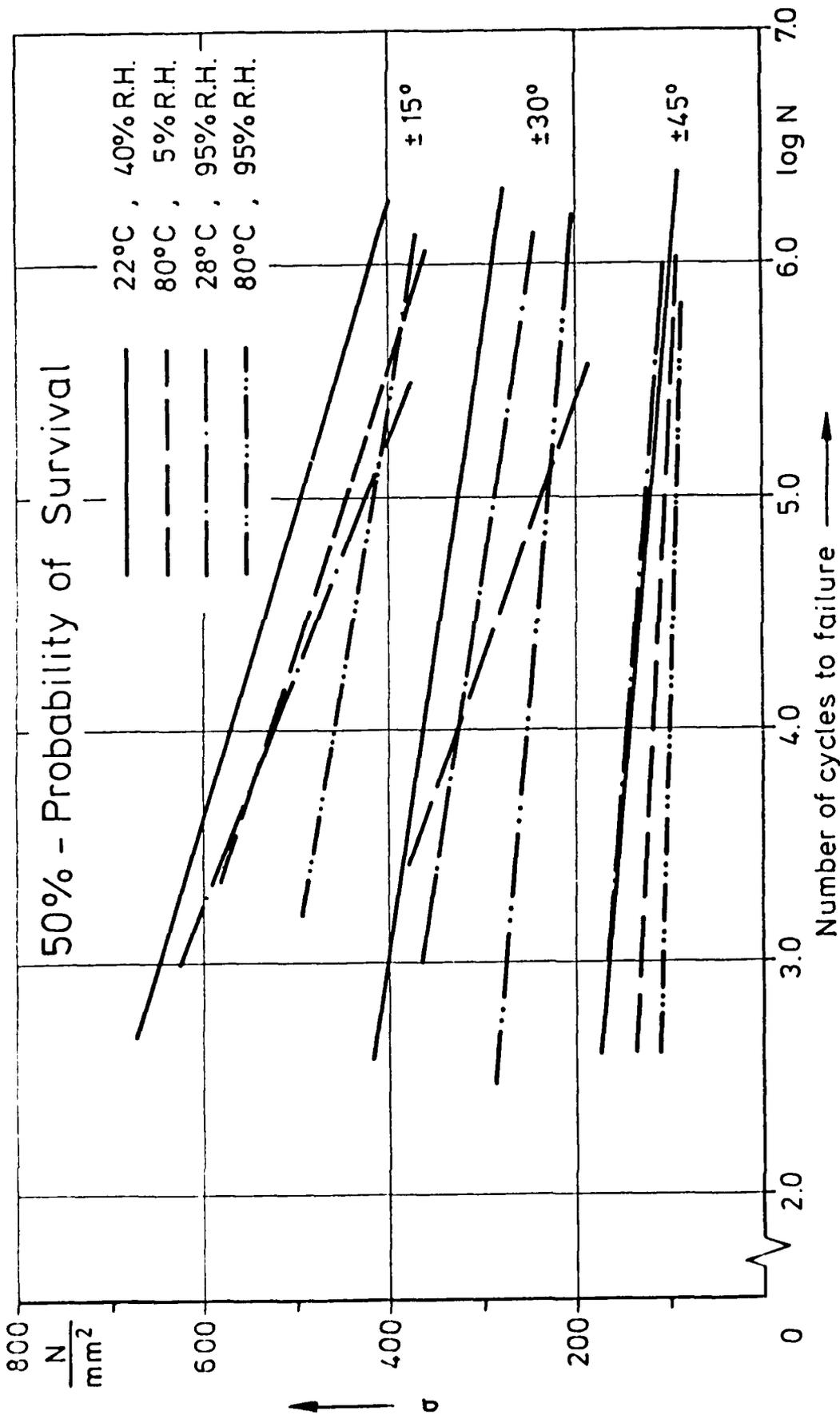


Bild 4: Einfluß von Temperatur und Feuchte auf die Schwingfestigkeit von angle-ply-Laminaten

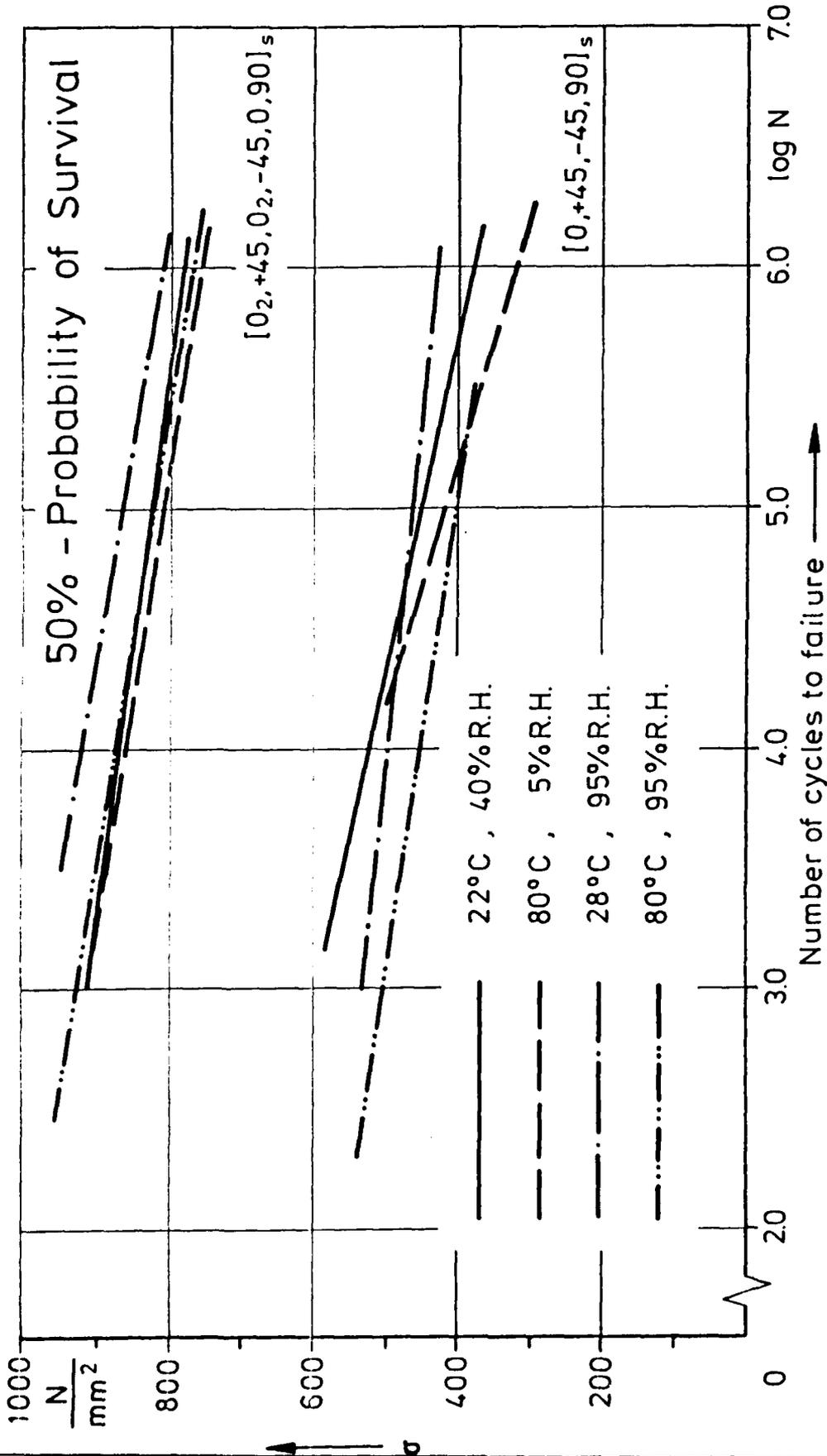
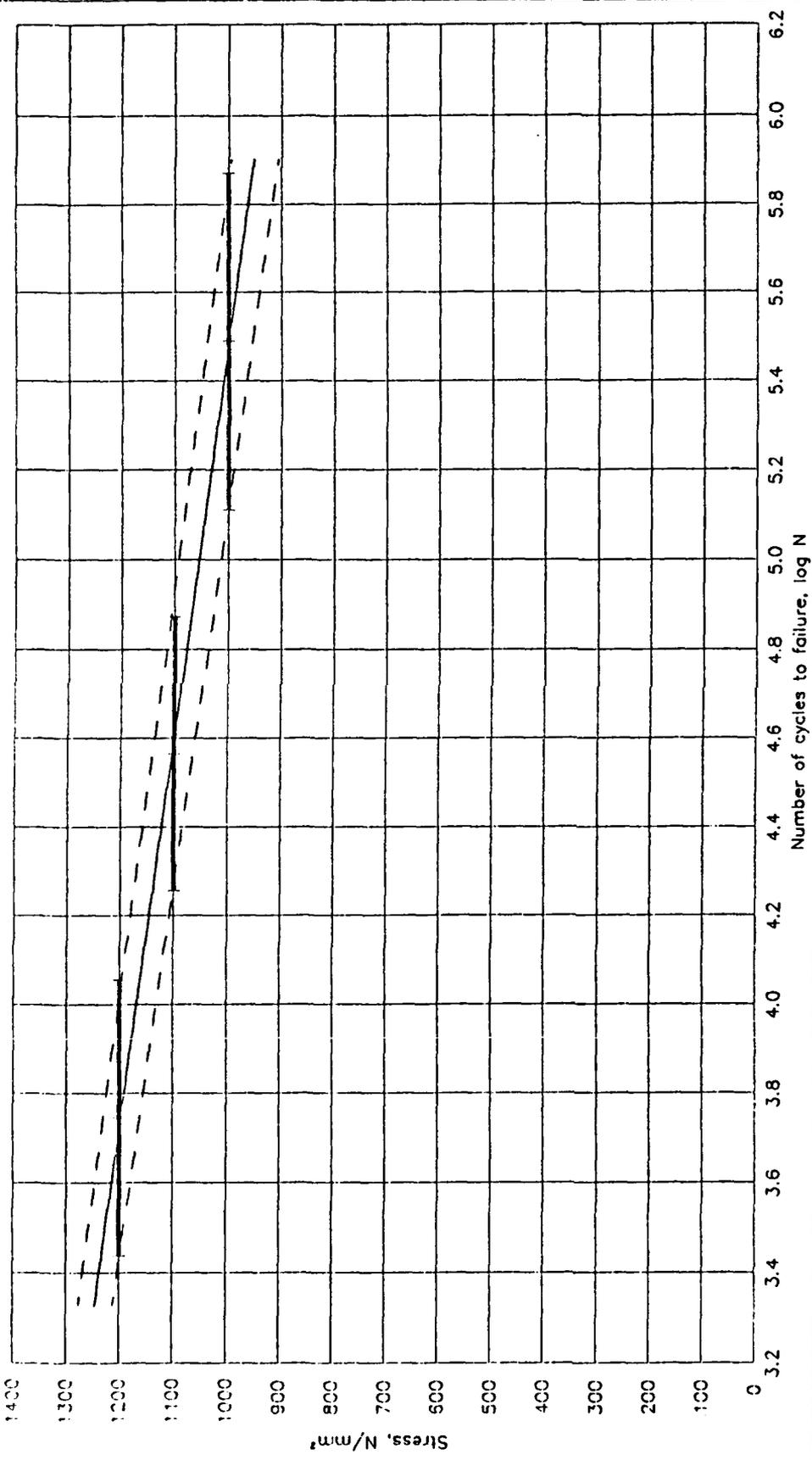


Bild 5: Einfluß von Temperatur und Feuchte auf die Schwingfestigkeit multidirektionaler Laminat

90%, 50%, 10% probability of survival

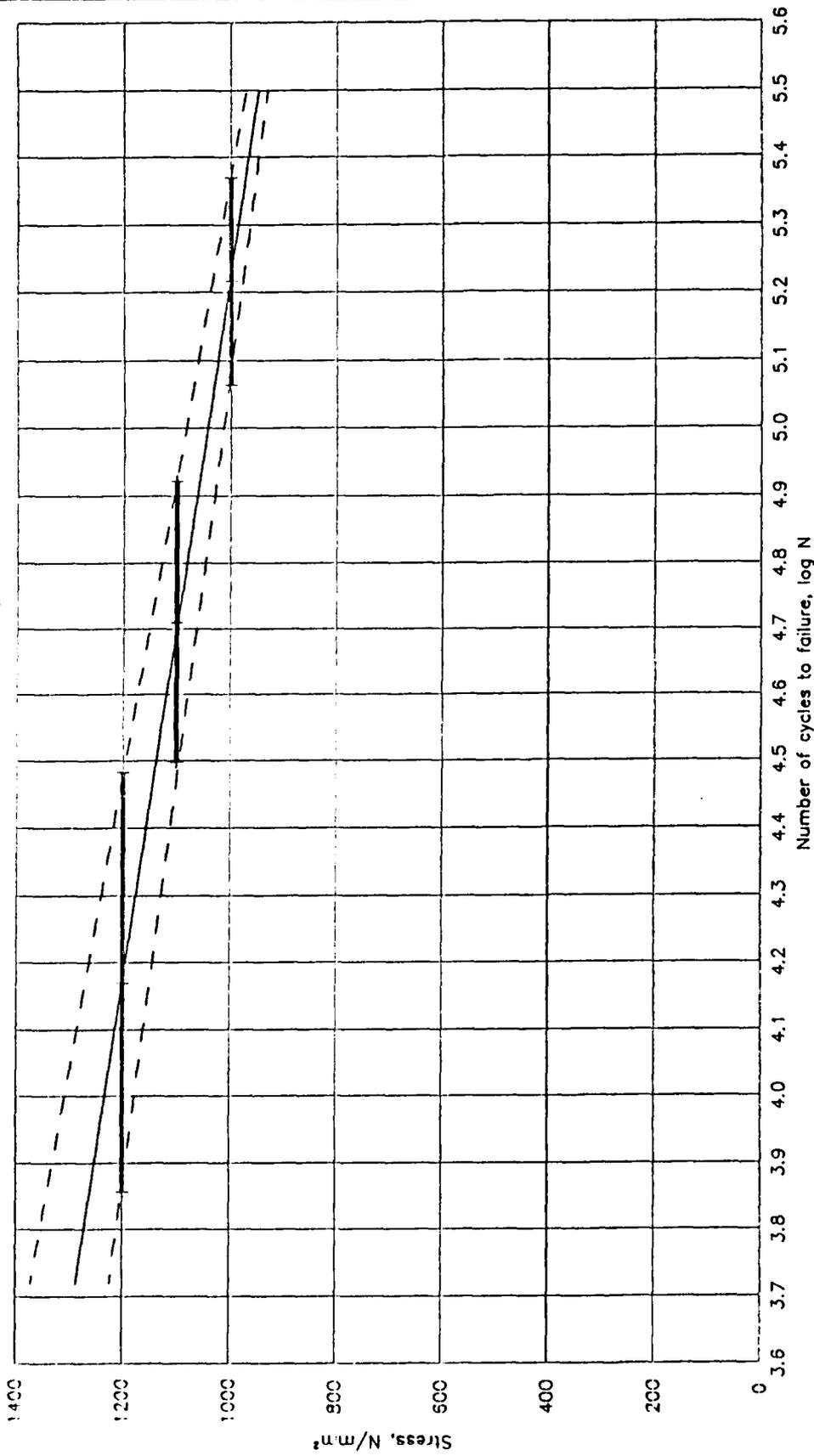


Unidirectional laminate, on-axis
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$
Temp. = 22° C, rel. hum. = 40%

131/13

Bild 6

90%, 50%, 10% probability of survival

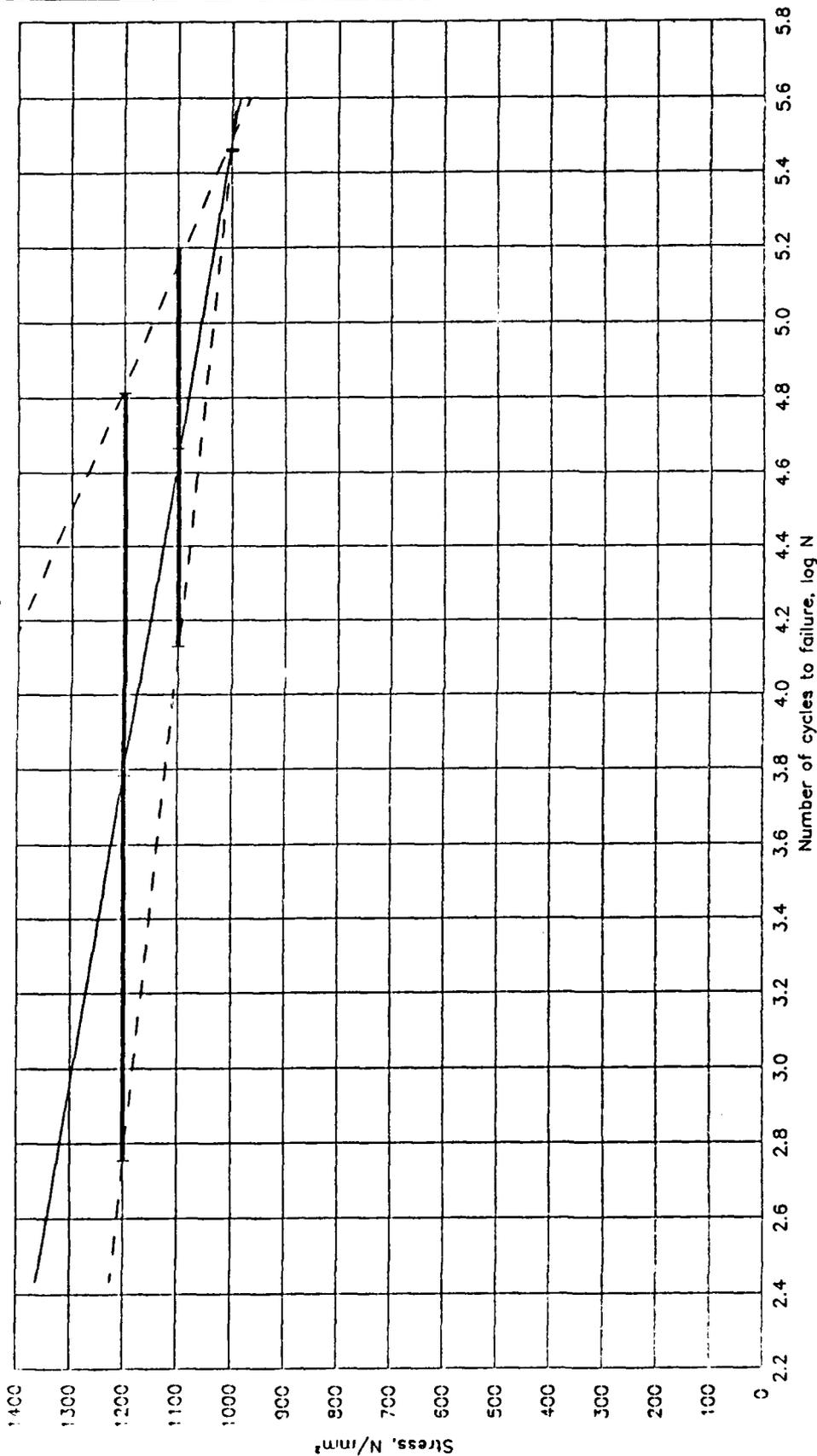


Unidirectional laminate, on-axis
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$
Temp. = 80° C, rel. hum. = 05%

131/13

Bild 7

90%, 50%, 10% probability of survival

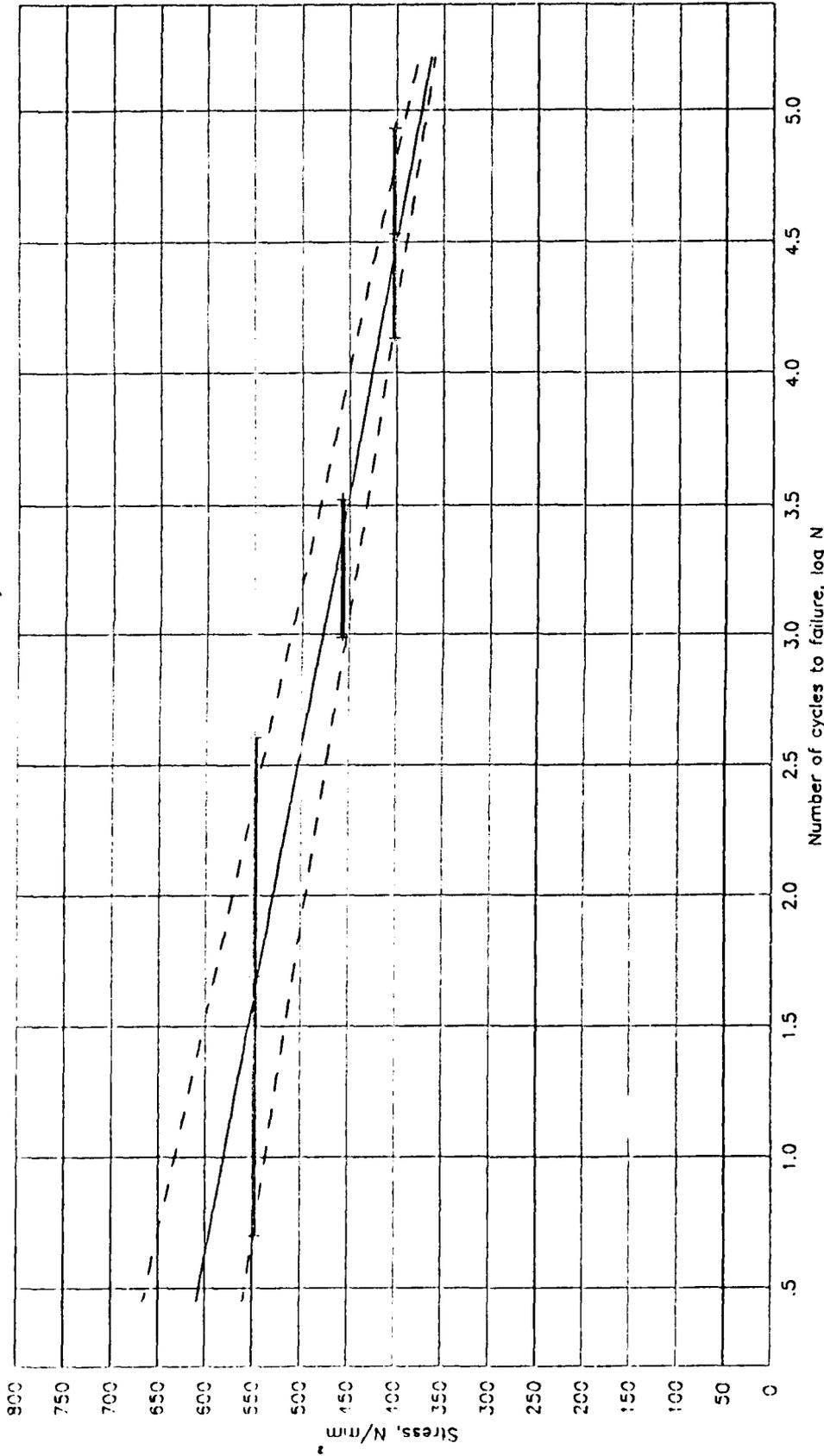


Unidirectional laminate, on-axis
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$
Temp. = 28° C, rel. hum. = 95%

131/13

Bild 8

90%, 50%, 10% probability of survival

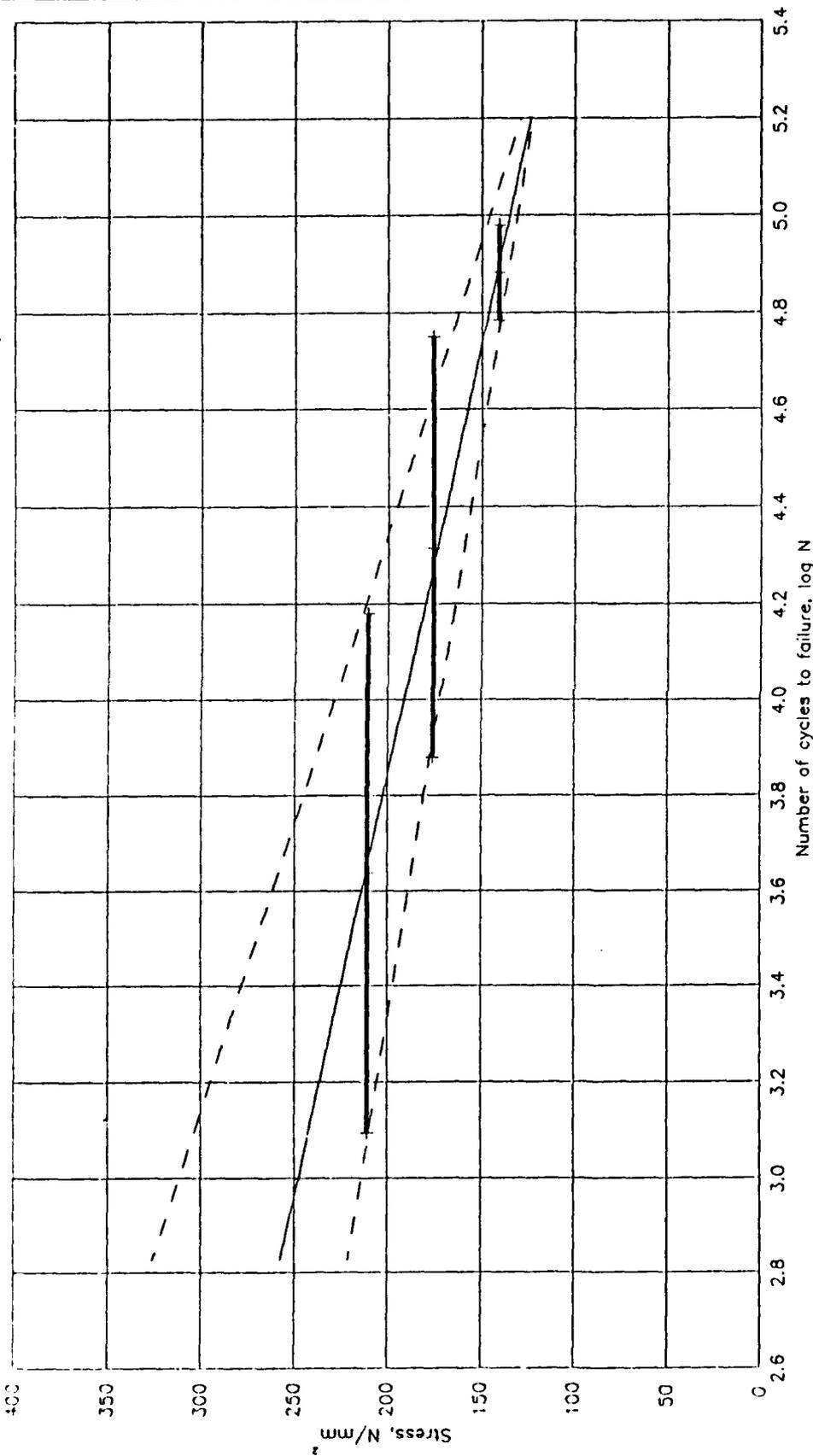


Unidirectional laminate, off-axis 5°
Tension-tension fatigue, R = 0.1
Temp. = 22° C, rel. hum. = 40%

131/13

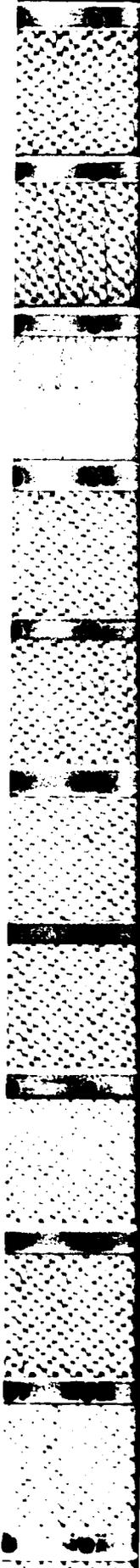
Bild 9

90%, 50%, 10% probability of survival

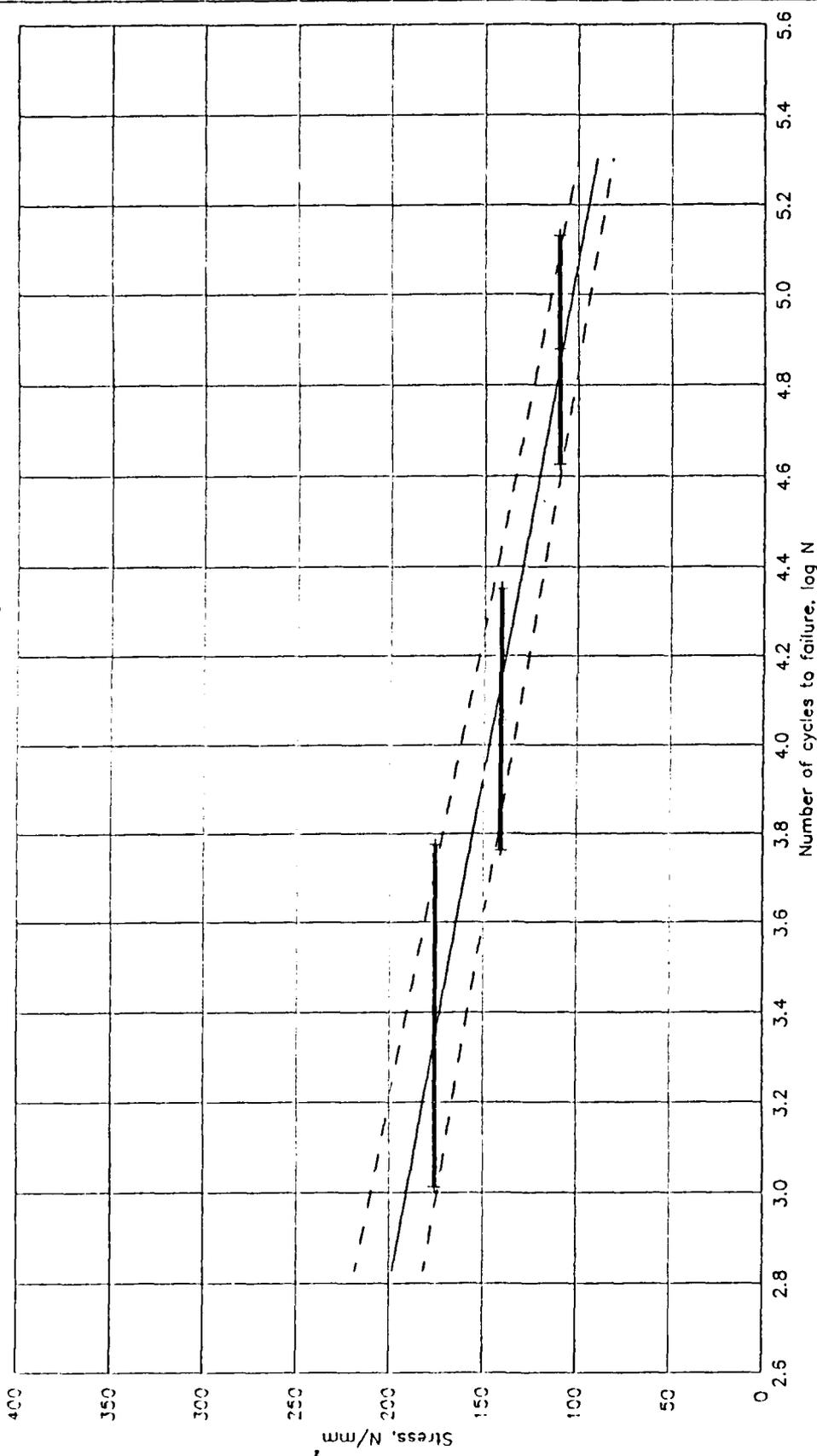


Unidirectional laminate, off-axis 15°
Tension-tension fatigue, R = 0.1
Temp. = 22° C, rel. hum. = 40%

131/13
Bild 10



90%, 50%, 10% probability of survival

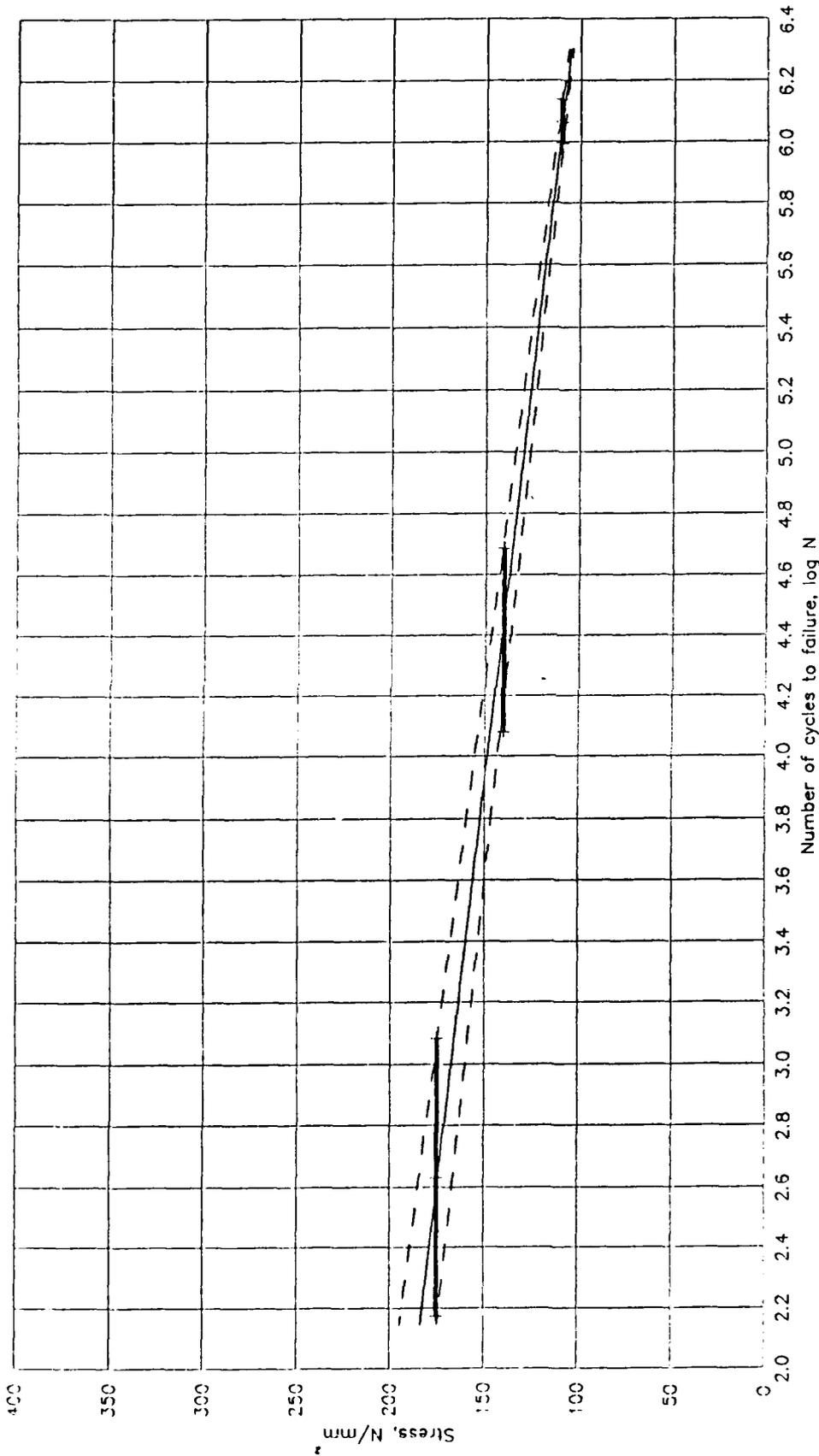


Unidirectional laminate, off-axis 15°
Tension-tension fatigue, R = 0.1
Temp. = 80° C, rel. hum. = 05%

131/13

Bild 11

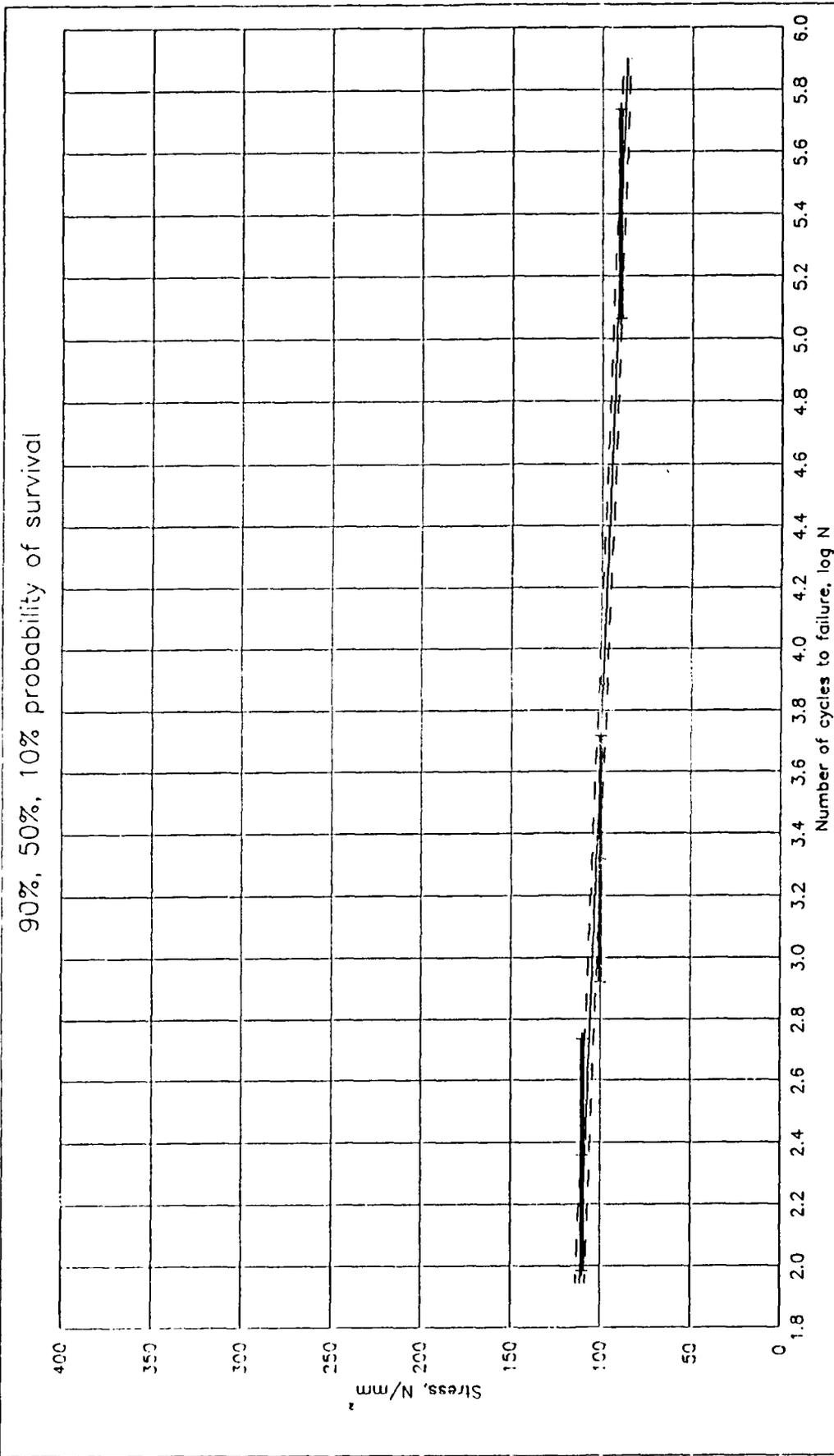
90%, 50%, 10% probability of survival



Unidirectional laminate, off-axis 15°
Tension-tension fatigue, R = 0.1
Temp. = 28° C, rel. hum. = 95%

131/13

Bild 12

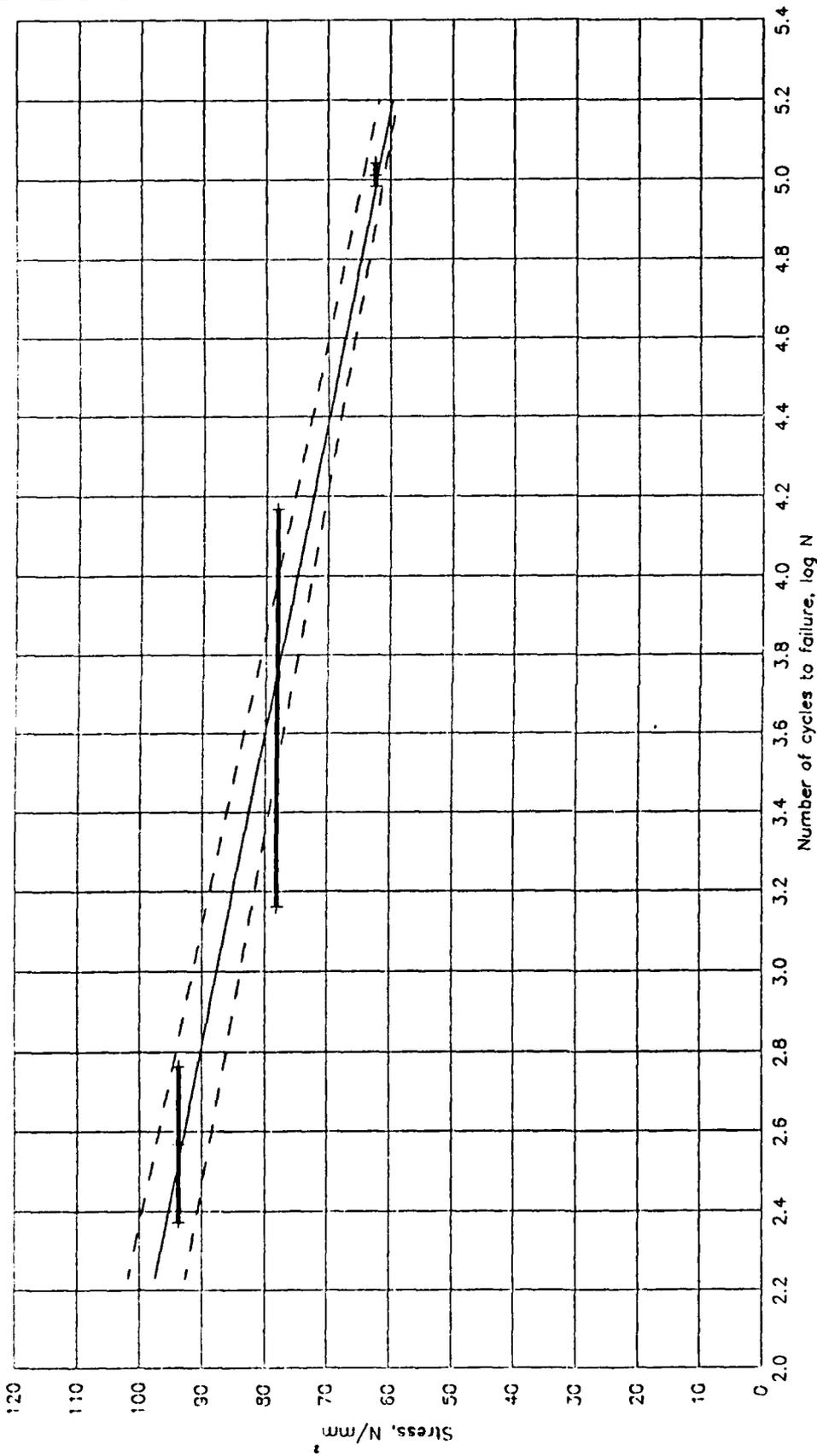


 **DFVLR**

Unidirectional laminate, off-axis 15°
Tension-tension fatigue, R = 0.1
Temp. = 80° C, rel. hum. = 95%

131/13
Bild 13

90%, 50%, 10% probability of survival

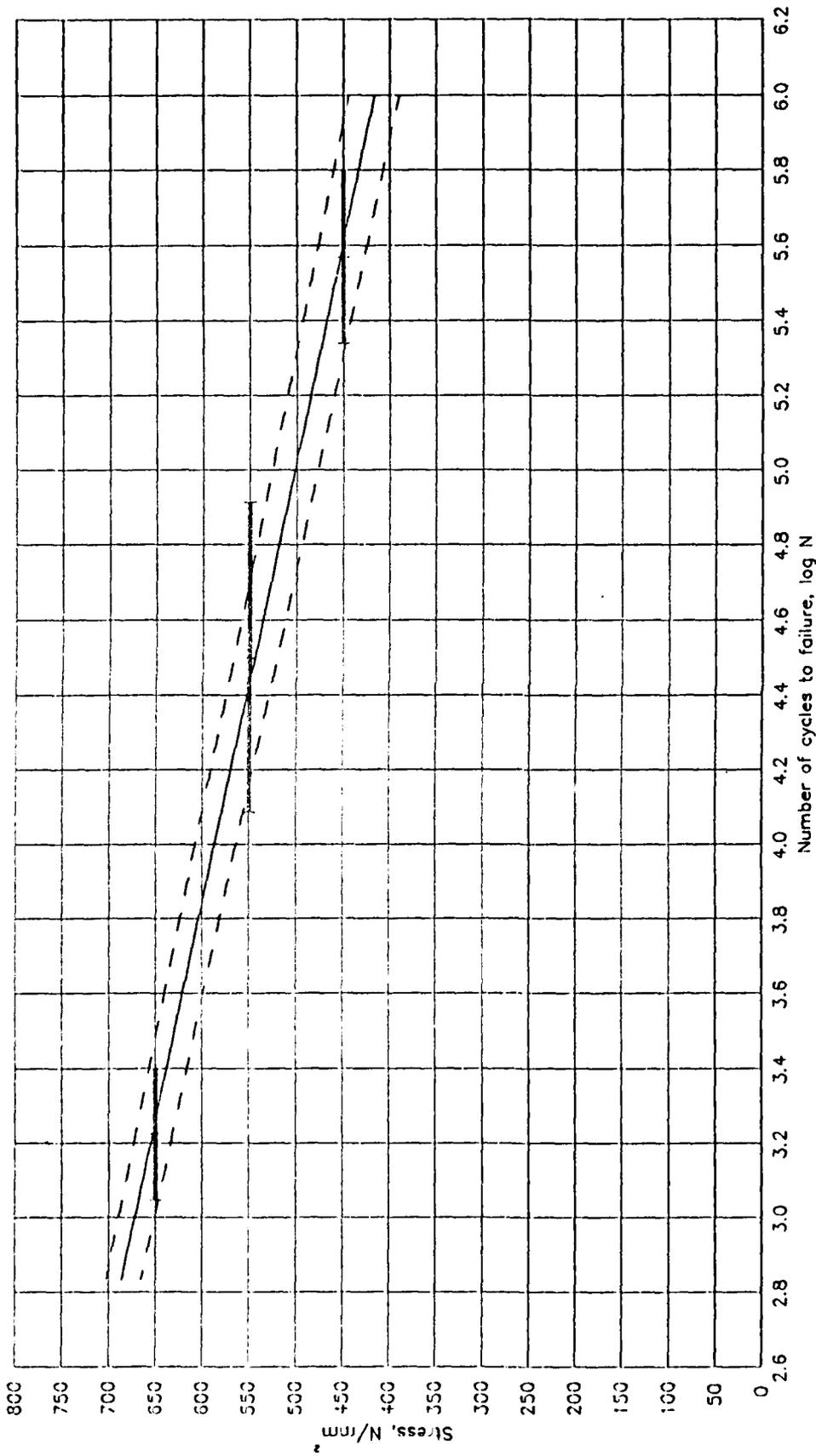


Unidirectional laminate, off-axis 45°
Tension-tension fatigue, R = 0.1
Temp. = 22° C, rel. hum. = 40%

131/13

Bild 14

90%, 50%, 10% probability of survival

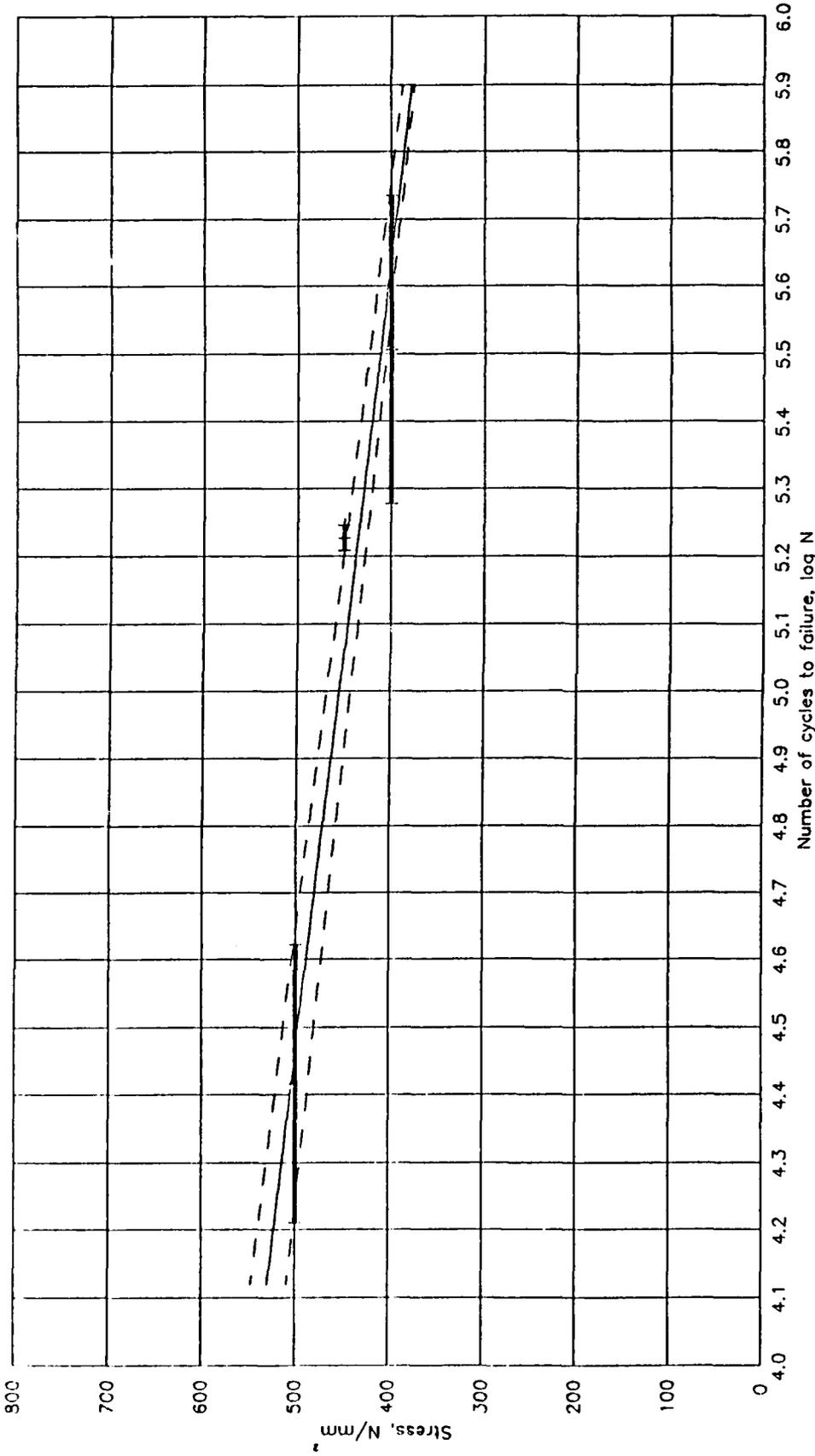


Angle-ply laminate, +/- 15°
Tension-tension fatigue, R = 0.1
Temp. = 22° C, rel. hum. = 40%

131/13

Bild 15

90%, 50%, 10% probability of survival

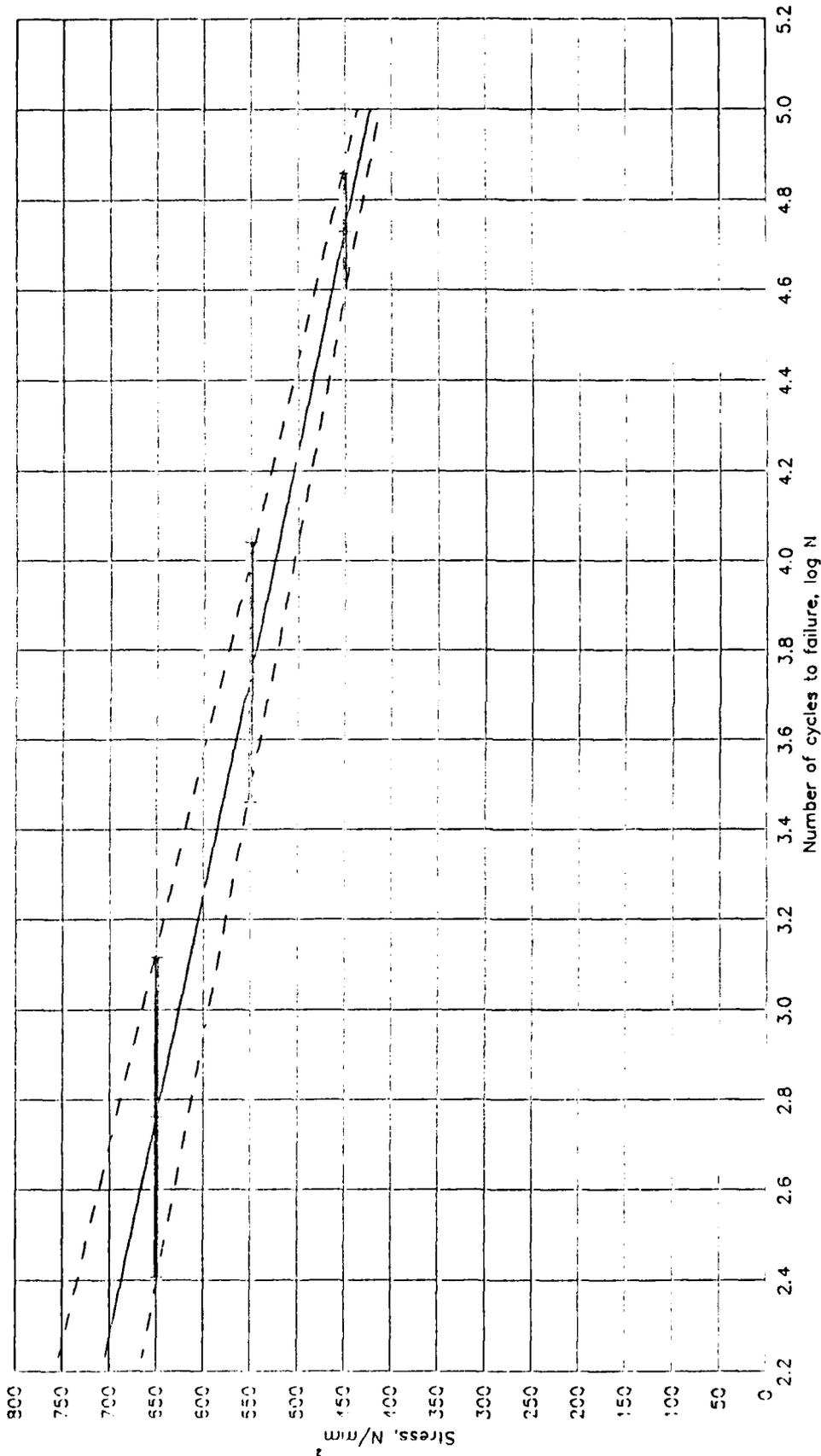


Angle-ply laminate, $\pm 15^\circ$
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$
Temp. = 80°C , rel. hum. = 05%

131/13

Bild 16

90%, 50%, 10% probability of survival

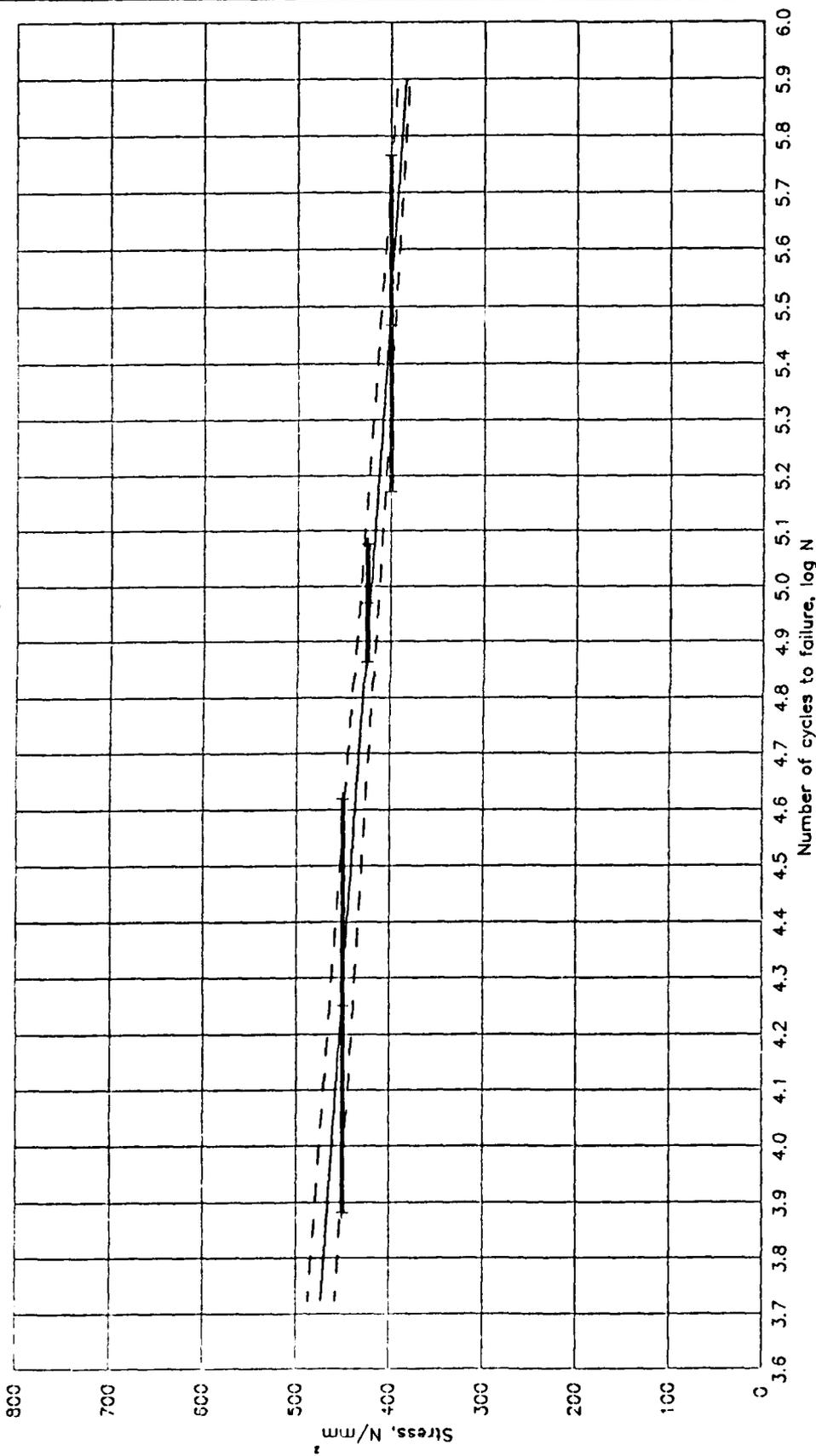


Angle-ply laminate, $\pm 15^\circ$
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$
Temp. = 28°C , rel. hum. = 95%

131/13

Bild 17

90%, 50%, 10% probability of survival

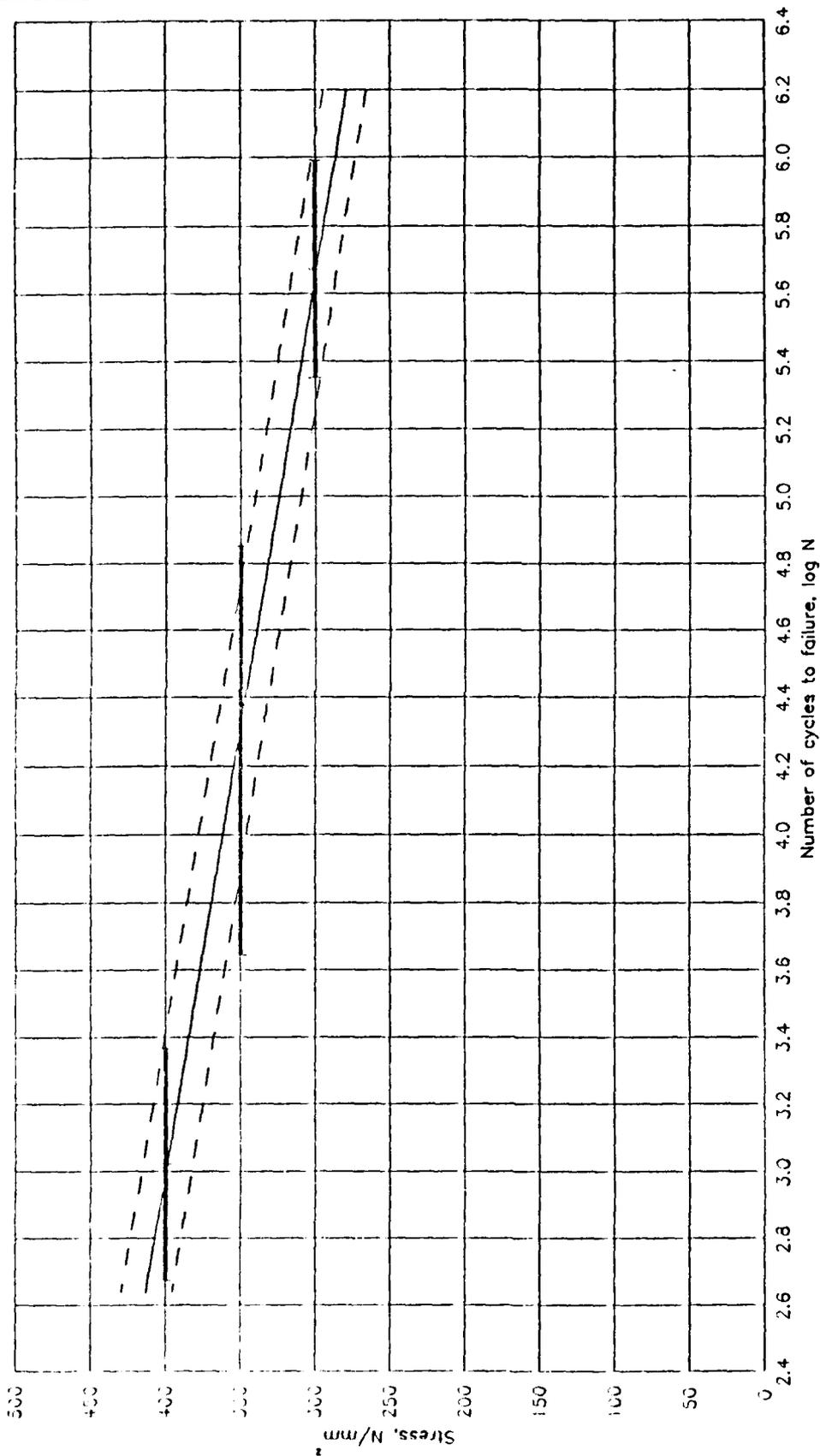


Angle-ply laminate, $\pm 15^\circ$
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$
Temp. = 80°C , rel. hum. = 95%

131/13

Bild 18

90%, 50%, 10% probability of survival



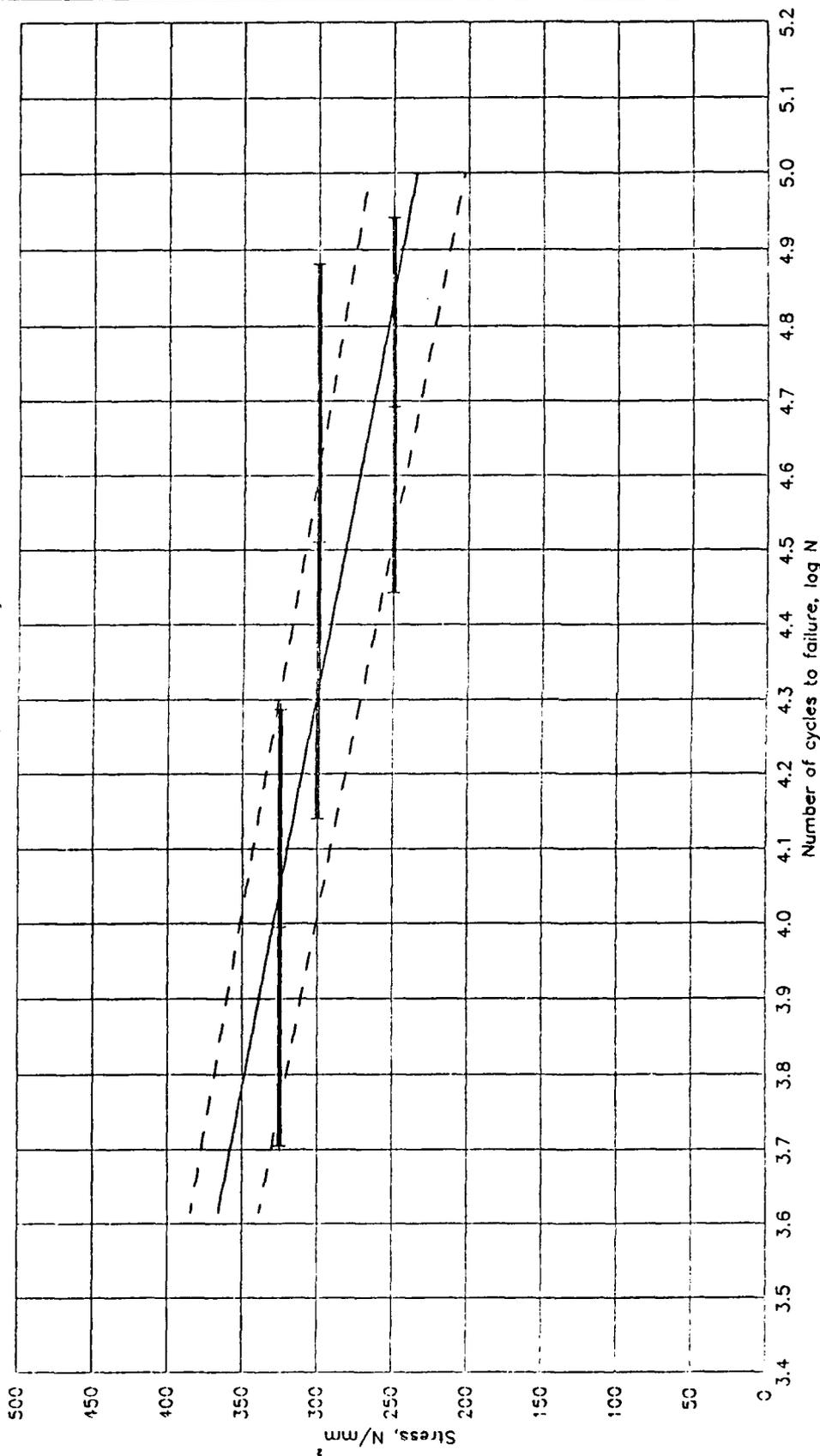
DFVLR

Angle-ply laminate, $\pm 30^\circ$
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$
Temp = 22°C , rel. hum. = 40%

131/13

Bild 19

90%, 50%, 10% probability of survival

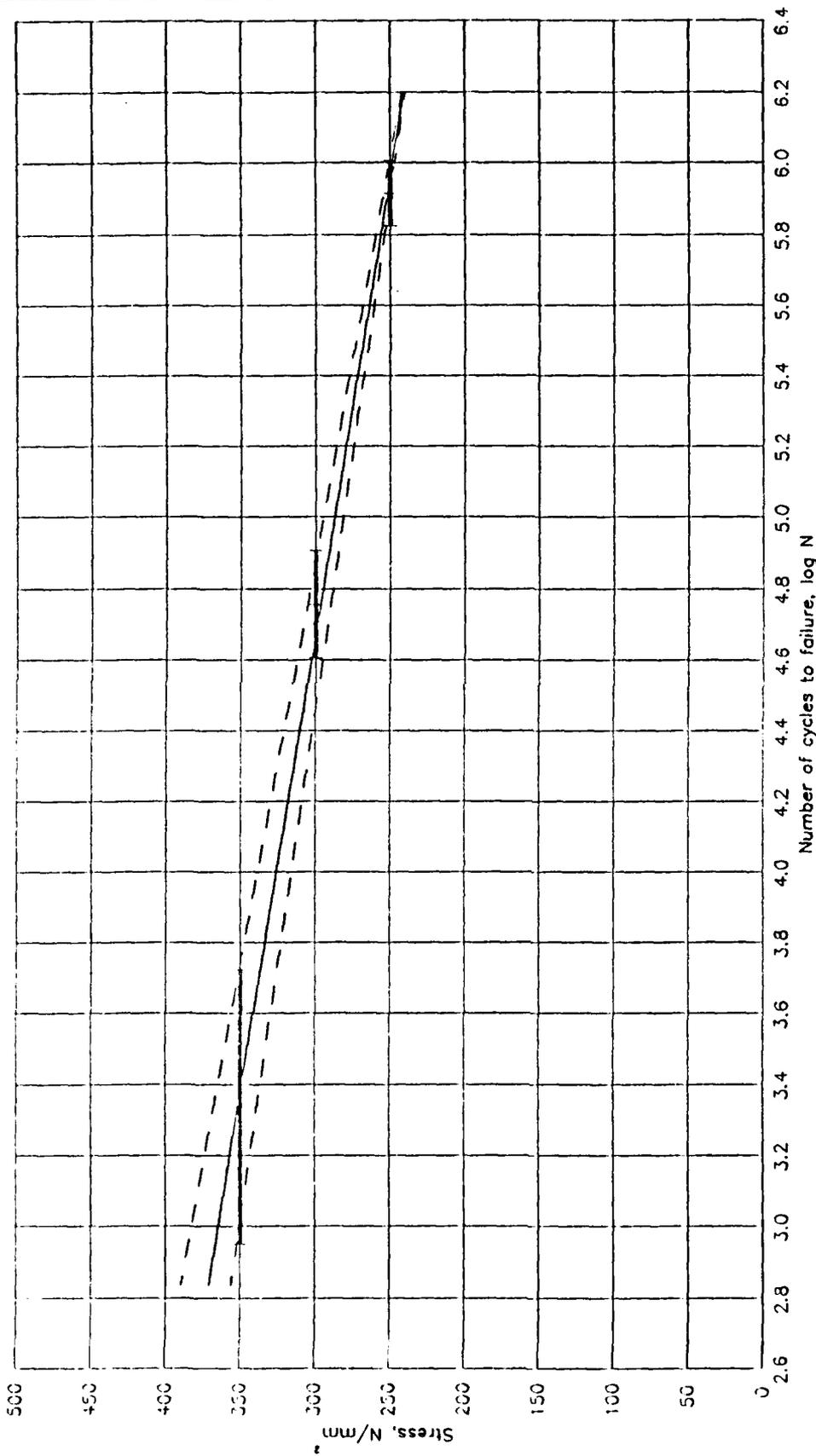


Angle-ply laminate, $\pm 30^\circ$
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$
Temp. = 80°C , rel. hum. = 05%

131/13

Bild 20

90%, 50%, 10% probability of survival

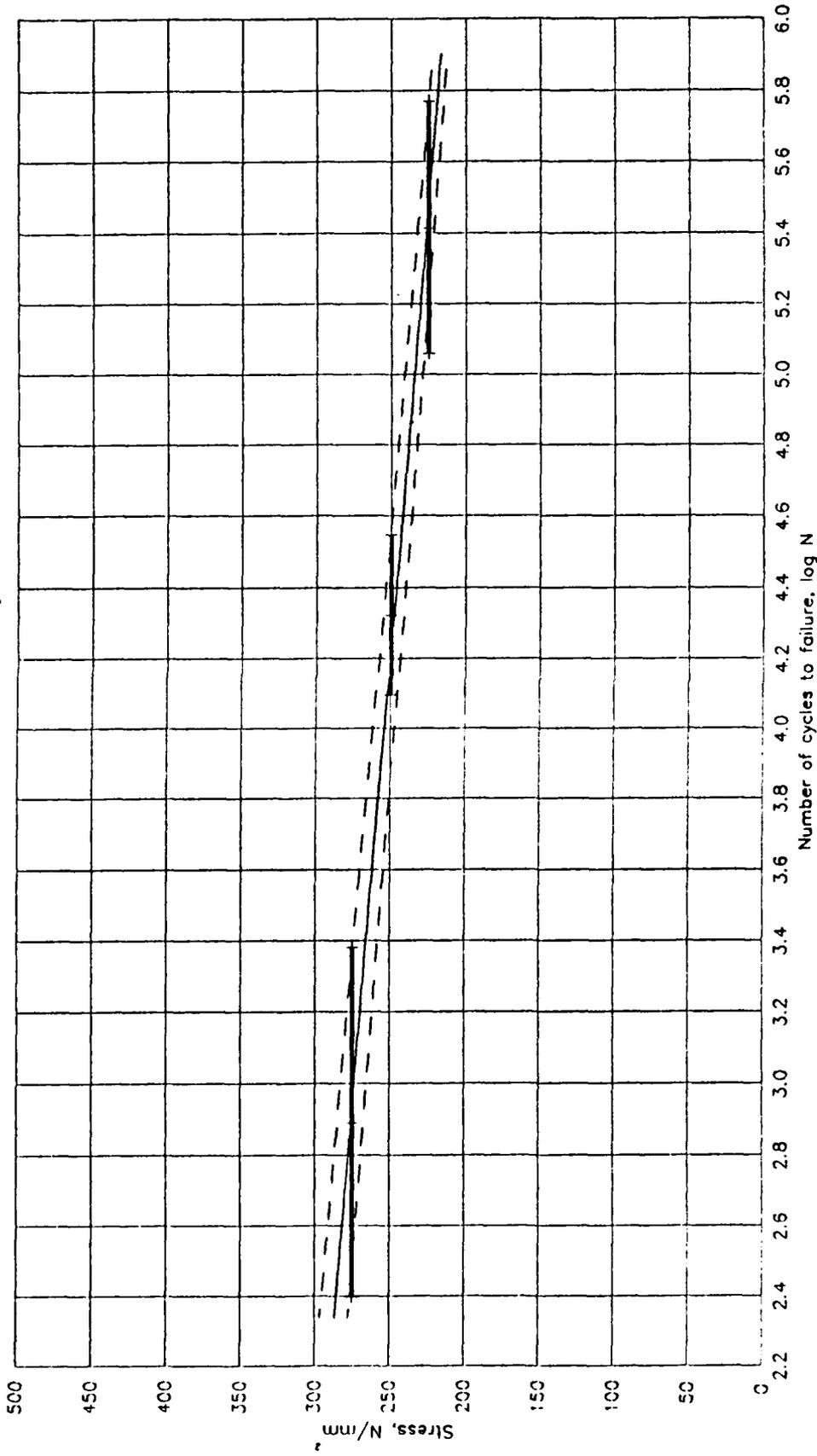


Angle-ply laminate, $+/- 30^\circ$
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$
Temp. = 28°C , rel. hum. = 95%

131/13

Bild 21

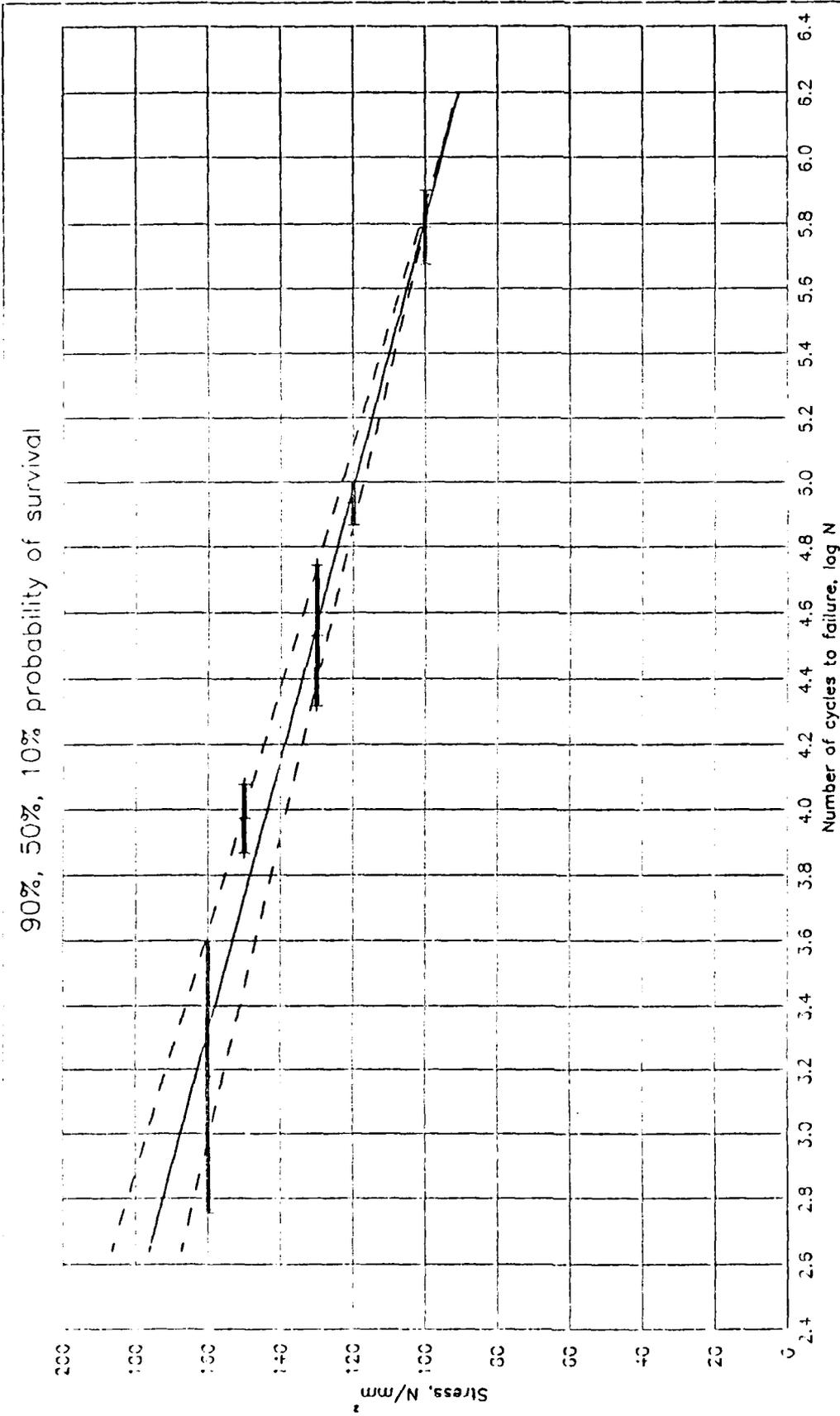
90%, 50%, 10% probability of survival



Angle-ply laminate, $\pm / - 30^\circ$
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$
Temp. = 80°C , rel. hum. = 95%

131/13

Bild 22

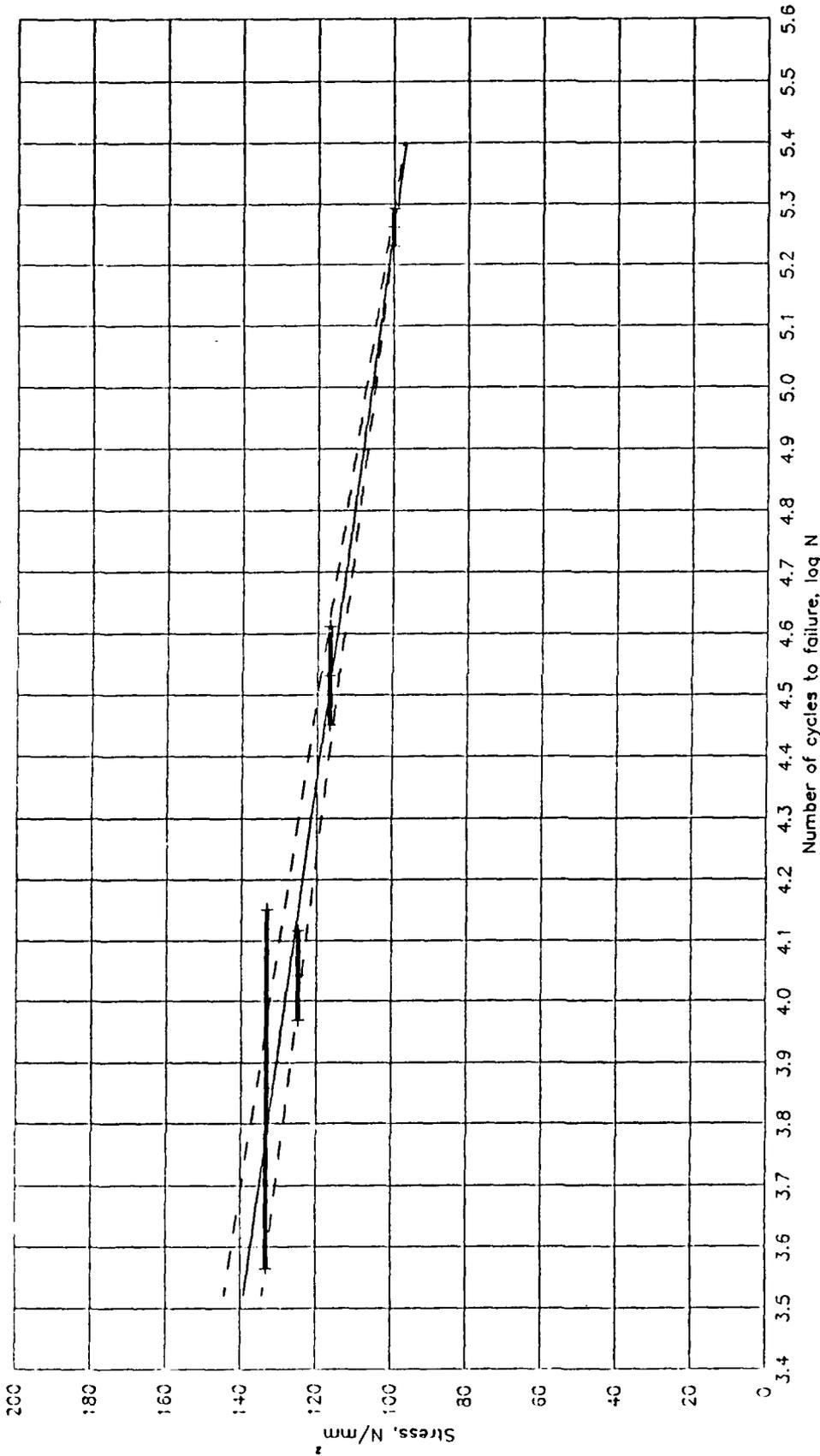


Angle-ply laminate, +/- 45°
Tension-tension fatigue, R = 0.1
T_{max} = 200 N/mm², T_{min} = 20 N/mm²

131/13

Bild 23

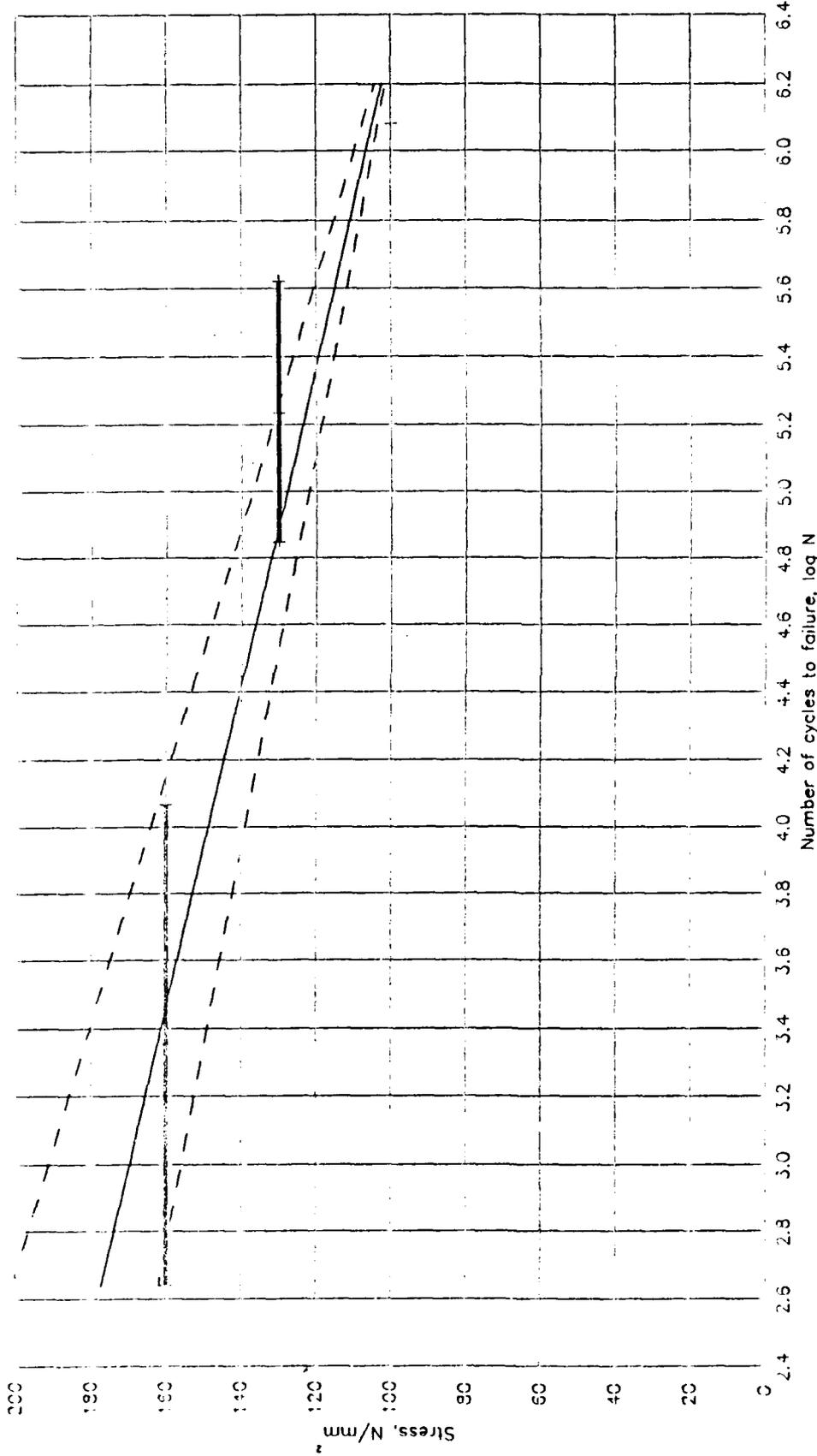
90%, 50%, 10% probability of survival



Angle-ply laminate, $\pm 45^\circ$
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$
Temp. = 80°C , rel. hum. = 05%

131/13
Bild 24

90%, 50%, 10% probability of survival



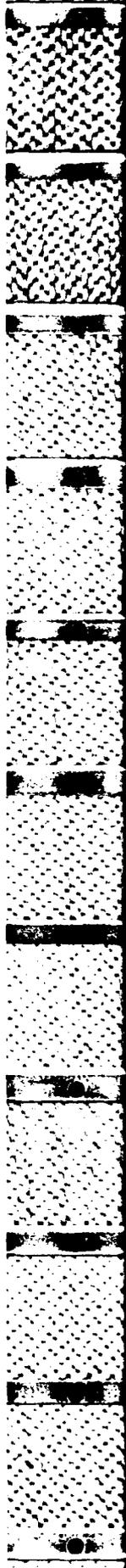
Angle-ply laminate, + / - 45°

Tension-tension fatigue, R = 0.1

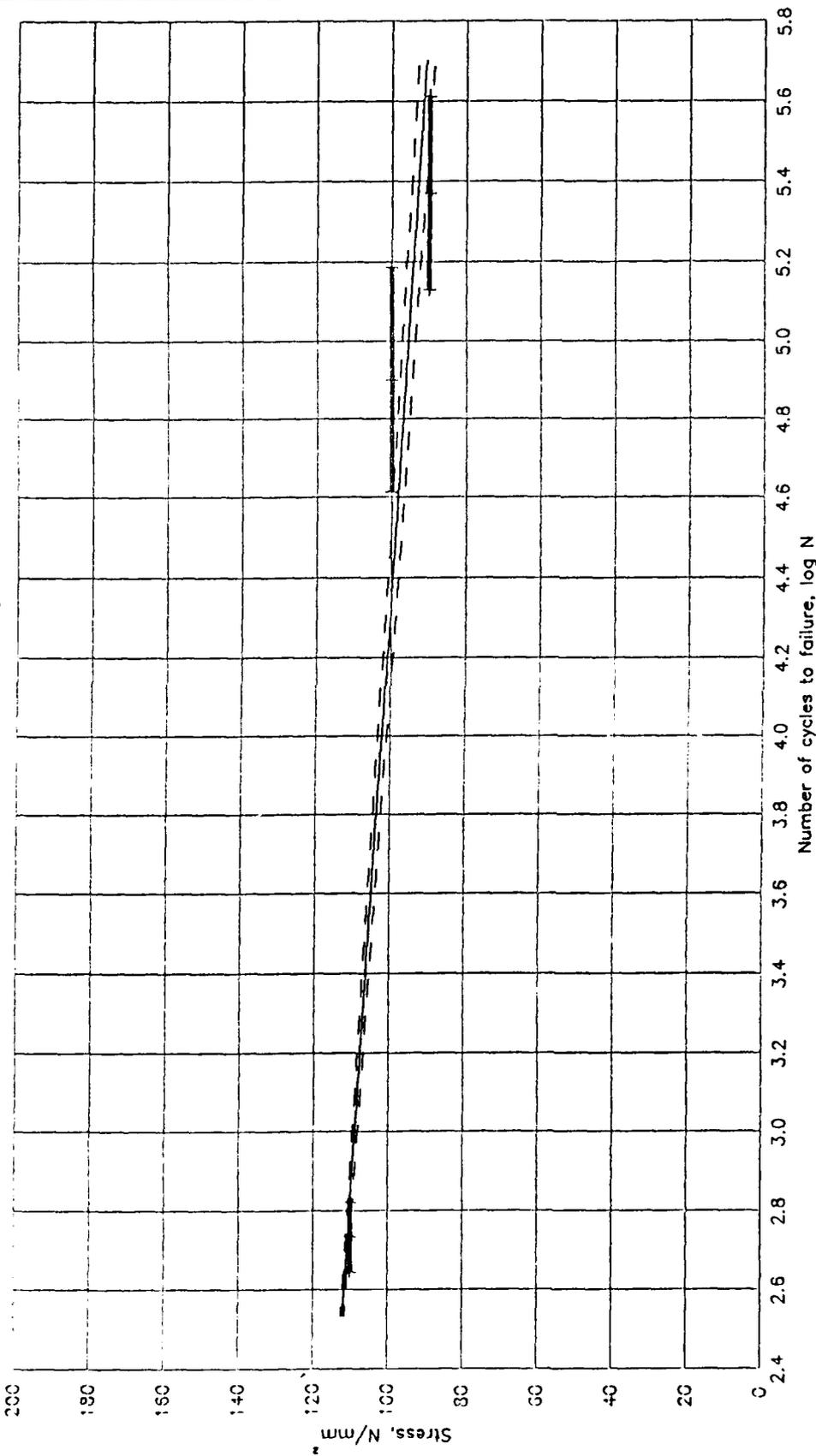
Temperature = 200 °C, relative humidity = 95%

131/13

Bild 25



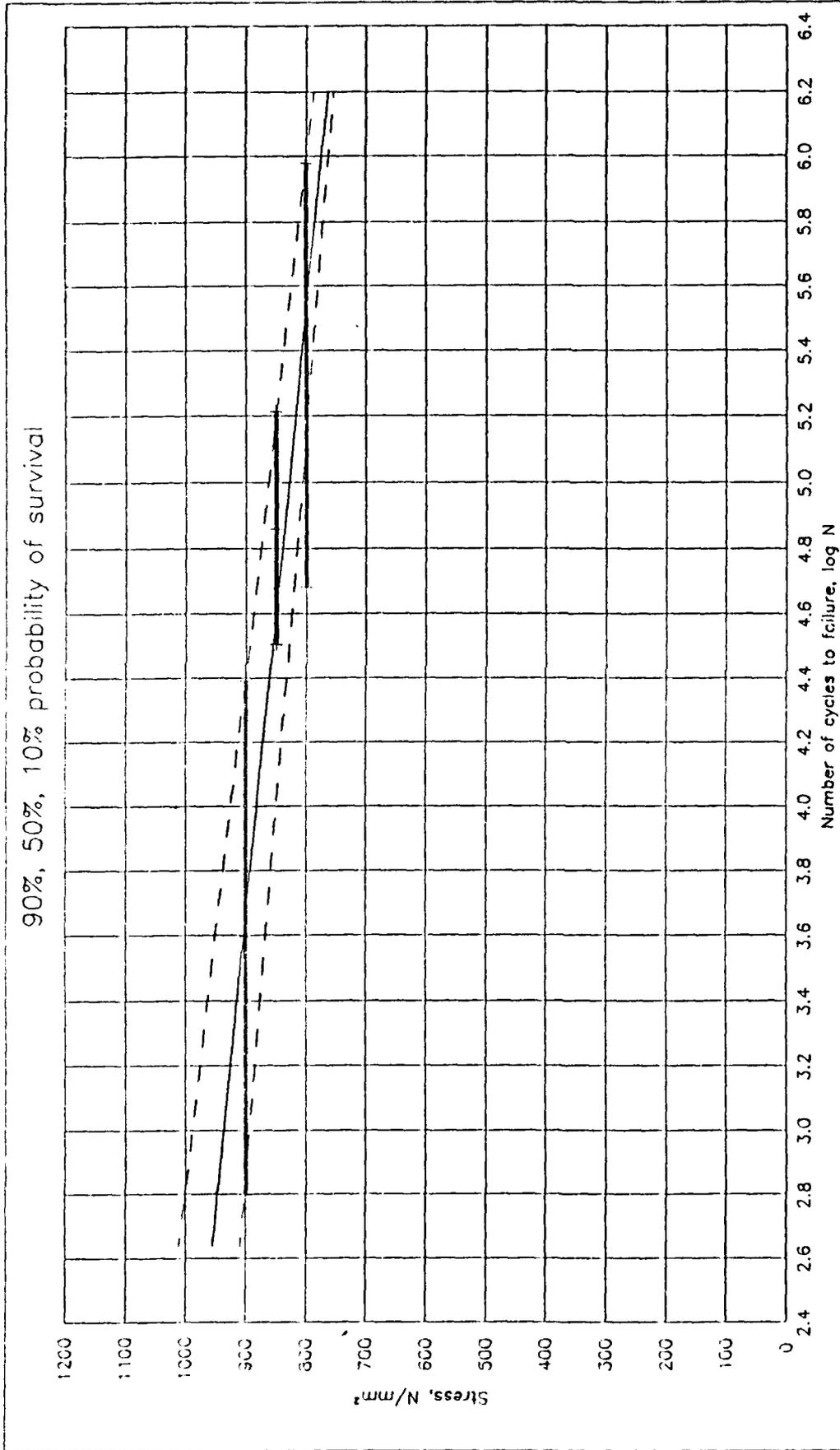
90%, 50%, 10% probability of survival



Angle-ply laminate, $\pm 45^\circ$
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$
Temp. = 80°C , rel. hum. = 95%

131/13

Bild 26

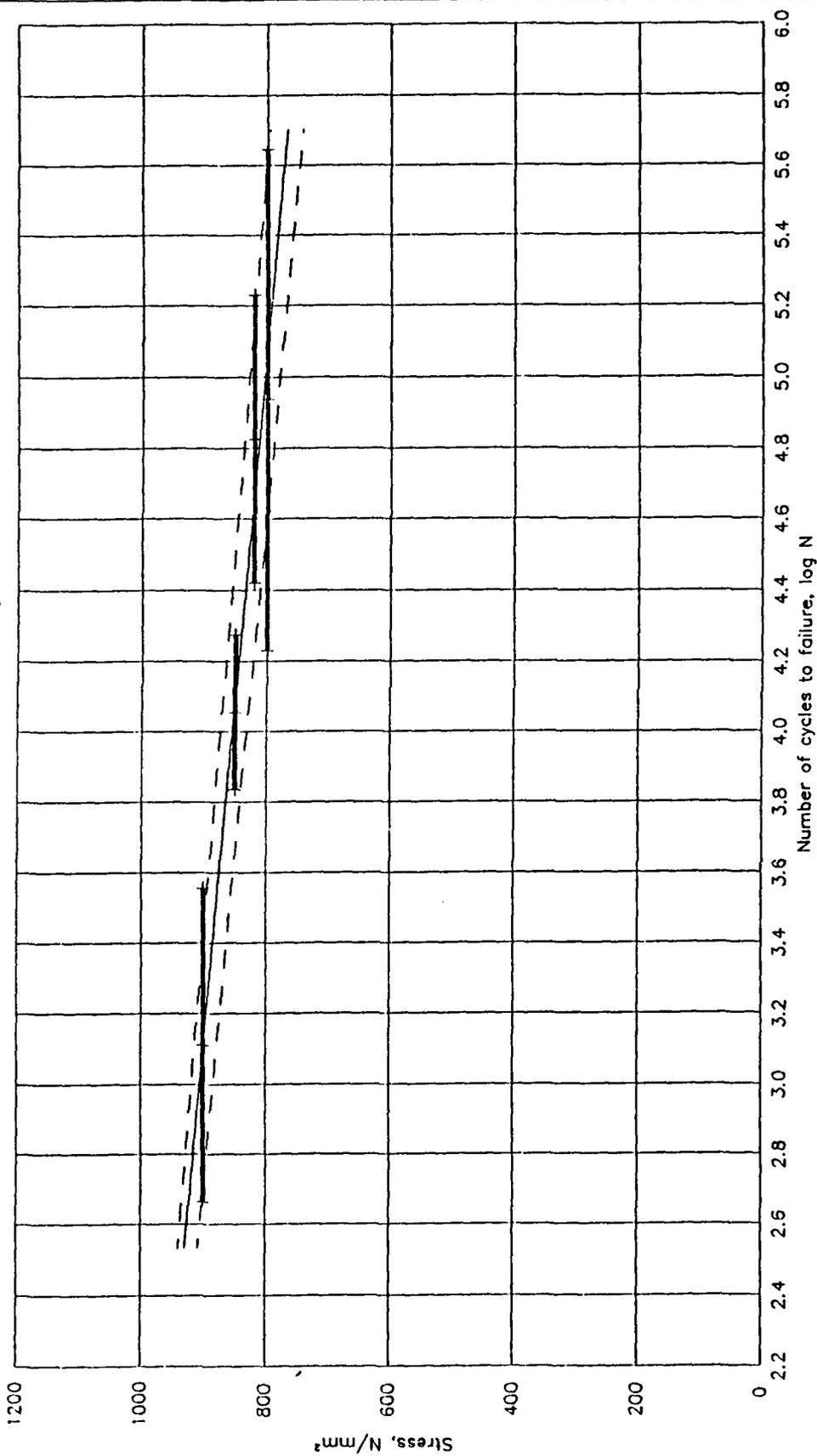


Multidirectional laminate, type 1
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$
Temp. = 22° C, rel. hum. = 40%

131/13

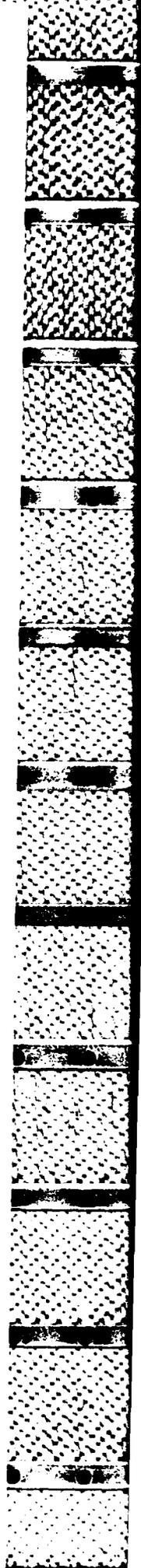
Bild 27

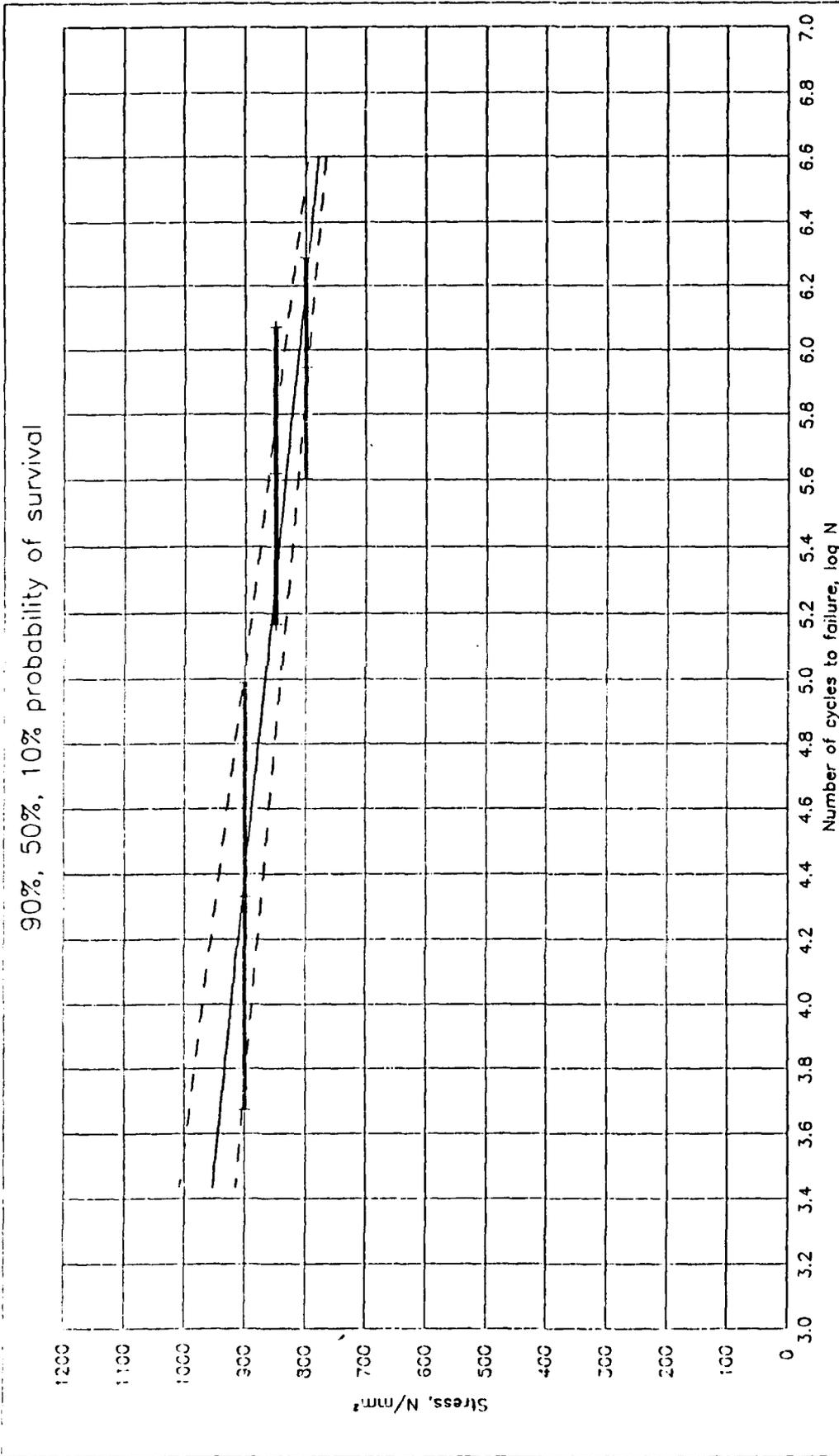
90%, 50%, 10% probability of survival



Multidirectional laminate, type 1
Tension-tension fatigue, R = 0.1
Temp. = 80° C, rel. hum. = 05%

131/13
Bild 28



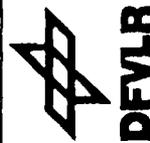
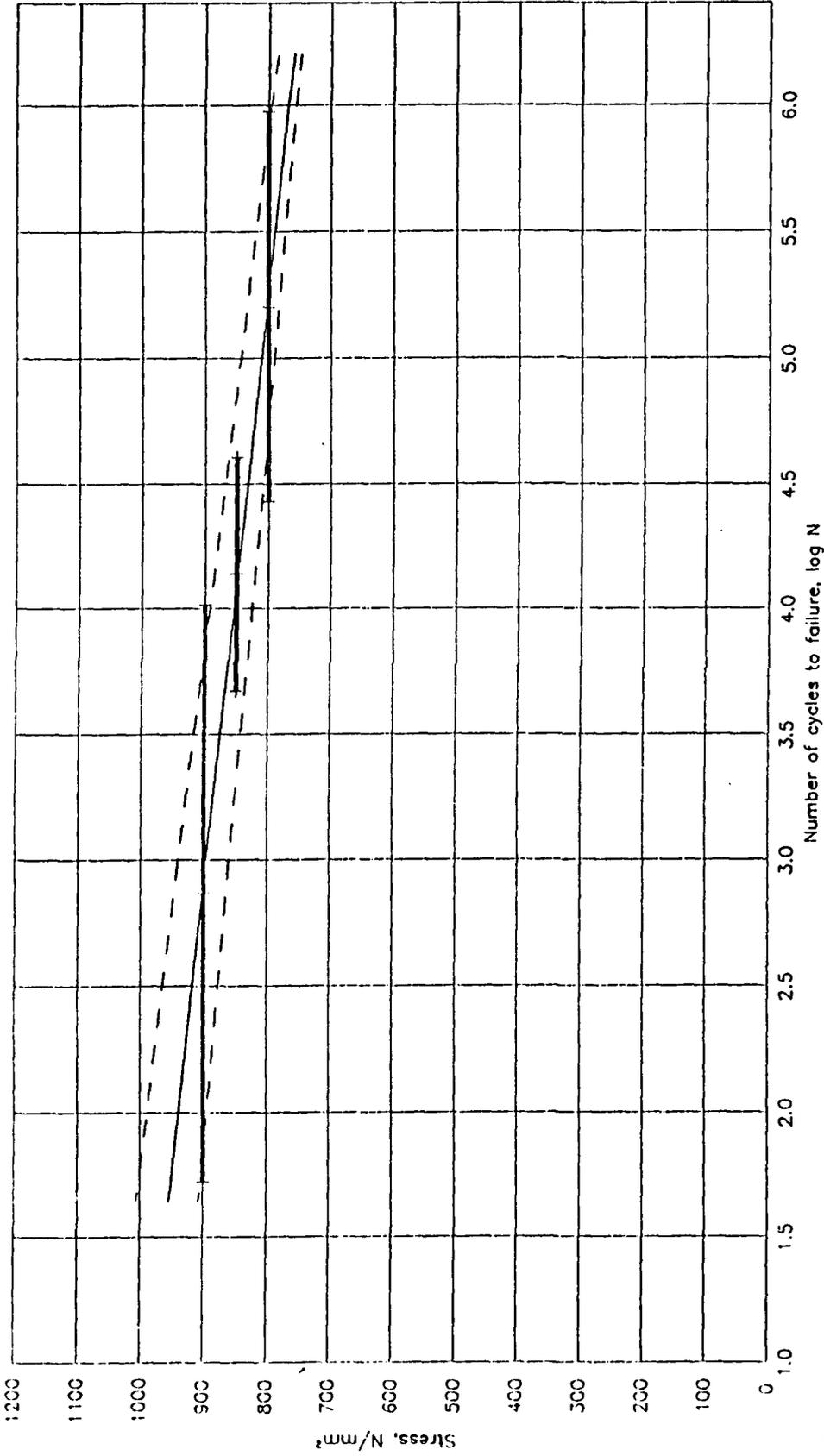


 **DFVLR**

Multidirectional laminate, type 1
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$
Temp. = 28° C, rel. hum. = 95%

131/13
Bild 29

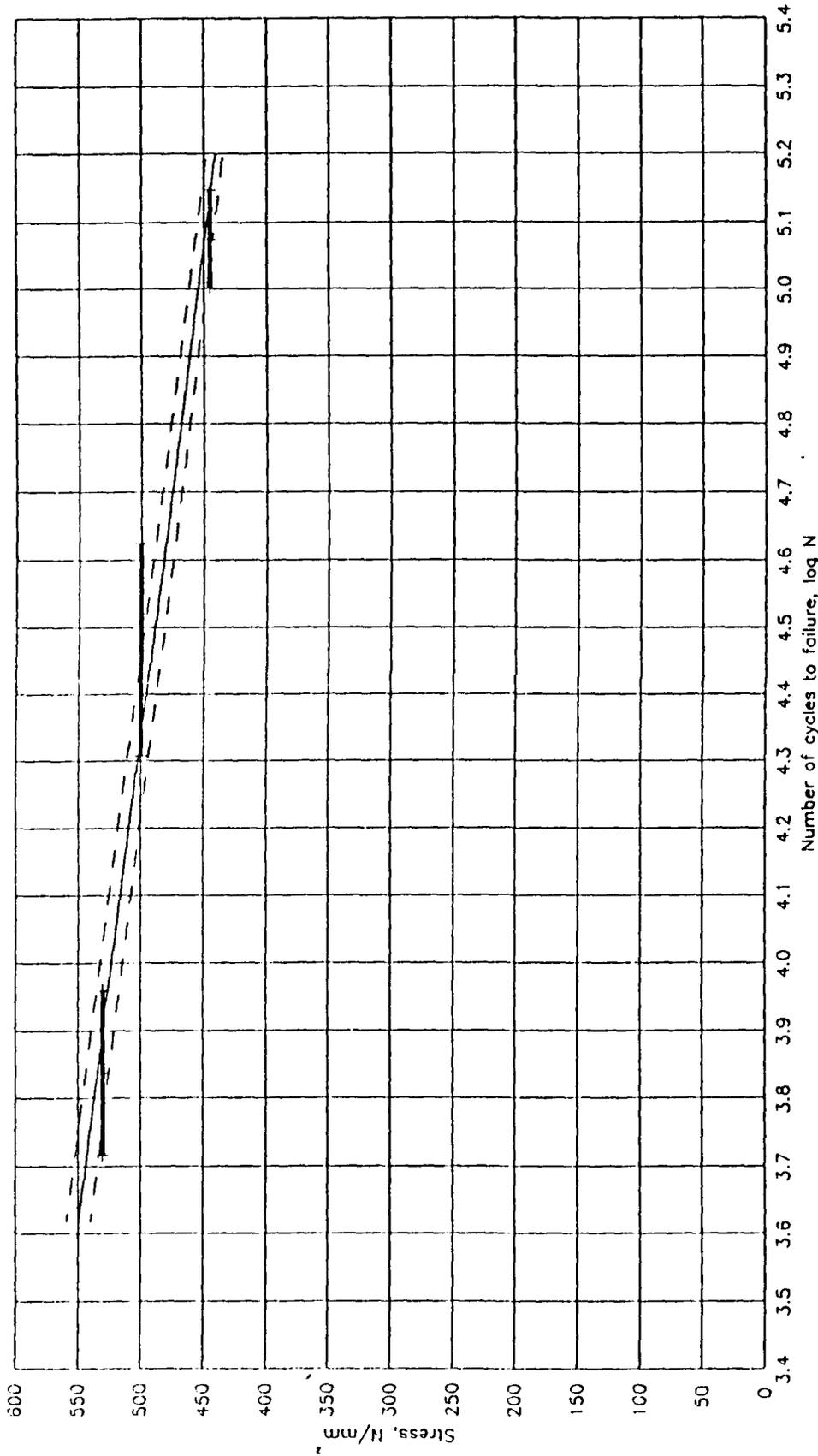
90%, 50%, 10% probability of survival



Multidirectional laminate, type 1
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$
Temp. = 80° C, rel. hum. = 95%

131/13
Bild 30

90%, 50%, 10% probability of survival

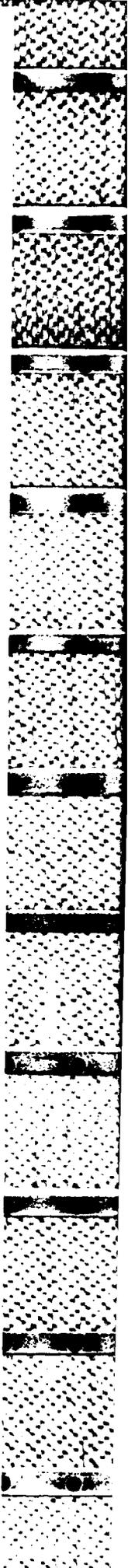


DFVLR

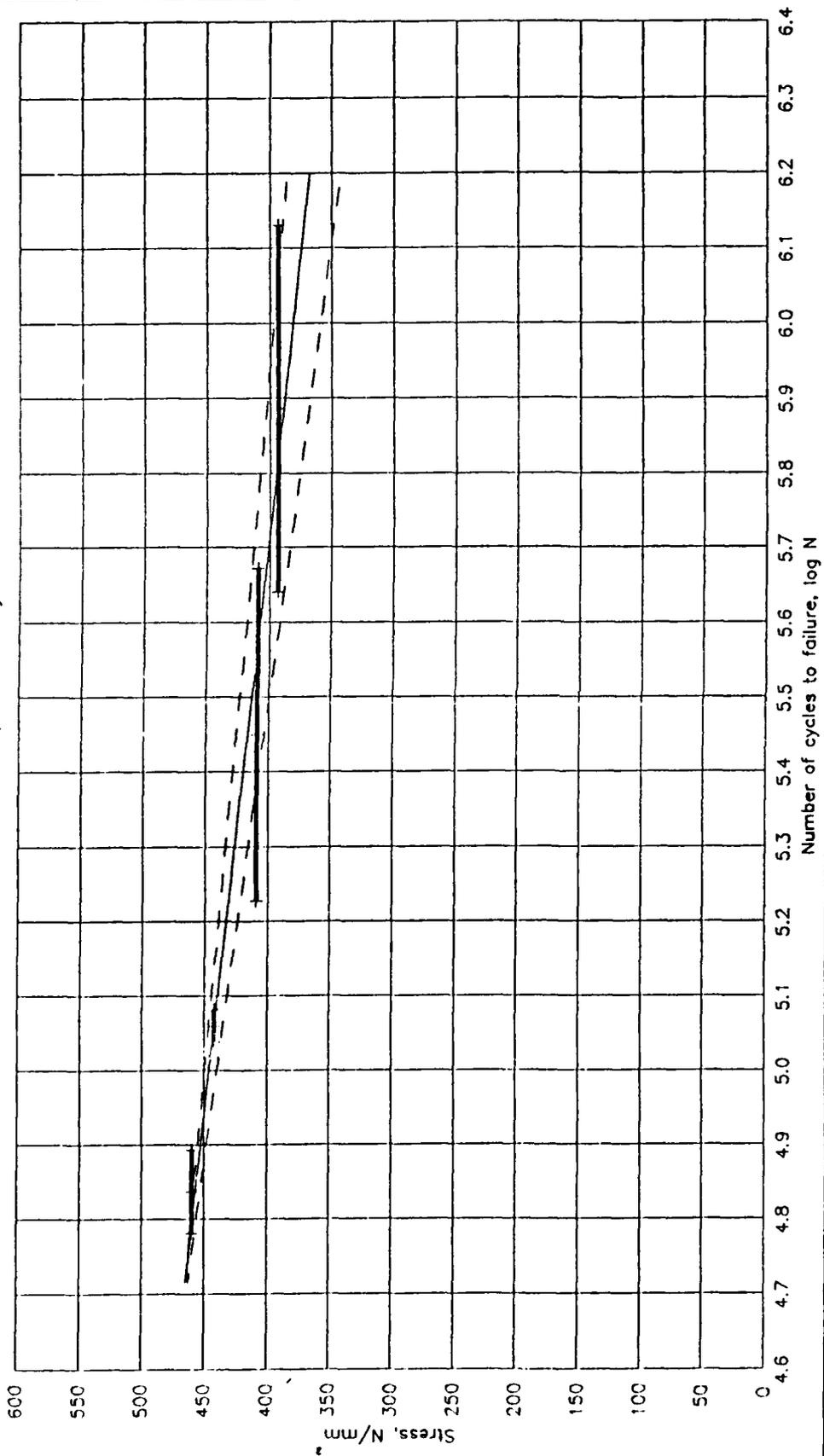
Multidirectional laminate, type 3
Tension-tension fatigue, R = 0.1
Temp. = 22° C, rel. hum. = 40%

131/13

Bild 31



90%, 50%, 10% probability of survival

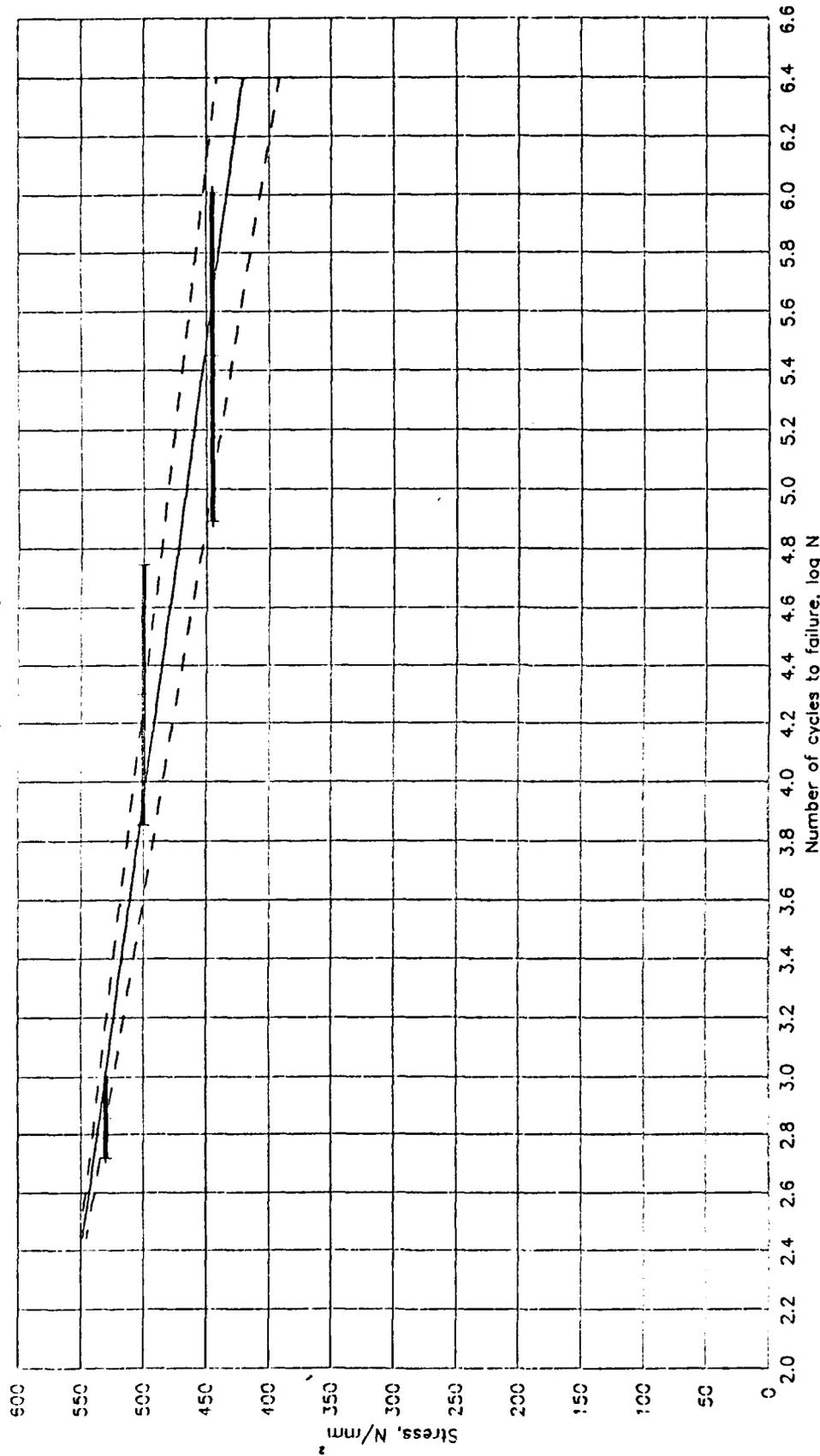


Multidirectional laminate, type 3
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$
Temp. = 80° C, rel. hum. = 05%

131/13

Bild 32

90%, 50%, 10% probability of survival

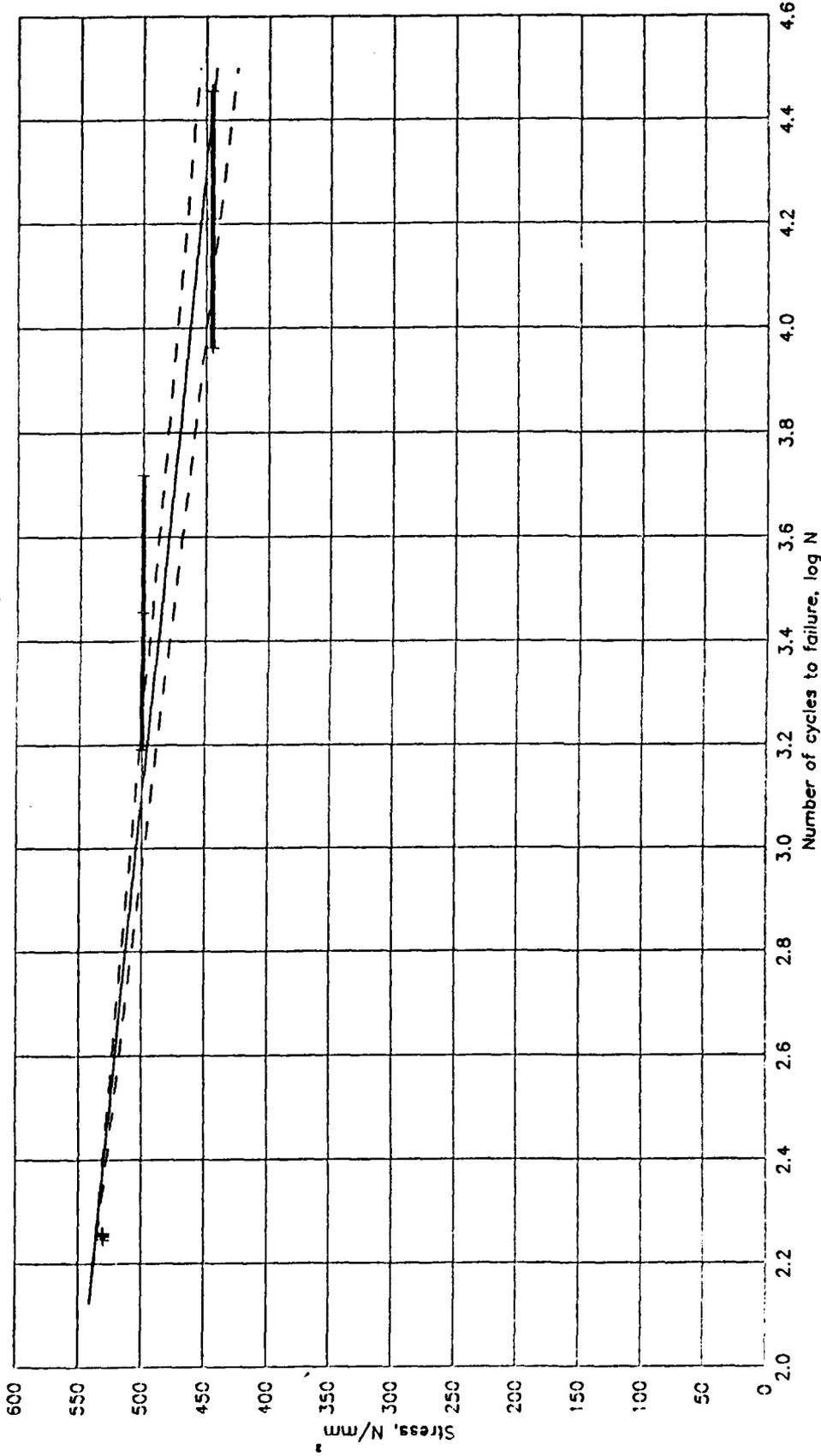


DFVLR

Multidirectional laminate, type 3
Tension-tension fatigue, R = 0.1
Temp. = 26° C, rel. hum. = 95%

131/13
Bild 33

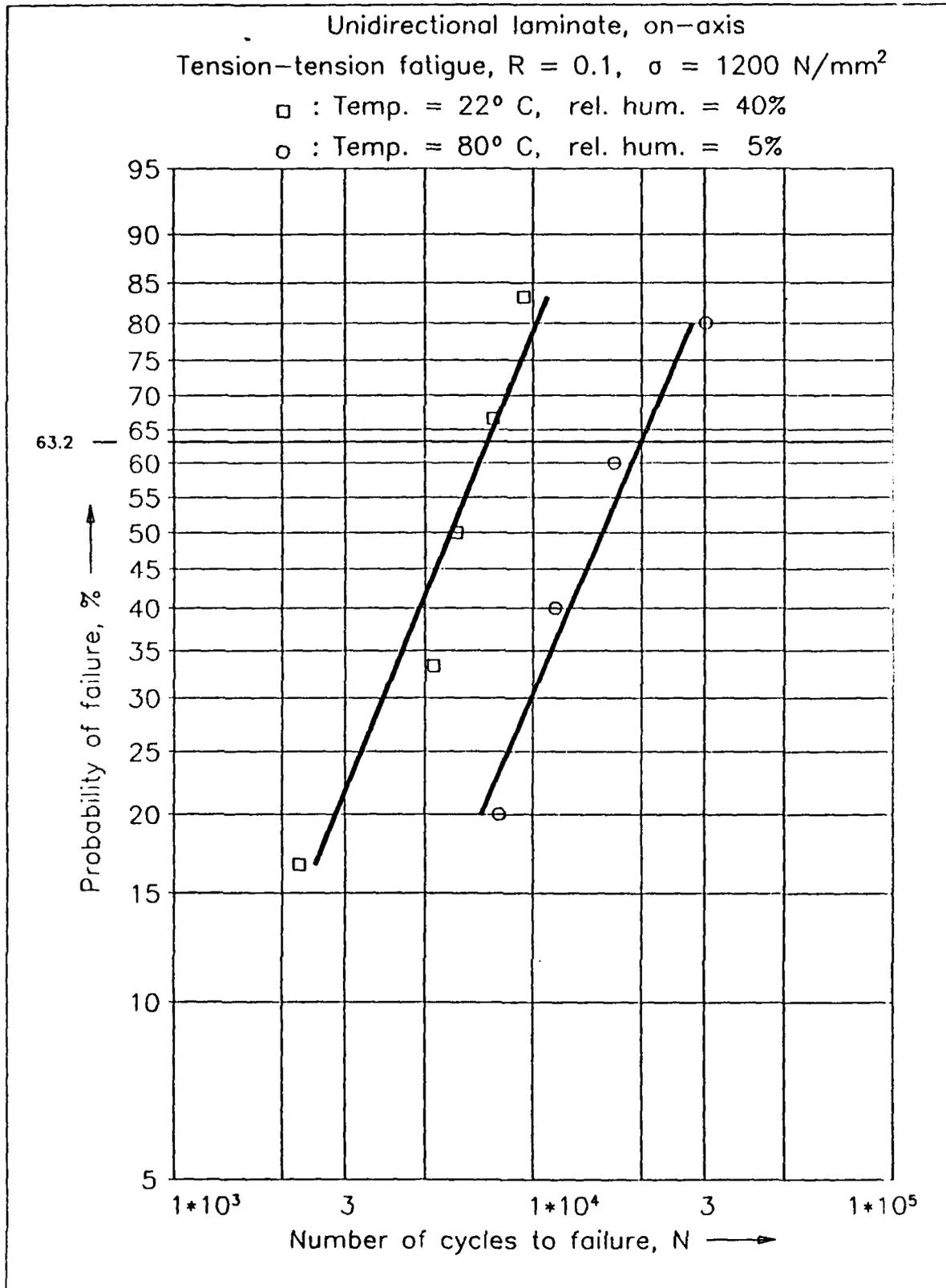
90%, 50%, 10% probability of survival



Multidirectional laminate, type 3
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$
Temp. = 80° C, rel. hum. = 95%

131/13

Bild 34

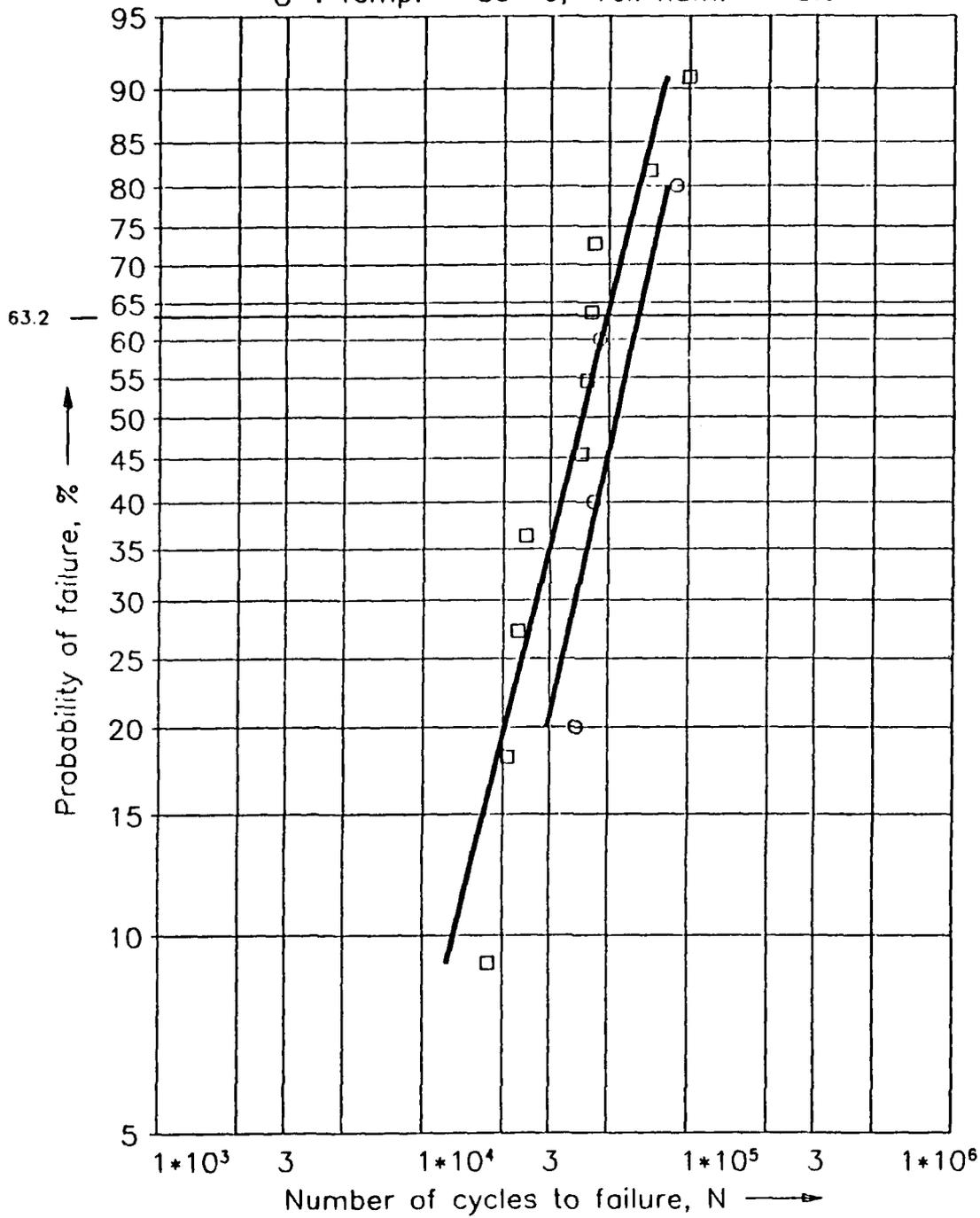


Two-parameter Weibull distribution

131/13
Bild 35

Unidirectional laminate, on-axis
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$, $\sigma = 1100 \text{ N/mm}^2$

- : Temp. = 22° C, rel. hum. = 40%
- : Temp. = 80° C, rel. hum. = 5%



Two-parameter Weibull distribution

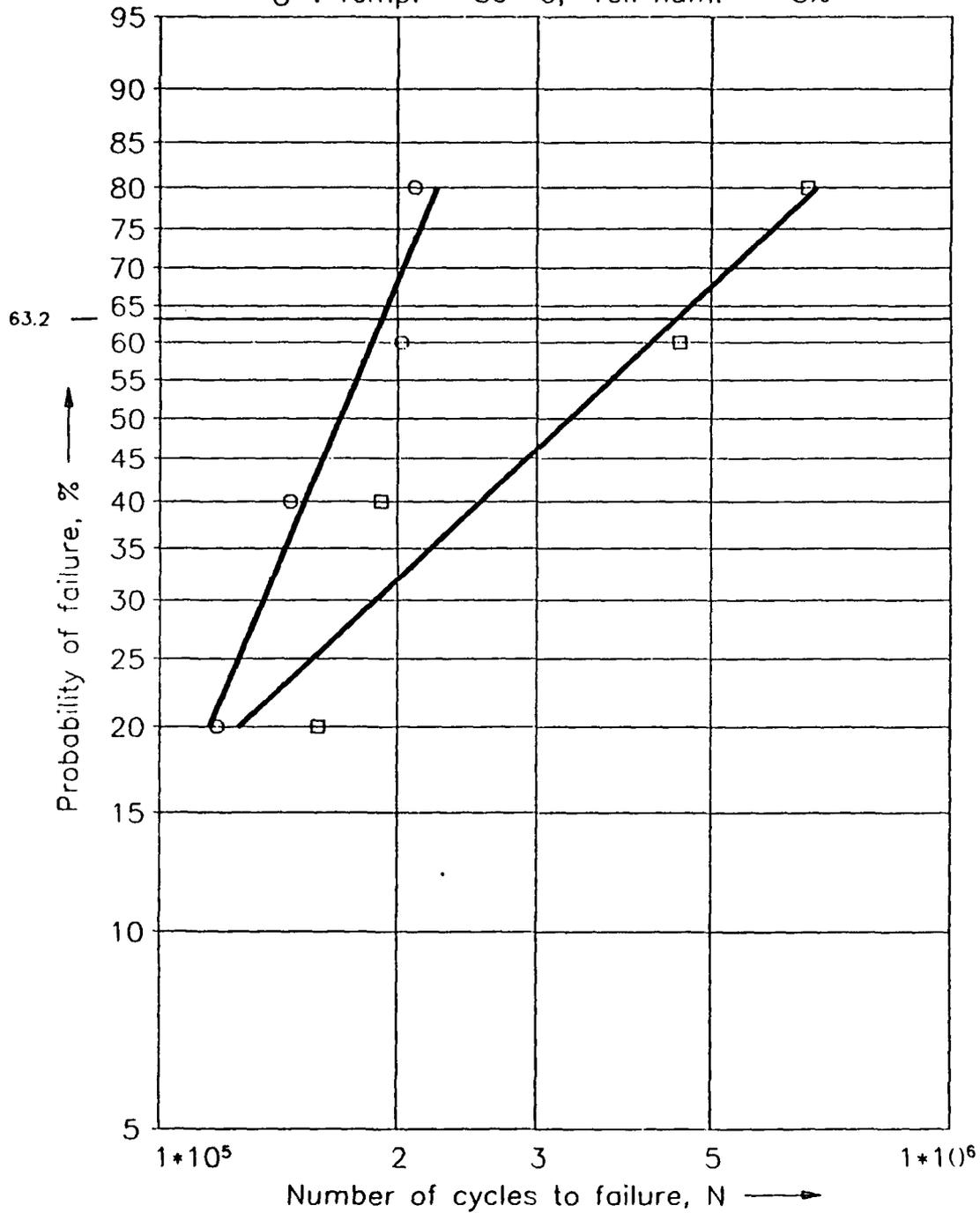
131/13
Bild 36

Unidirectional laminate, on-axis

Tension-tension fatigue, $R = 0.1$, $\sigma = 1000 \text{ N/mm}^2$

□ : Temp. = 22° C, rel. hum. = 40%

○ : Temp. = 80° C, rel. hum. = 5%



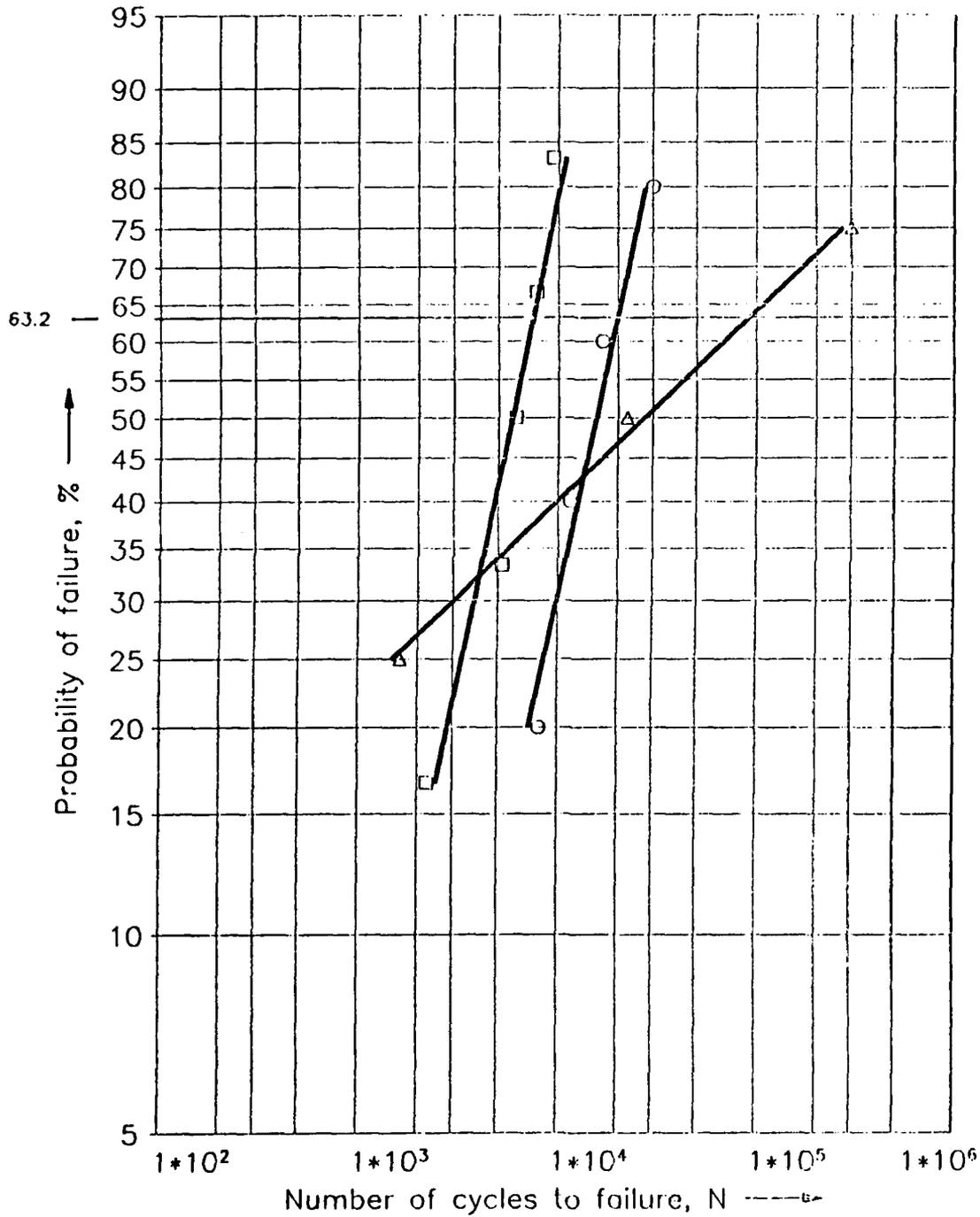
Two-parameter Weibull distribution

131/13

Bild 37

Unidirectional laminate, on-axis
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$, $\sigma = 1200 \text{ N/mm}^2$

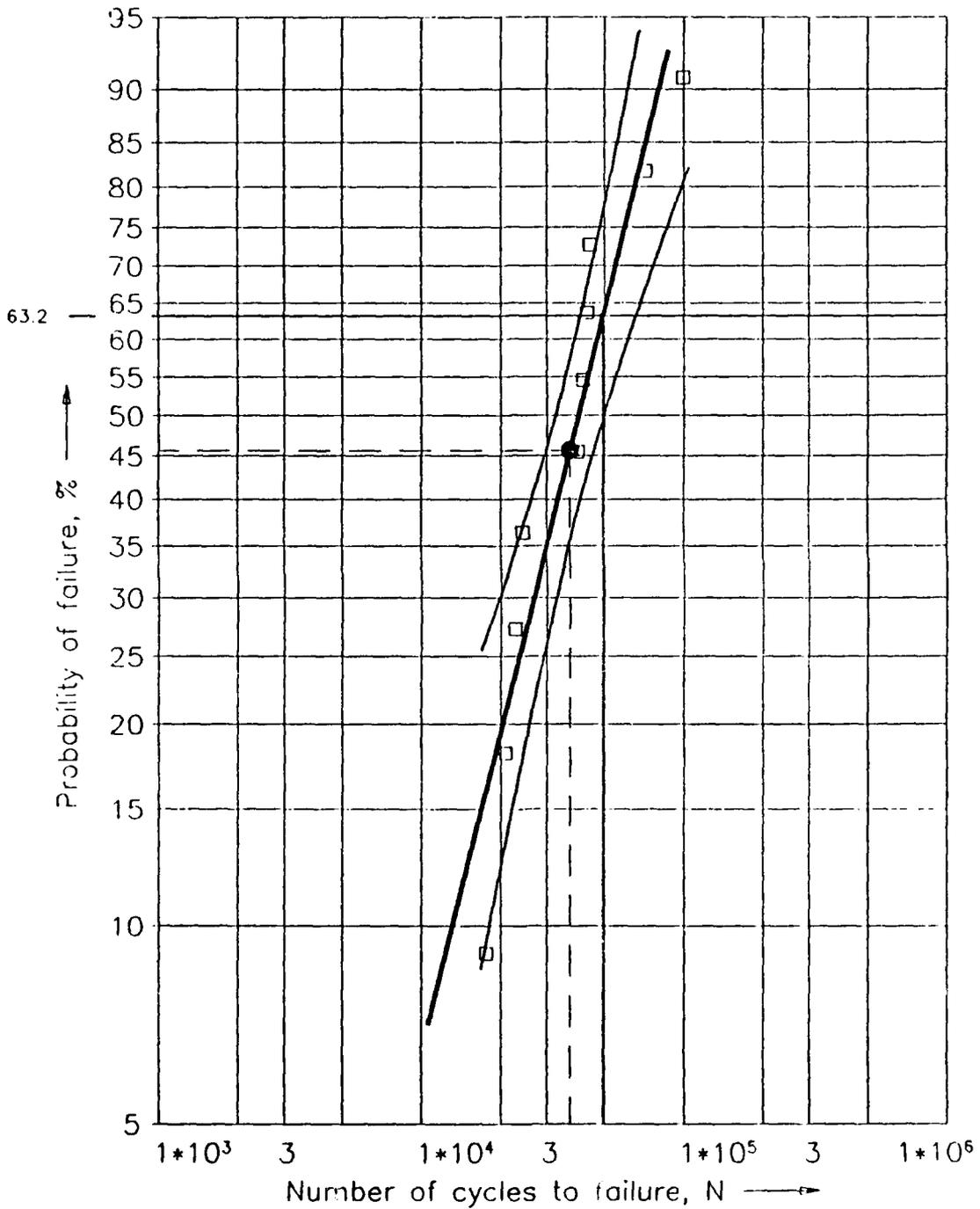
- : Temp. = 22° C, rel. hum. = 40%
- : Temp. = 80° C, rel. hum. = 05%
- △ : Temp. = 28° C, rel. hum. = 95%



Two-parameter Weibull distribution

131/13
Bild 38

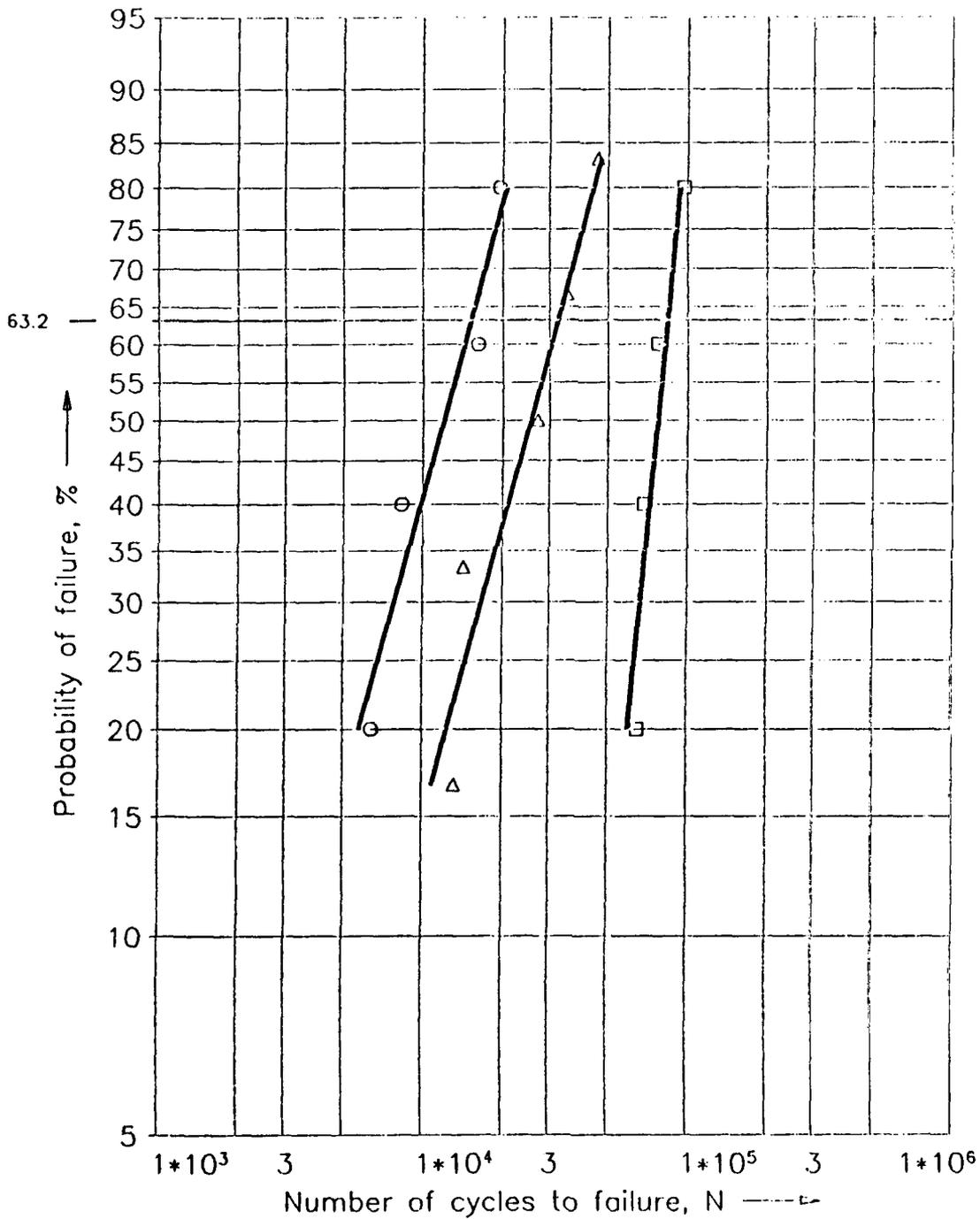
Unidirectional laminate, on-axis
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$, $\sigma = 1100 \text{ N/mm}^2$
Temp. = 22° C , rel. hum. = 40%



Two-parameter Weibull distribution
Confidence interval = 90%

131/13
Bild 39

Unidirectional laminate, off-axis 15°
 Tension-tension fatigue, $R = 0.1$, $\sigma = 140 \text{ N/mm}^2$
 □ : Temp. = 22° C, rel. hum. = 40%
 ○ : Temp. = 80° C, rel. hum. = 05%
 △ : Temp. = 28° C, rel. hum. = 95%



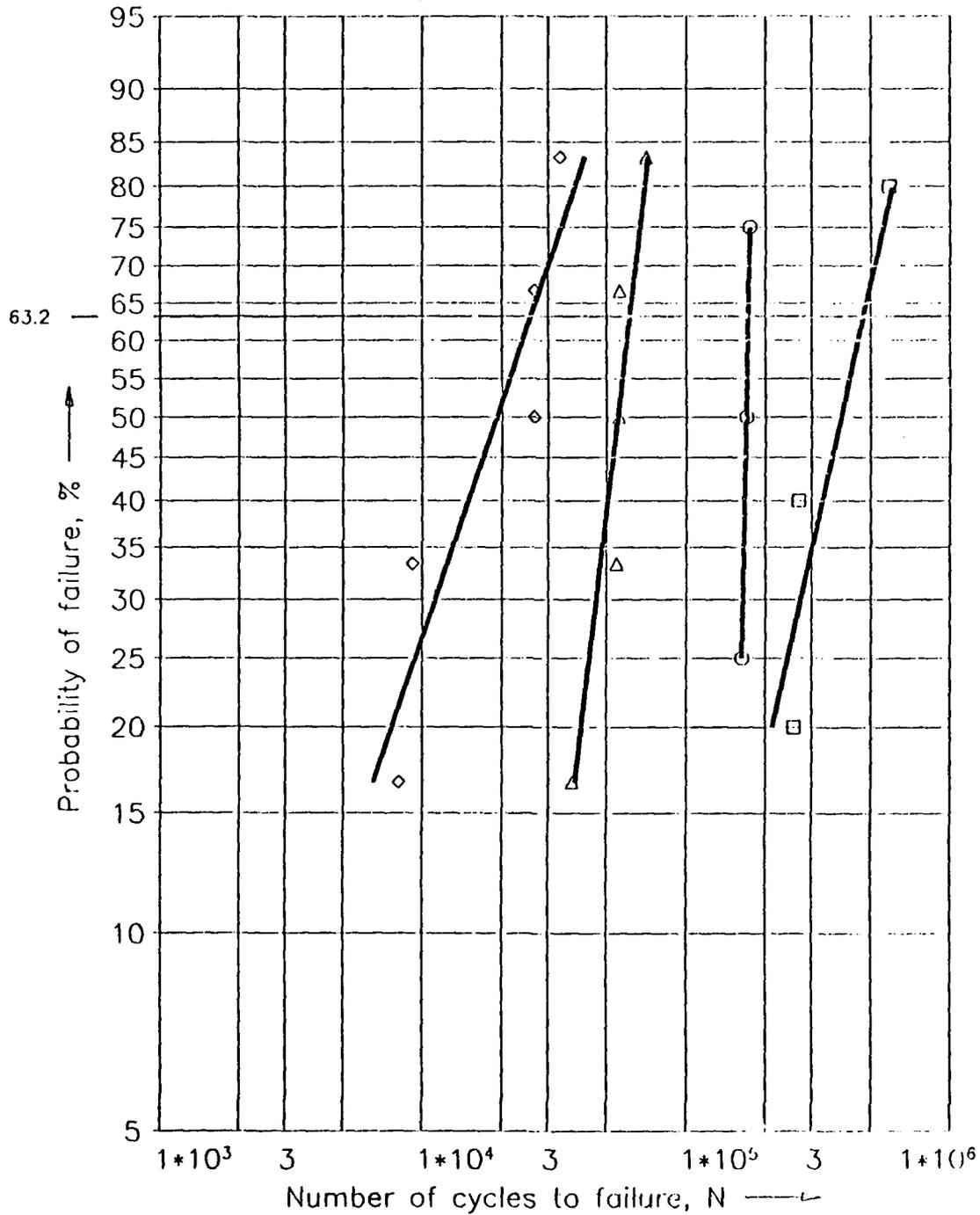
Two-parameter Weibull distribution

131/13

Bild 40

Angle-ply laminate, $\pm 15^\circ$
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$, $\sigma = 450 \text{ N/mm}^2$

- : Temp. = 22° C , rel. hum. = 40%
- : Temp. = 80° C , rel. hum. = 05%
- △ : Temp. = 28° C , rel. hum. = 95%
- ◇ : Temp. = 80° C , rel. hum. = 95%

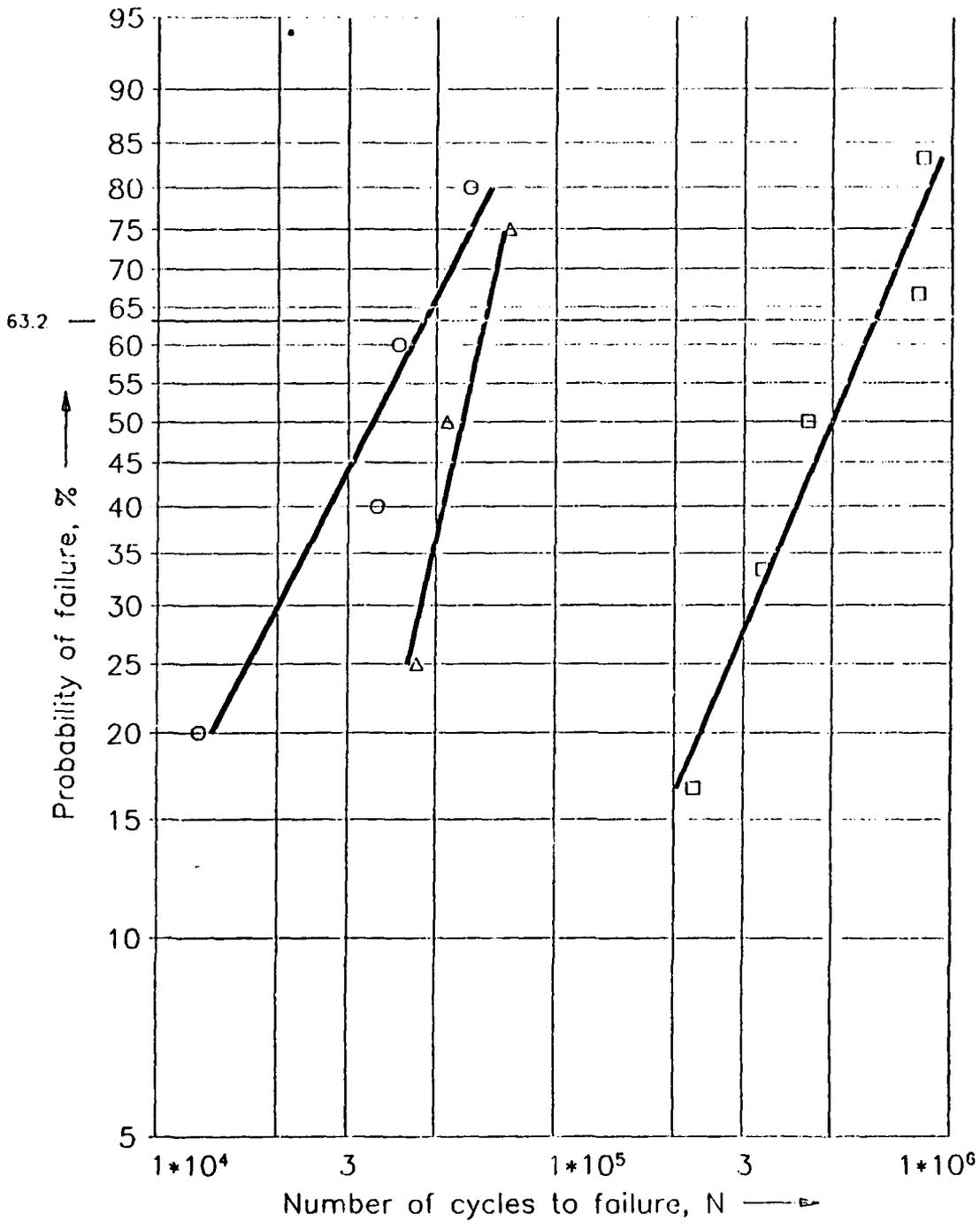


Two-parameter Weibull distribution

131/13

Bild 41

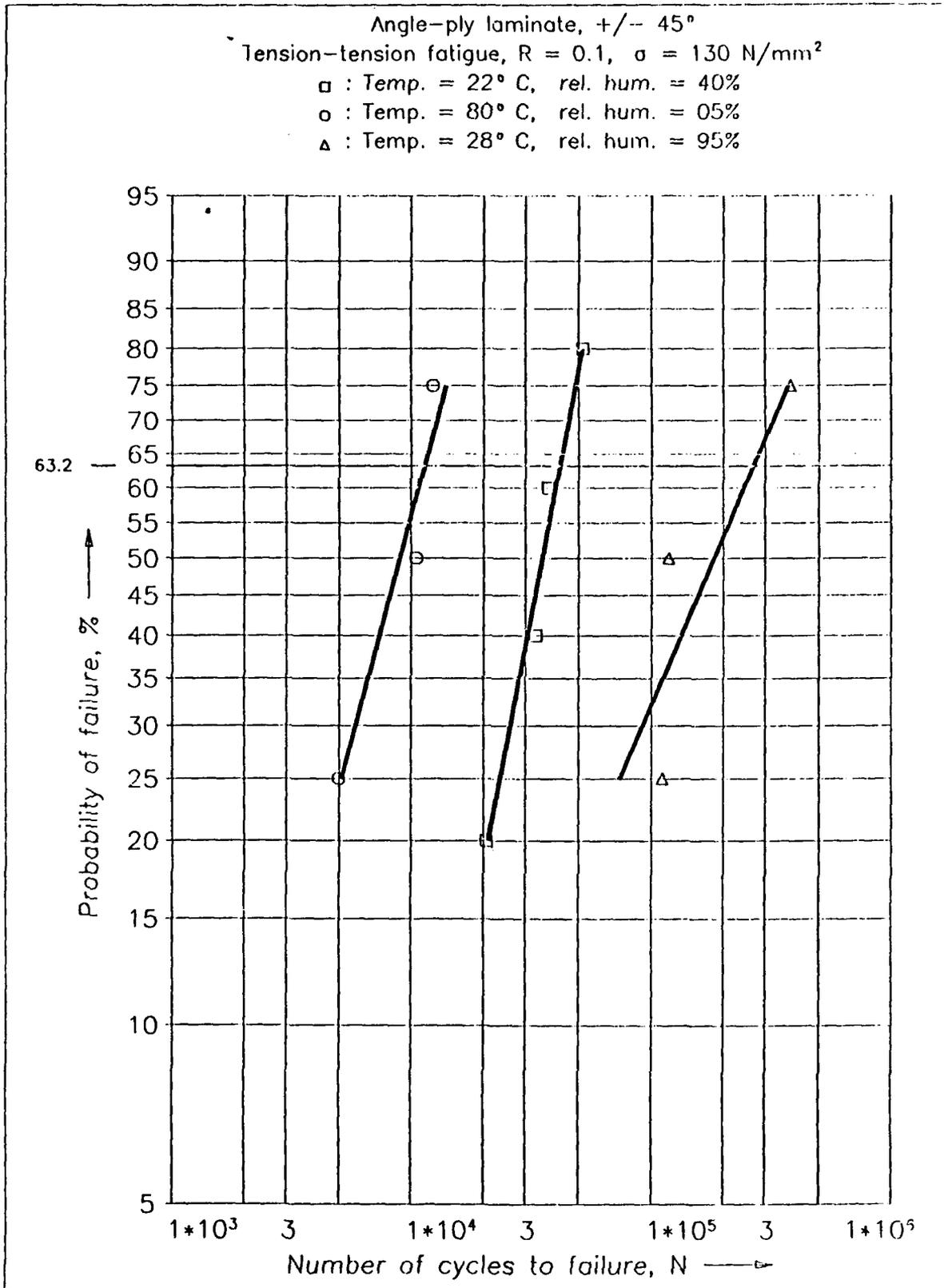
Angle-ply laminate, $\pm 30^\circ$
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$, $\sigma = 300 \text{ N/mm}^2$
 \square : Temp. = 22° C , rel. hum. = 40%
 \circ : Temp. = 80° C , rel. hum. = 05%
 \triangle : Temp. = 28° C , rel. hum. = 95%



Two-parameter Weibull distribution

131/13

Bild 42

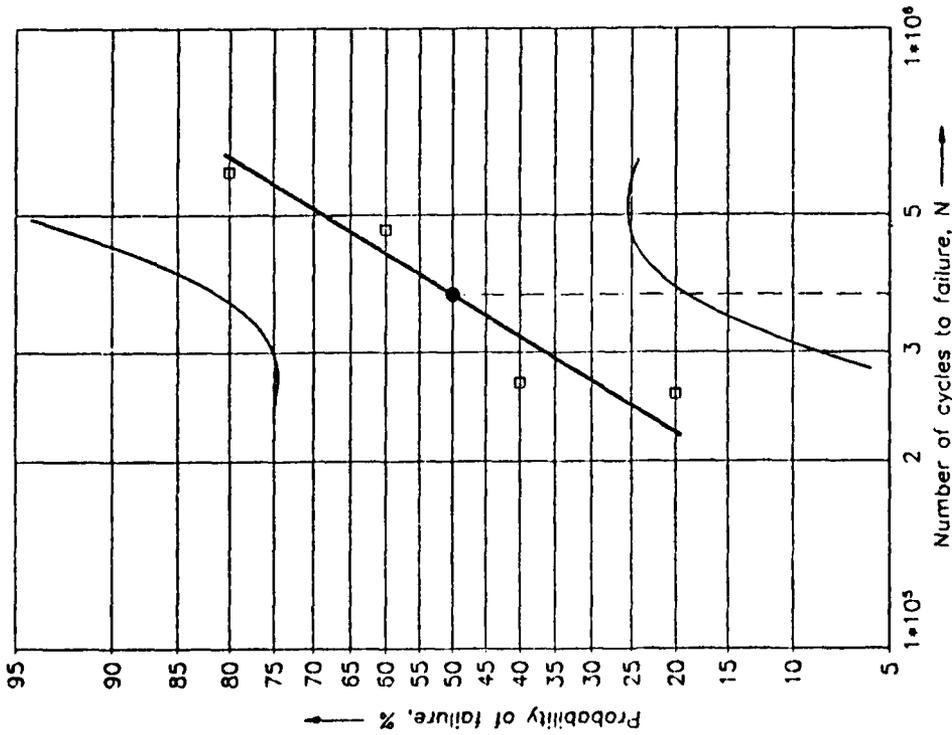


Two-parameter Weibull distribution

131/13

Bild 43

Angle-ply laminate, +/- 15°
 Tension-tension fatigue, R = 0.1, σ = 450 N/mm²
 Temp. = 22° C, rel. hum. = 40%



DFVLR
 Normal distribution
 Confidence interval = 90%

131/13

Coefficient of correlation for the probability of failure and number of cycles to failure in the probability paper of the normal distribution

$R_w = .945$

Characteristic life parameter
 $N_{10\%} = 169727$
 $N_{90\%} = 812929$

Extent of scatter $T = N_{90\%} / N_{10\%} = 4.790$

Standard deviation $\sigma = .264$

Frequency distribution function
 $f(N) = 1.513 \exp \left[- \frac{(N - 3.715 \cdot 10^5)^2}{1.391 \cdot 10^{-1}} \right]$

Expected value $E(N) = N_{50\%} = 371453$

Variance $\text{Var}(N) = \sigma^2 = 6.955 \cdot 10^{-2}$

Coefficient of variation $V = \sigma / N_{50\%} = 7.100 \cdot 10^{-7}$

Distribution function and hazard rate not presentable.

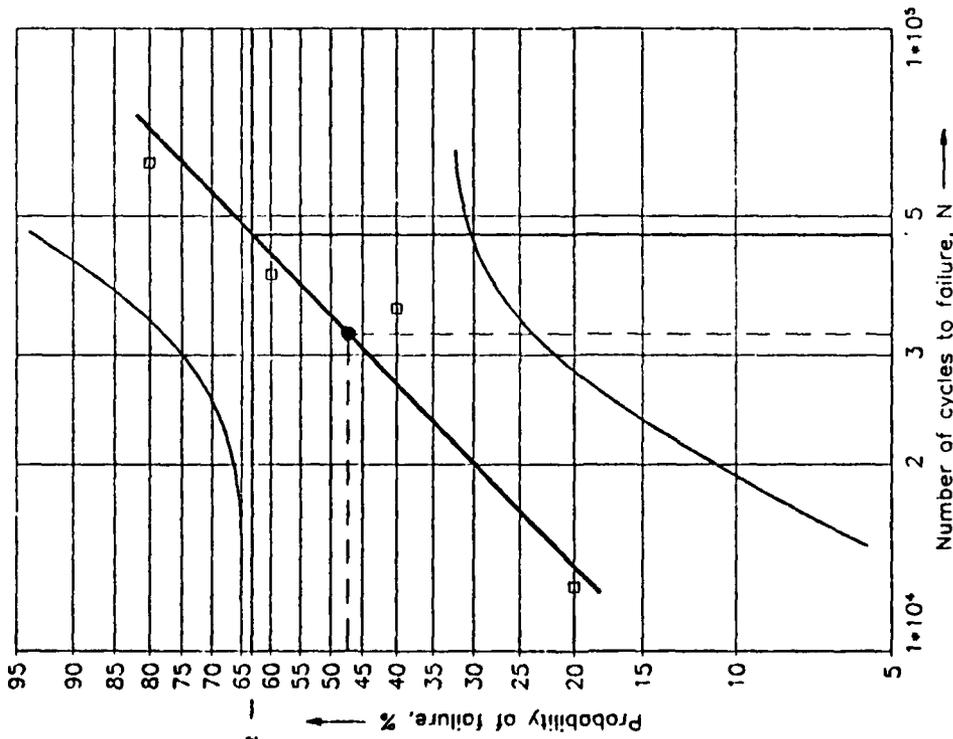
DFVLR

Supplement No. 1 to the
 Normal distribution

131/13

Bild 44

Angle-ply laminate, +/- 30°
 Tension-tension fatigue, R = 0.1, σ = 300 N/mm²
 Temp. = 80° C, rel. hum. = 40%



Two-parameter Weibull distribution 131/13
 Confidence interval = 90%

Coefficient of correlation for the probability of failure and number of cycles to failure in the Weibull probability paper
 $R_v = .963$

Characteristic life parameter $N_0 = 46734$
 $N_{10\%} = 7396$
 $N_{90\%} = 114856$

Extent of scatter $T = N_{90\%} / N_{10\%} = 15.529$

Weibull shape parameter $\beta = 1.221$

Weibull distribution function $F(N) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{N}{46734} \right)^{1.221} \right]$

Frequency distribution function
 $f(N) = 2.439 \cdot 10^{-6} N^{.221} \exp \left[- \left(\frac{N}{46734} \right)^{1.221} \right]$

Hazard rate $h(N) = 2.439 \cdot 10^{-6} N^{.221}$

Expected value $E(N) = 43782$

Variance $Var(N) = 1.299 \cdot 10^9$

Coefficient of variation $V = 8.233 \cdot 10^{-1}$

Skewness $S_3 = 1.723$



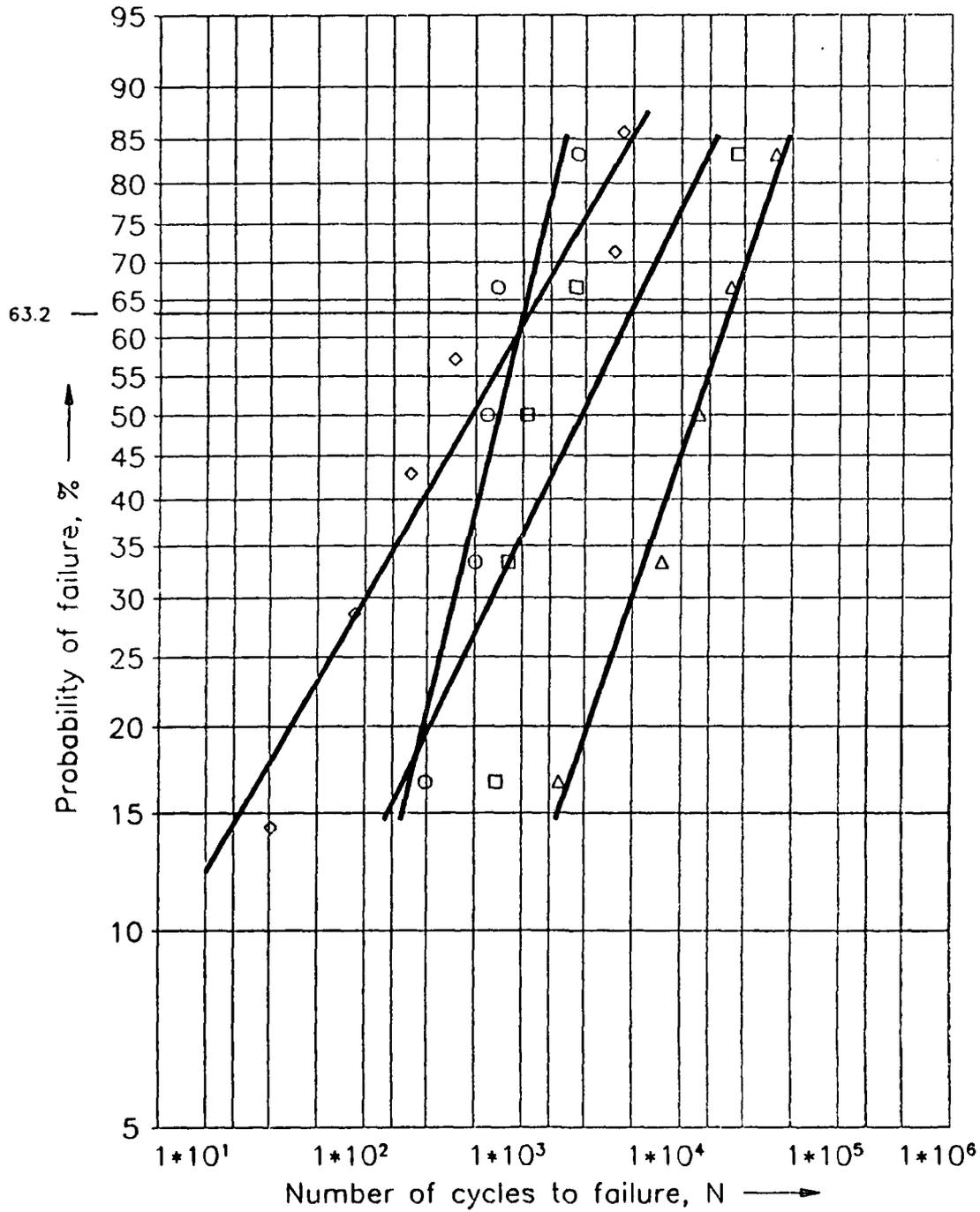
Supplement No. 1 to the
 two-parameter Weibull distribution

131/13

Bild 45

Multidirectional laminate, type 1
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$, $\sigma = 900 \text{ N/mm}^2$

- : Temp. = 22° C, rel. hum. = 40%
- : Temp. = 80° C, rel. hum. = 05%
- △ : Temp. = 28° C, rel. hum. = 95%
- ◇ : Temp. = 80° C, rel. hum. = 95%



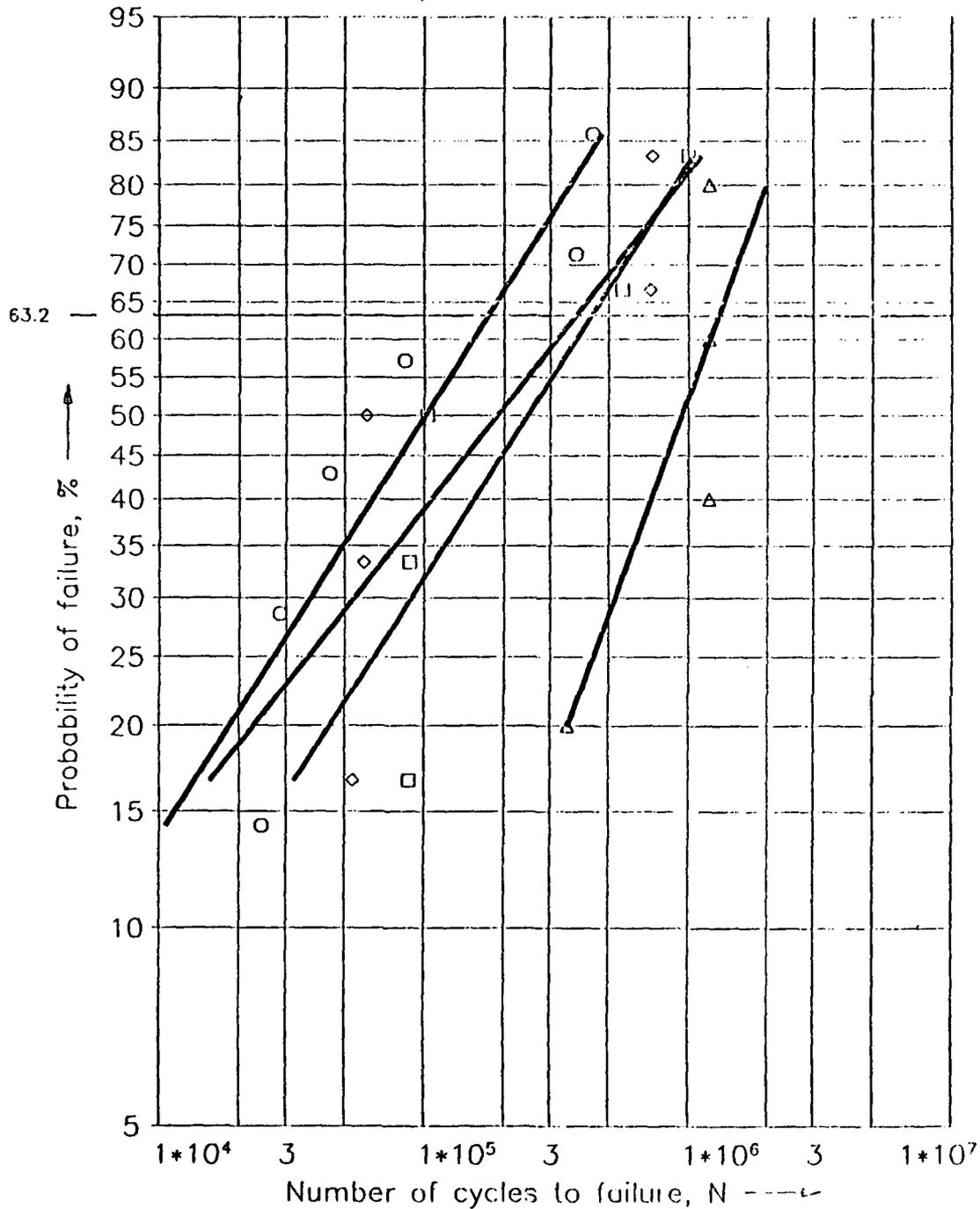
Two-parameter Weibull distribution

131/13

Bild 46

Multidirectional laminate, type 1
 Tension-tension fatigue, $R = 0.1$, $\sigma = 800 \text{ N/mm}^2$

- : Temp. = 22° C, rel. hum. = 40%
- : Temp. = 80° C, rel. hum. = 05%
- △ : Temp. = 28° C, rel. hum. = 95%
- ◇ : Temp. = 80° C, rel. hum. = 95%



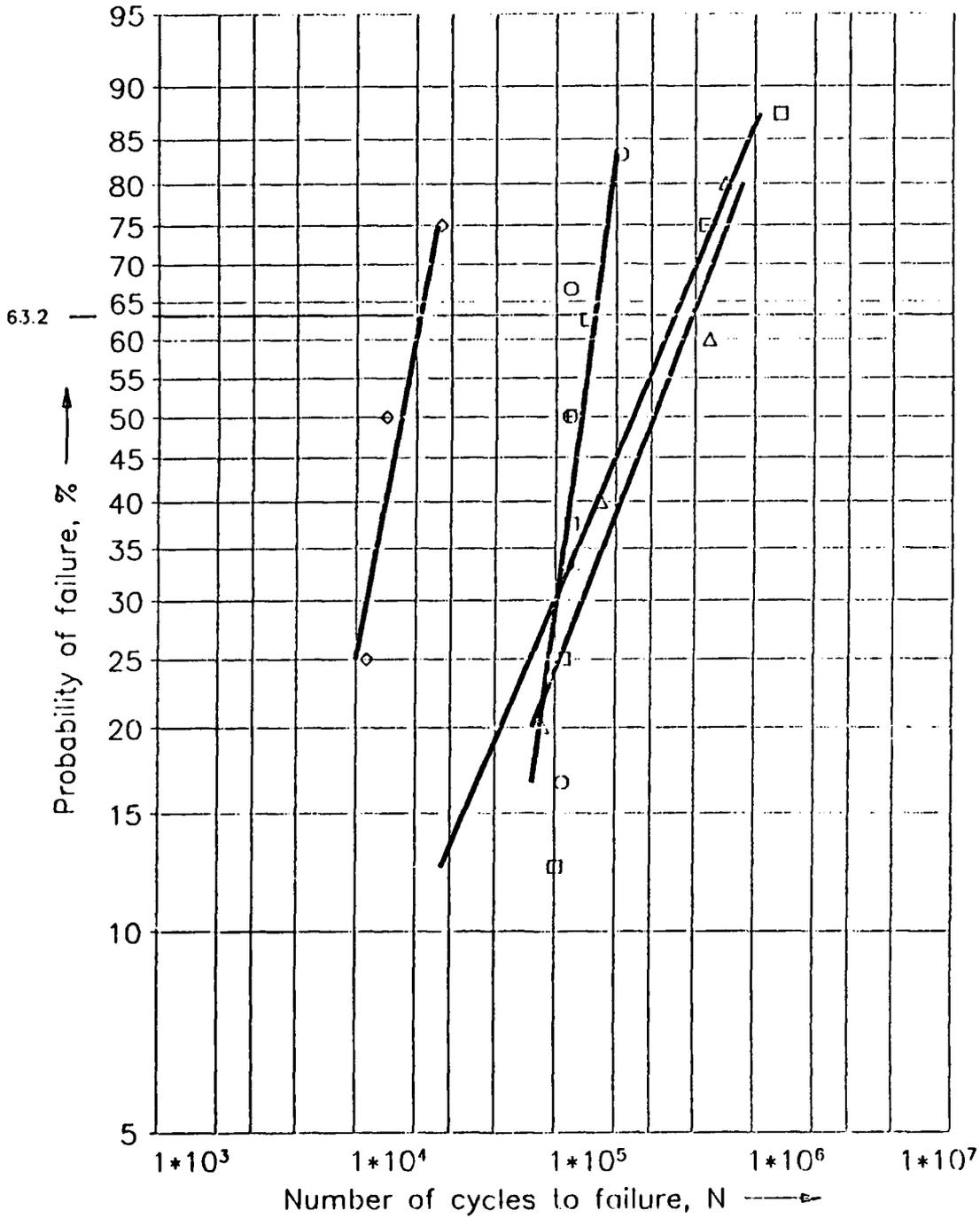
Two-parameter Weibull distribution

131/13

Bild 47

Multidirectional laminate, type 3
Tension-tension fatigue, $R = 0.1$, $\sigma = 445 \text{ N/mm}^2$

- : Temp. = 22° C, rel. hum. = 40%
- : Temp. = 80° C, rel. hum. = 05%
- △ : Temp. = 28° C, rel. hum. = 95%
- ◇ : Temp. = 80° C, rel. hum. = 95%



Two-parameter Weibull distribution

131/13

Bild 48

END

DTIC

6-86